

정적변위와 진동모우드 특성치의 합성자료를 이용한 구조물의 손상도 추정 Structural Damage Detection Based on Composite Data of Static and Modal Test

정 범석* 한 종석**
Jung, Beom-Seok Han, Jong-Seok

ABSTRACT

The purpose of present study is to propose a improved damage detection and assessment algorithm that has its basis on the method of system identification. In this approach, the complete sets of modes or displacements are not needed since the error response function involves only the difference between components of those vectors. The present approach also allows the use of composite data which is constitute of static displacements and eigenmodes. The effectiveness of the proposed statistical system identification method is investigated through simulated studies. A series of tests for predetermined damaged cantilever beam and bowstring truss structure have been conducted to verify the proposed method.

1. 서론

구조해석시의 가장 큰 문제점은 대상구조물의 현 상태를 정확하게 모사할 수 있는 해석모형을 형성하는 것이다. 그러나 이러한 유한요소모형은 구조물에 대한 실험결과로 알 수 있는 모우드 특성치와 정적응답 등을 만족하지 못하는 경우가 있어 해석적 모형의 수정이 필요하게 된다. System Identification(S.I.)은 구조계의 평형방정식을 구성하는 구조변수를 결정하기 위하여 실험적으로 측정된 자료를 이용하는 기법으로 가진함수와 응답함수를 측정하여 해석모형을 구성하는 경우와 가정된 모형을 개선하는 경우로 나눌 수 있다. 각 경우에서는 정적 및 동적실험을 수반하게 되는데 그 결과로 알 수 있는 고유진동수, 모우드형상 및 정적응답 등이 구조변수의 함수이므로 수학적 모형으로 부터 예측된 정적 및 동적 특성치와 비교되어 가정된 구조변수를 개선하게 된다. 즉, 구조적 손상의 결과로써 나타나는 현상은 국부적인 부재의 강성행렬의 감소로 나타나고, 이러한 강성행렬의 감소는 고유진동수의 감소나 모우드형상과 정적응답의 변화를 초래한다. 손상전후의 강성행렬의 차이가 구조물의 손상상태를 나타낸다고 할 수 있으며, 따라서 구조물의 특성치를 측정하는 것이 구조물의 손상도를 평가하는데 적용될 수 있다.

* 대림산업(주) 기술연구소 선임연구원

** 대림산업(주) 기술연구소 연구원

본 연구에서는 정적 및 동적실험에 의하여 측정되는 구조 특성치와 일관되는 유한요소모형으로의 접근기법을 제시하였으며, 가정된 유한요소특성을 유지하고 구조변수를 개선시키는 방법을 취하였다. 실험자료의 정확도와 최초로 가정된 구조변수에 대한 신뢰도를 전개과정에 포함하였으며, 제한된 자유도에 대하여 측정된 모우드형상과 정적처짐값을 사용하여 손상도를 추정하였다. 독립된 설계변수로써 각 요소의 단면특성을 구조변수로 가정하였으며, 정적변위와 진동모우드 특성치의 합성자료를 이용하여 향상된 손상도 추정이 가능하도록 하였다. 제시된 방법의 효율성은 일련의 수치모의실험방식의 예제해석을 통하여 검증하였다. 즉, 인위적인 손상도에 따른 구조특성의 변화량을 바탕으로 손상도를 추정한 후 이를 최초에 설정한 값과 비교하는 방식으로 본 손상도 추정기법의 타당성을 검토하였다.

2. 정식화 과정

2.1. 오차응답함수의 구성

유한요소해석에서 구조물의 특성은 강성과 감쇠 및 질량행렬의 향으로 정의되고, 손상에 의한 구조행렬의 변화는 구조물의 응답특성에 영향을 주게 된다. 비감쇠 구조계에 대한 고유치문제는 이러한 구조행렬의 향으로 표현되며, n 자유도계에 대한 i 번째 고유치인 λ_i 와 이에 대응되는 고유벡터 ϕ_i 는 다음 특성방정식의 해를 구하여 얻게 된다.

