

유연도 변화를 이용한 연속교의 손상부위 추정 및 민감도 해석
Damage Location Detection by Using Variation of Flexibility
and its Sensitivity to Measurement Errors

최형진*, 백영인**, 이학은***
Choi,Hyung-Jin, Baek,Yong-In, Lee,Hak-Eun

ABSTRACT

The presence of a damage, such as a crack, in a structure increases the flexibility and damping in the structure. Most of methods to detect damage or damage location uses stiffness matrix of the structural system. The modification of stiffness matrix, however, has complicated procedures to identify structural system in the basis of finite element model and has too many degree of freedom to calculate. Identification of changes of flexibility of structure can offer damage information immediately and simple procedure can employ real time continuous monitoring system. To identify changes of the flexibility, vibration mode shapes and natural frequencies are usually used. In this paper, a procedure for damage location in continuous girder bridges using vibration data is described. The effectiveness and sensitivity of the presented method to measurement errors in mode shapes and natural frequencies are investigated using analytical results from finite element models. It is shown that the errors in the first mode shape and first natural frequency demonstrate much larger influence than those in the higher mode shapes and modal frequencies.

1. 서 론

구조물의 응답에서 발견되는 동적특성은 모우드 형상이나 각 모우드별 고유진동수와 모우드별 감쇄특성으로 나타나는 모달변수와 구조계의 질량행렬, 강성행렬, 유연도행렬 그리고 감쇄행렬등으로 나타나는 구조계변수로 대표될 수 있다. 응력이나 변형도 특성과는 달리 구조계특성으로 분류되는 구조물의 동적 특성은 균열과 같은 국부적인 변화에 대하여 구조계 전체가 명확하게 변화하는 특성을 가지고 있으므로 이에 따라 손상전 구조물과 비교하여 변화된 모달변수와 구조계변수를 나타내게 되며 이러한 변화된 계수들은 구조물 파악에 대한 중요한 정보를 제공하게 되며 이에 따른 손상도 혹은 손상부위의 추정을 가능하게 한다.

* 대림산업(주) 기술연구본부 주임연구원

** 대림산업(주) 기술연구본부 책임연구원

*** 고려대학교 토목환경공학과 부 교수

2. 연구배경

Adams et al[1]은 손상정도는 모우드 좌표계에서 고유진동수와 감쇄의 차이로 나타나는 것을 보인 바 있다. 또한 Adams와 Cawley[2][3]는 두 개의 다른 모우드에서 보여지는 고유진동수비는 손상도에 무관하고 손상위치에 따라 결정되며 따라서 두 개 이상의 측정된 고유진동수의 변화를 이용하여 손상부위를 추정하는 방법을 제안하였다. 여기에 Adams, Cawley, Pye 와 Stone[4]의 통계적 개념을 포함시킨 구조계파악기법을 이용하여 오차행렬의 변환을 이용해 측정된 고유진동수를 바탕으로 손상도를 추정하는 방법이 Penny et al.[5]에 의해 제안되었으며 Liang et al.[6]은 이를 적용시켜 변수특성을 파악하였다.

이러한 방법들을 적용하는 데 있어 심각할 정도의 연산시간과 유한요소 모델과의 연계를 위한 질량행렬의 도출 및 자유도의 조정이 문제시 되고 있으며 구조계파악기법에서는 이를 극복하기 위하여 행렬을 축약시키는 방법을 주로 이용하고 있으나 손상도 혹은 손상부위 추정에는 크게 기여하지 못하는 것으로 알려져 있다. 또한 최근 유지관리의 중요성이 강조되어 실시간에 가까운 구조물 변형상태를 연속적으로 추정해야할 필요가 있는 경우 이상과 같은 이유로 구조계변화계수에 방법은 적용에 한계를 지니고 있다.

모우드형상의 기울기 개념으로 구조계의 유연도변화를 손상도 추정 기법에 도입한 Pandey와 Biswas[7]는 구조물의 유연도 변화의 해석적 결과와 실험적 결과가 상당히 근사하다는 사실과 함께 유연도 행렬은 소수의 저차 모우드에서만 비교적 정확하게 평가될 수 있음을 보여주고 있다. Pandey는 측정된 유연도의 변화를 나타내는 대표치로서 유연도변화 행렬의 해당 열에 있는 요소중 최대값을 선정하였다. 실제의 경우에 있어서 구조물의 고유진동수와 모우드 형상을 측정치로부터 도출하는 과정에서 상당히 많은 부분이 데이터의 획득이나 기기의 정밀도 한계 그리고 수치해석적과정등에서 오차의 개입에 노출되어 있다. 측정오차는 경우에 따라 상당히 크게 포함될 수 있으며 모우드 형상을 구하기 위한 과정에는 더욱 증폭될 수 있다. 따라서 측정오차가 고유진동수나 모우드 형상에 미치는 영향에 따른 추정법의 효율성이 판단되어야 한다.

구조계 유연도의 변화를 이용하여 손상도 혹은 손상부위를 추정하는 기법은 전체 구조계 변수를 조정하는 방법과 달리 요소의 상태를 직접적으로 표현할 수 없으나 손상의 정도에 따라 나타나는 응답양상을 통해 상대적인 손상정도를 직접 파악할 수 있다.

본 논문에서는 단위하중에 의해 발생하는 절점변위의 구조물 손상에 의한 변화를 추적하는 원리를 기본으로하여 손상부위의 추정법에 접근하였다. 수치해석을 위한 적용모델은 2경간과 3경간의 2차원 연속 거더교와 연결된 판요소에 의한 간섭효과를 통해 발현되는 결과의 적용성을 판단하기 위하여 판요소와 보요소로 구성된 모델을 이용하여 슬래브를 고려한 3차원 2경간 거더교등 총 3개의 모델에 대하여 적용하였다. 또한 오차가 포함된 측정결과를 가정하여 본 논문에서 이용한 방법의 효율성과 측정오차에 대한 민감도를 파악하였다.

3. 구조계의 유연도

구조물의 동적해석을 위한 운동 방정식은 감쇄가 무시되는 경우 다음과 같이 표현된다.

$$[M] \{\ddot{x}\} + [K] \{x\} = \{f\} \quad (1)$$

여기서 $[M]$ 은 구조계의 질량행렬을 나타내며 $[K]$ 는 구조계의 강성행렬 그리고 $\{f\}$ 는 구조계의 하중벡터를 나타낸다. 또한 위의 식은 다음과 같이 모우드 좌표계로 변환된다.

$$\{q\} = [\Phi] \{x\} \quad (2)$$

위에서 $\{q\}$ 는 모우드 좌표계의 변위이며 $[\Phi]$ 는 질량에 대하여 Normalize된 모우드 형상을 나타낸다. 식 (2)에 의해 운동방정식은 다음과 같이 모우드 좌표계로 변환된다.

$$\{\ddot{q}\} + [\Omega] \{q\} = [F] \quad (3)$$

$$\text{여기서, } [F] = [\Phi]^T \{f\}$$

$$[\Omega] = [\Phi]^T [K] [\Phi] = \text{diag}\{\omega_i^2\}$$

따라서 유연도 행렬은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$[A] = [\Phi] [\Omega]^{-1} [\Phi]^T \quad (4)$$

특정 절점에 단위하중이 가해지는 경우 구조물의 유연도 혹은 절점변위를 나타내기 위하여 위의 식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$[A] = [A_1, A_2, \dots, A_n] \quad (5)$$

위의 식에서 유연도 행렬 $[A]$ 의 요소벡터 A_i 는 절점 i 에 하중이 가해지는 경우 구조물의 절점변위를 나타낸다. 위의 식(5)와 같은 형태로 초기치 혹은 설계치로 대표되는 손상전 구조물의 유연도 행렬과 손상후의 행렬을 각각 식(6)과 식(7)로 나타낼 수 있다.

$$[A_u] = \{A_{u1}, A_{u2}, \dots, A_{un}\} \quad (6)$$

$$[A_d] = \{A_{d1}, A_{d2}, \dots, A_{dn}\} \quad (7)$$

따라서 손상부재의 유연도 행렬 변화는 다음과 같다.

$$\Delta A_i = A_{ui} - A_{di} \quad (8)$$

식(8)은 i번째 자유도에 단위 하중이 작용하는 경우의 절점변위의 변화를 나타내며 단위하중이 다른 자유도에 작용하는 경우 절점변위는 다른 값을 보이게 된다는 것을 보여주고 있다.

손상지점에서 유연도는 급격히 변화한다는 사실은 기존의 연구를 통해 잘 알려져 있으나 동일한 손상상태에 있는 구조계에서도 상이한 지점에서 작용하는 단위하중에 관련된 유연도의 변화 양상 역시 다른 형태를 보이게 된다. 따라서 손상부위를 추정하기 위해서는 특정 자유도에 작용하는 단위하중에 대한 유연도를 적절히 선택해야 할 필요가 있으며 일반적으로 식(9)와 같이 표현되는 최대유연도가 손상부위를 추정하기 위한 지표로 이용된다.

$$\sum_j |A_{mj}| = \max_k \left\{ \sum_j (|A_{kj}|) \right\} \quad (9)$$

따라서 손상전 상태와 손상후 상태 구조물의 최대 유연도 변화는 다음과 같다.

$$\Delta A_m = A_{um} - A_{dm} \quad (10)$$

최종적으로 식(10)으로 표현되는 유연도 변화는 구조물의 손상부위 추정 및 구조물의 종류에 따른 상대적 손상도 추정의 지표가 될 수 있다.