$$K\phi_i = \lambda_i M\phi_i \quad (1)$$

S.I. 과정을 통하여 강성행렬 K 과 질량행렬 M 은 실험치와 해석치의 차이를 최소화하도록 개선되며, 작용하중 f 에 의한 정적처짐 x 를 구하기 위한 해석적 모형은 강성행렬의 향으로만 표현된다.

$$Kx = f \quad (2)$$

본 연구에서는 재료의 탈락에 의한 손상은 고려하지 않기 때문에 질량행렬은 상수로 가정할 수 있고, 구조변수로는 각 구조행렬을 구성하는 단면특성으로 가정하여 p_j ($j=1, \dots, n_p$)로 정의하였다. 따라서 진동모우드 특성치와 특정하중하에서의 정적처짐은 동일한 구조변수의 내재함수가 되고, 이를 Taylor's Series Expansion의 1차항만으로 표현하면 다음 식과 같은 오차응답함수를 정의할 수 있다.

$$R = \begin{Bmatrix} \Lambda \\ \Phi \\ \Gamma \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Lambda \\ \Phi \\ \Gamma \end{Bmatrix}_{P_p} + S\{P - P_p\} \quad (3)$$

여기서, Λ 는 고유진동수이고, Φ 와 Γ 는 각각 동적오차응답과 정적오차응답의 벡터표현이다. P 는 구조변수로 구성된 벡터이며, P_p 는 전단계에서 평가된 구조변수이다. 첨자 P_p 는 구조변수 $P = P_p$ 일 때 구조특성의 해석치로 좌변의 실험치와 비교된다. 각 응답량은 오차함수에 의하여 하나의 스칼라량으로 합성되는데 각 응답형식의 상대적 크기에 따라 특정 응답형식의 기여도가 낮아지는 현상을 방지하기 위하여 정적오차응답과 같은 정도로 가중된 동적오차응답을 사용

한다. S 는 각 응답의 구조변수에 대한 편미분행렬 또는 민감도행렬으로써 본 연구에서는 Nelson^[1]의 방법을 일반적인 고유치문제에 적용하였다.

2.2. 정적오차응답의 정식화

하중이 가해진 자유도와 변위를 측정된 자유도가 서로 일치하지 않는 경우를 고려하기 위하여 Sanayi^[2]의 전개과정을 이용하였으며, 아래와 같은 하중-변위의 관계식에서 변위를 측정하지 않은 자유도 x_b 를 제거하였다.

$$\begin{Bmatrix} f_a \\ f_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ba} & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_a \\ x_b \end{Bmatrix} \quad (4)$$

여기서, 첨자 a 와 b 는 각각 변위를 측정된 자유도와 변위를 측정하지 않은 자유도에 해당되는 물리량으로 실험에 의하여 구할 수 있는 벡터량인 f_a , f_b 및 x_a 만으로 이루어진 축약된 하중-변위 관계식을 얻게 된다.

$$f_a = [K_{aa} - K_{ab}K_{bb}^{-1}K_{ba}]x_a + K_{ab}K_{bb}^{-1}f_b \quad (5)$$

이에 따라 구조변수의 함수인 정적오차응답, $\gamma_i(p_j)$ 가 다음 식과 같이 정의된다.

$$\gamma_i(p_j) = [K_{aa} - K_{ab}K_{bb}^{-1}K_{ba}]x_a + K_{ab}K_{bb}^{-1}f_b - f_a \quad (6)$$

모든 경우의 작용하중에 대한 정적오차응답을 벡터로 정리한 것이 Γ 이며, 2.1절의 오차응답함수를 구성하게 된다.

2.3. Statistical System Identification식의 유도

측정된 오차응답에 따라 구조변수의 개선된 값을 구하기 위한 역해석문제는 평가치와 관련된 분산치를 최소화하는 과정으로 이해될 수 있다. 식 3을 재구성하면 다음 식과 같다.

$$\Delta R = S \Delta P \quad (7)$$

여기서, ΔR 과 ΔP 는 다음과 같다.

$$\Delta R = \begin{Bmatrix} \Lambda \\ \Phi \\ \Gamma \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \Lambda \\ \Phi \\ \Gamma \end{Bmatrix}_P, \quad (8)$$

$$\Delta P = P - P_p \quad (9)$$

위의 식에서 미지수는 ΔP 이고, S^{-1} 을 결정할 수 없는 경우에 평가행렬인 T 를 도입하여 다음과 같은 관계식을 구성할 수 있다.

$$\Delta P = T \Delta R \quad (10)$$

평가행렬을 구하기 위하여 최소자승법^[3]과 통계특성을 이용한 방법^[4] 등이 시도되었으며, Bayesian Estimation Theory^[5]에 따라 스칼라량인 오차함수가 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$E_f = (R - R_{k+1})^T D_r (R - R_{k+1}) + (P^* - P_{k+1})^T D_p (P^* - P_{k+1}) \quad (11)$$

여기서, R_{k+1} 와 P_{k+1} 은 반복시행시 $(k+1)$ 단계에서 계산된 값이고, D_r 과 D_p 는 각각 측정 응답과 k 단계에서 평가된 구조변수의 불확실성에 대한 가중행렬로써 각 물리량의 공분산 행렬인 C_r 와 C_p 의 역행렬로 가정하였다. P^* 는 구조변수의 목적치로 정의되고, 연구자에 따라 구조변수의 초기치나 최소자승법의 결과를 이용하여 상수로 취급하였다. 본 연구에서는 첫 번째 시행시 구조변수의 초기치로 가정하였으나, 그 이후의 단계에서는 전 단계의 결과를 이용하여 서로 다른 값을 적용하였다. 강성이 증가된 부분은 무시하였으며, 설정된 표준편차 이상 감소한 것으로 평가된 구조변수는 그 목적치를 표준편차에 해당되는 정도로 감소한 것으로 가정하여 반복시행을 실시하였다.

식 3을 반복시행의 형식으로 표현하여 식 11에 대입한 후에 오차함수를 구조변수로 미분하고 영으로 두어 구조변수의 개선된 값을 다음 식과 같이 평가하게 된다.

$$P_{k+1} = \hat{T}_k (R - R_k) - \hat{T}_k S_k (P^* - P_k) + P^* \quad (12)$$

여기서,

$$\hat{T}_k = C_p S_k^T (S_k C_p S_k^T + C_r)^{-1} \quad (13)$$

개선된 구조변수에 대한 불확실성을 평가하기 위하여 P^{k+1} 의 평균치가 구조변수의 목적치인 P^* 와 동일하다고 가정할 경우에 P^{k+1} 의 공분산 행렬을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Cov}[P_{k+1}, P_{k+1}] &= E[(P_{k+1} - P^*)(P_{k+1} - P^*)^T] \\ &= E[(\Delta P_{k+1} - \Delta P^*)(\Delta P_{k+1} - \Delta P^*)^T] \end{aligned} \quad (14)$$

충분한 반복시행을 실시한 후에는 구조변수의 목적치가 전단계 구조변수의 평가치에 근접하게 되어 평가행렬은 \hat{T}^k 와 일치하게 되므로 공분산 행렬이 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \text{Cov}[P_{k+1}, P_{k+1}] &= E[(T_k \Delta R_{k+1} - \Delta P^*)(T_k \Delta R_{k+1} - \Delta P^*)^T] \\ &= T_k (S_k C_p S_k^T + C_r) T_k^T - T_k S_k C_p - C_p S_k^T T_k^T + C_p \end{aligned} \quad (15)$$

3. 예제 해석

3.1. Cantilever Beam

본 예제에서는 중공단면의 캔틸레버보에 인위적인 손상을 가한 후 그 위치와 정도를 추정하였다. 그림 1에 대상구조물의 제원과 물성을 표시하였으며, 10개의 요소와 20개의 자유도를 갖는 2차원 보요소로 모델링하였다. 본 예제는 모의실험에 따른 것이므로 각 응답은 유한요소해석에 의한 값으로 가정하고, 모우드형상은 계의 질량행렬에 직교하도록 설정하였다. 구조변수는 각 요

소의 단면2차모멘트로 선정하여 총 10개의 구조변수를 S.I. 과정을 통하여 개선하였다.

손상단면은 1번과 5번 요소로 설정하였으며, 각 요소의 단면2차모멘트가 50%와 70%로 감소한 것으로 가정하였다. 손상을 가한 후의 구조물에 대한 모의정적실험에서는 한 종류의 하중조건을 고려하였으며, 10kg의 하중을 4번 절점에서 Y방향으로, 11번 절점에서 -Y방향으로 각각 가하여 3번, 5번, 7번, 9번 및 11번 절점의 처짐을 측정하였다. 모의동적실험에서는 세 번째 모우드까지의 고유진동수를 측정하였고, 모우드형상은 각 절점에서 Y방향 병진운동에 대한 첫 번째 모우드의 고유벡터를 측정된 값으로 가정하였다.

초기에 설정된 구조변수에 대한 공분산 행렬인 C_b 를 구성하기 위하여 구조변수의 표준편차를 평균값의 10%로 가정하였으며, 측정값의 불확실성을 계측오차의 분산치로 표현하는 C_e 은 각 경우마다 서로 다른 크기를 갖는 대각행렬이 된다. 본 예제에서 진동수 계측오차의 표준편차는 평균값의 0.2%로 설정하고, 모우드형상의 계측오차는 해당 모우드에서 가장 큰 변위량의 0.2%를 표준편차로 하였으며, 정적오차응답의 계측오차는 무시하였다.

그림 2는 본 손상도 추정기법의 입력자료로 처음부터 세 번째 모우드에 해당되는 고유진동수만을 사용한 경우의 결과로써 3개의 측정치로 10개의 구조변수를 개선하였다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 결과는 비교적 타당하며, 본 기법의 효율성을 알 수 있게 한다. 그림 3과 그림 4는 각각 정적응답과 동적응답을 따로 사용하여 손상도를 추정한 것으로써 이들의 합성자료에 의한 결과인 그림 5보다 다소 부정확한 결과를 보여주고 있다. 첫 번째 모우드형상만을 사용한 경우에 고차 모우드에 민감한 5번 요소의 손상도가 정확하게 평가되지 못하고 있으나, 고차 모우드와 유사한 형태의 하중조건에 의한 정적응답을 합성하여 입력함으로써 더욱 정밀한 손상도 추정이 가능해진 것으로 사료된다.

3.2. Bowstring Truss Structure

두 번째 모의실험의 대상구조물은 평면 Bowstring Truss^[6,7]로 그림 6에 도시하였다. 해당 구조물을 25개의 요소와 21개의 자유도를 갖는 트러스요소로 모델링하였으며, 4종류의 서로 다른 단면적을 갖는 부재가 그림과 같이 구성되었다. 본 구조물은 축하중만을 받는 부재로 이루어져 있으므로 구조변수를 각 요소의 단면적으로 선정하였고, 총 25개의 구조변수를 S.I. 과정을 통하여 개선하였다. 첫 번째 손상단계에 대한 손상단면은 20번 요소를 단면적이 50% 감소한 것으로 설정하였으며, 두 번째 손상단계에서는 3번과 10번 요소가 같은 비율로 추가하여 손상된 것으로 가정하였다. 각 손상단계에서의 구조물에 대한 모의정적실험에서는 한 종류의 하중조건을 고려하였으며, 50ton의 하중을 10번 절점의 수평과 수직방향으로 각각 가하여 8번에서 12번 절점까지의 수직방향 처짐과 7번과 10번 절점의 수평변위를 측정하였다. 모의동적실험에서 측정된 모우드형상은 각 절점에서 수평방향에 대한 첫 번째 모우드의 고유벡터로 한정하였으며, 공분산 행렬의 입력자료는 선행 예제와 같은 방법으로 가정하였다.

그림 7은 첫 번째 손상단계에서의 정적응답만을 사용하여 손상도를 추정한 것으로써 비손상 부재인 14번 요소의 강성을 다소 과다하게 감소한 것으로 평가하고 있다. 또한 동적응답만을 사용한 경우에는 20번 요소를 포함한 모든 사부재가 건전한 것으로 예측하고, 상현과 하현 부재강성의 미소량을 전반적으로 감소시키는 현상을 보여주었다. 이들의 합성자료에 의한 손상도 추정 결과인 그림 8에서는 일부의 비손상 부재를 손상된 것으로 평가하고 있으나, 20번 요소의 손상도를 정확하게 예측하였다. 그림 9는 다수의 부재가 손상된 두 번째 손상단계에서 합성자료에 의

한 손상도 추정결과로 사부재의 강성이 전반적으로 감소한 것으로 평가되었으나, 3번과 10번 요소에 대한 손상도 추정은 정해에 가까운 결과를 보여주고 있다.

4. 결론

본 연구에서는 S.I. 기법에 근거하여 구조물의 손상도와 그 위치를 평가할 수 있는 방법을 제안하였으며, 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

- [1] Statistical System Identification식은 고려되는 각 구조변수의 변화량과 진동모우드 특성치 및 정적응답의 관계식으로 구성되어, 각 요소행렬에 대한 손상을 구조변수를 사용하여 표현하였다. 따라서 손상전후에 구조물의 정적 및 동적특성을 측정하여 본 식의 해를 구함으로써 구조물의 손상 정도와 그 위치를 추정하게 된다.
- [2] 정적변위와 진동모우드 특성치의 합성자료에 의한 손상도 추정은 이를 분리하여 적용한 경우보다 향상된 결과를 나타내었다.
- [3] 고차모우드의 측정은 곤란하거나 부정확하여 이에 영향을 많이 받는 부재에 대한 손상도 추정은 상대적으로 어렵게 되지만, 본 이론에 따라 고차모우드와 유사한 형태의 하중조건에 의한 정적응답을 합성하여 사용함으로써 더욱 정밀한 손상도 추정이 가능해졌다.
- [4] 개선된 구조변수에 대한 공분산 행렬의 대각항은 각 구조변수의 분산치가 되고, 이에 따라 개선된 구조변수의 각 요소에 대한 표준편차를 계산할 수 있으며, 이는 평가치의 불확실성량을 대표하게 된다. 따라서 대상구조물에서 선정된 구조변수가 특정값으로 수렴한 경우에 개선된 값의 상대적인 정확도를 결정할 수 있다.
- [5] 통계특성을 고려하여 제시된 손상도 추정방법의 효율성은 일련의 수치모의실험방식의 예제해석을 통하여 검증되었다.

참 고 문 헌

1. Nelson, R. B., "Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives," *AIAA Journal*, Vol. 14, No. 9, Sept. 1976, pp.1201-1205.
2. Sanayei, M. and Onipede, O., "Damage Assessment of Structures Using Static Test Data," *AIAA Journal*, Vol. 29, No. 7, July 1991, pp.1174-1179.
3. Chen, J. C. and Garba, J. A., "Analytical Model Improvement Using Modal Test Results," *AIAA Journal*, Vol. 18, June 1980, pp. 684-690.
4. Collins, J. D., Hart, G. C., Hasselman, T. K., and Kennedy, B., "Statistical Identification of Structures," *AIAA Journal*, Vol. 12, Feb. 1974, pp.185-190.
5. Torkamani, M. A. M. and Ahmadi, A. K., "Stiffness Identification of Frames Using Simulated Ground Excitation," *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 114, No. 5, 1988, pp.753-776.
6. Banan, M. R., Banan, M. R. and Hjelmstad, K. D., "Parameter Estimation of Structures from Static Response Part II. Numerical Simulation Studies," *Journal of Structural Engineering*, Vol. 120, No. 11, 1994, pp.3259-3283.
7. Shin, S. B., "Damage Detection and Assessment of Structural Systems from Measured Response," *Ph. D. Thesis, Univ. of Illinois at Urbana-Champaign*, 1994.

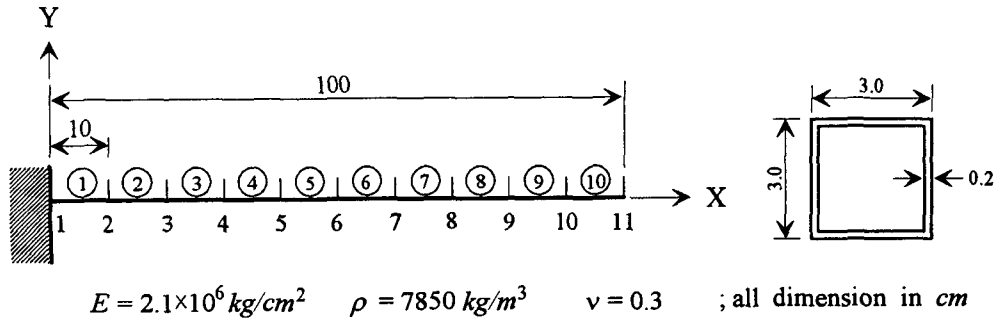


그림 1. 캔틸레버보 모형의 제원 및 재료물성

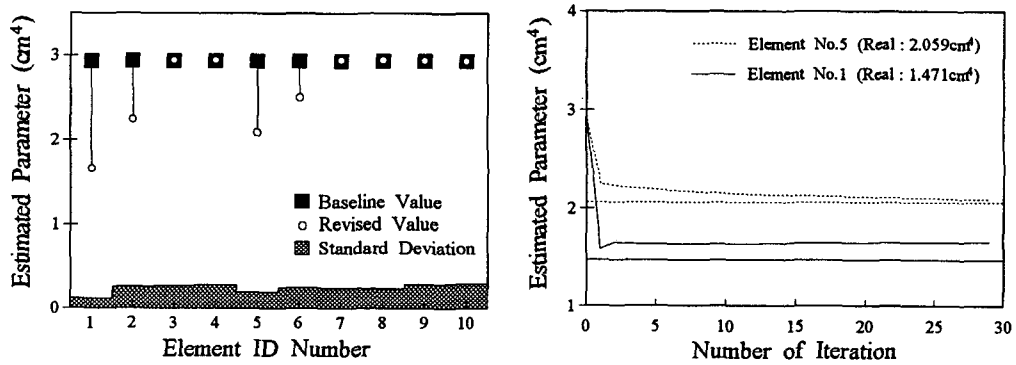


그림 2. 고유진동수 측정자료를 이용한 캔틸레버보의 손상도 추정결과

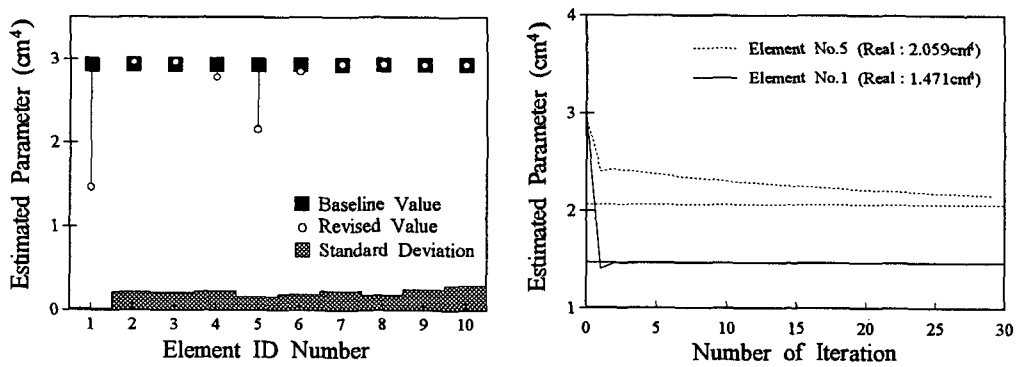


그림 3. 정적응답 측정자료를 이용한 캔틸레버보의 손상도 추정결과

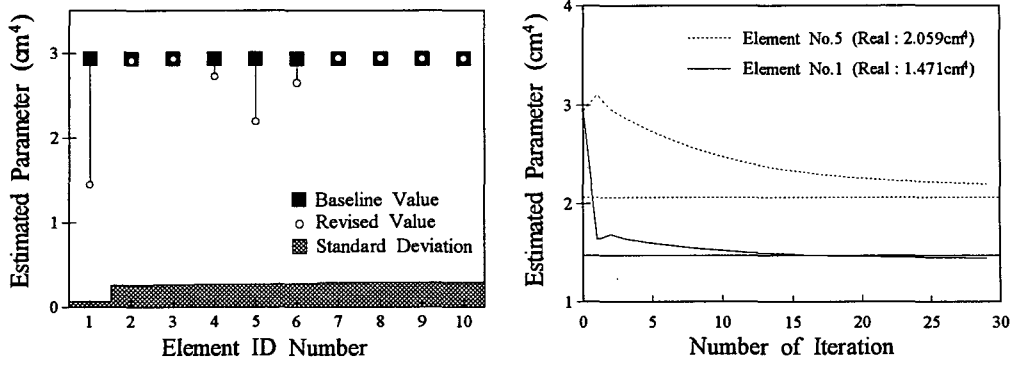


그림 4. 동적응답 측정자료를 이용한 캔틸레버보의 손상도 추정결과

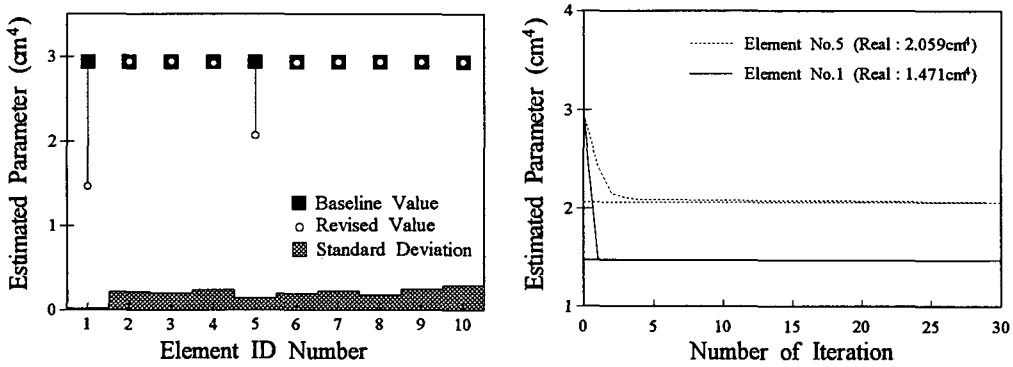
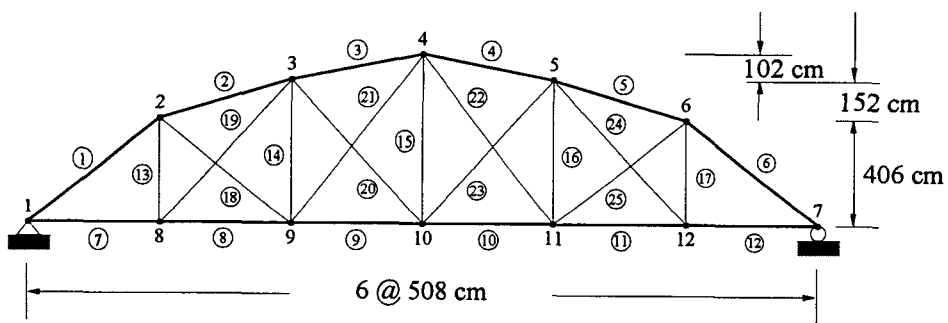


그림 5. 동적 및 정적응답의 합성자료를 이용한 캔틸레버보의 손상도 추정결과



$E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$
 $A = 116 \text{ cm}^2$: element 1 - element 6 97 cm^2 : element 7 - element 12
 66 cm^2 : element 13 - element 17 77 cm^2 : element 18 - element 25

그림 6. Bowstring Truss 구조물의 제원 및 재료물성

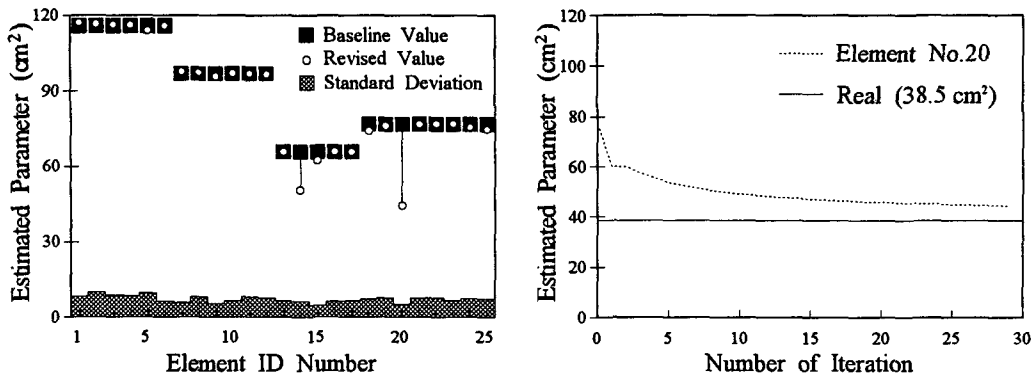


그림 7. 정적응답 측정자료를 이용한 트러스 구조물의 손상도 추정결과 (첫번째 손상단계)

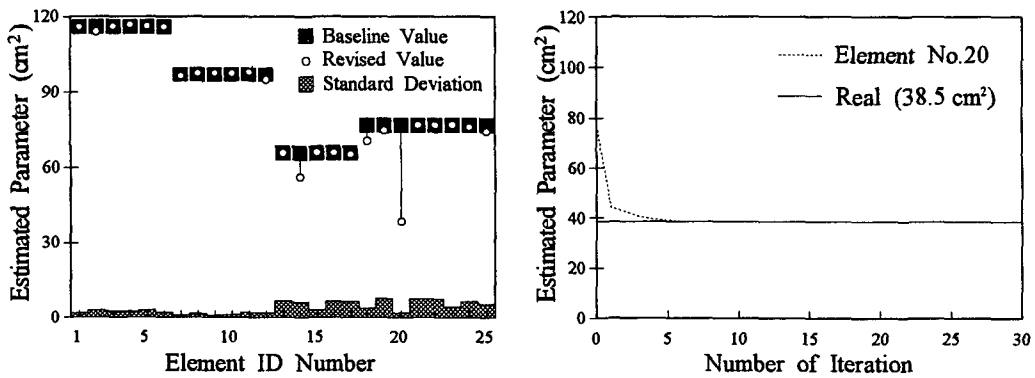


그림 8. 합성자료를 이용한 트러스 구조물의 손상도 추정결과 (첫번째 손상단계)

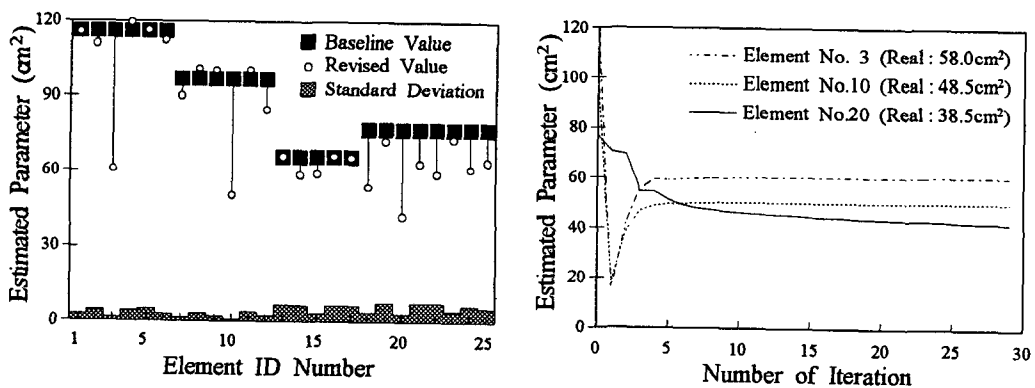


그림 9. 합성자료를 이용한 트러스 구조물의 손상도 추정결과 (두번째 손상단계)