4. 수치해석

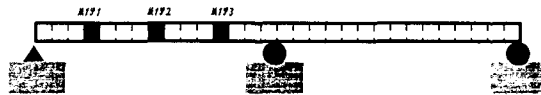
연속교량의 국부적 손상이 전체 구조계의 유연도 변화에 미치는 영향을 파악하기 위하여 2경간과 3경간 교량을 모사한 2차원 유한요소 모델을 이용하여 수치해석을 수행하였다. 또한 측정선상에 위치하지 않은 결함에 대한 적용성을 판단하기 위하여 판요소로 모델링된 슬래브에 의해 거더가 연결되어 있는 2경간 거더교의 3차원 모델을 이용하였다. 비교를 위하여 교량의 제원은 경간수에 상관없이 통일하였으며 3차원으로 모델링된 2경간교량은 2차원으로 모델링된 2경간교와 동일한 모델을 이용하였다. 측정은 한 경간을 10등분하여 변위고정점을 제외한 8점에서 수행하는 것으로 가정하였으며 3차원 교량에는 무손상 거더상에서 측정하는 것으로 가정하였다. (그림 1)

측정된 모우드별 데이터는 구조계의 강성에만 영향을 주며 질량에는 영향을 미치지 않는 것으로 가정하였으며 손상을 모사하기 위하여 특정부재의 단면2차모멘트를 조정하였다. 손상부위에서 구조물의 유연도 변화가 발현되는 양상을 검토하기 위하여 2경간 교

량에서 경간 중앙부와 단부에 인접한 1/4 지점 그리고 인접 경간 방향으로 1/4 경간지점 등 총 3개소에 각 50%의 단면 이차 모멘트 감소를 가정하였다. 또한 3경간 모델에 대해서는 외측경간의 중앙과 양측 1/4 지점 등 3개소와 중앙경간의 중앙과 양측 1/4 지점에 동일한 정도의 손상을 가정하여 해석하였다. 슬래브를 고려한 거더교 모델은 인접 거더의 손상에 의해 측정선상 거더의 응답 특성이 받는 영향을 검토하기 위한 모델이므로 4개의 거더로 지지되는 슬래브교로 가정하였으며, 각 거더의 중심에 손상을 가정해 인접 거더의 손상특성을 해석하였다.

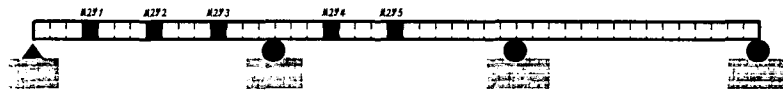
모델 1 - 2경간 연속교

$$E = 21000MPa \quad I = 2.5m^4 \quad L = 2@30m$$



모델 2 - 3경간 연속교

$$E = 21000MPa \quad I = 2.5m^4 \quad L = 3@30m$$



모델 3 - 2경간 연속교 3차원

$$E = 21000MPa \quad I = 0.5m^4 \text{ (for Beam)} \quad L = 2@30m \quad t = 0.2m$$

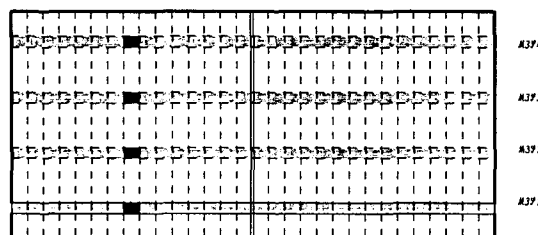


그림 1. 수치해석모델

2경간 연속교에서는 최외측 지점에서 단경간의 중앙지점까지는 동일한 손상에 의해 유연도 변화가 증가하는 추세를 보이고 있으며 중앙지점에 근접할수록 빠른 속도로 감소하

는 특성을 보이고 있다. 이는 외측 단부에 손상이 발생하는 경우 연속화된 타경간의 영향을 비교적 적게 받는 효과와 유연도 자체변화의 폭이 합성되어 나타나는 현상으로 손상지점에서의 급격한 변화를 반영하고 있다. 또한 동일한 손상에 대한 지점효과를 고려할 때 이와 같은 추세를 적용하여 손상도의 절대적 추정에 이용할 수 있다.

3경간 연속교 모델에서는 2경간교와 유사한 추세의 결과를 보이고 있으며 외측경간의 손상에 의한 유연도의 변화양상이 중앙경간에 비하여 다소 크게 나타나고 있다.

슬래브에 의해 전달되는 손상부위 특성은 측정선상에 위치한 거더의 손상부위 특성은 충분히 반영되고 있으나 인접 거더에서의 손상에 대한 영향은 현격히 감소하고 있다. 이는 거더교의 특성상 슬래브를 구성하는 판요소가 거더에 비하여 강성이 매우 낮아 거동특성의 전달성이 낮은 이유이며 판요소가 주요소인 교량에 대해서는 보다 명확한 결과를 보일 것으로 판단된다.

5. 민감도 해석

고유진동수나 모우드 형상과 같은 모달계수를 파악하기 위한 측정오차가 본 논문에서 이용된 방법에 미치는 영향을 파악하기 위하여 초기 5개의 고유진동수와 모우드 형상의 측정오차에 대한 유연도 변화의 민감도 해석을 측정오차를 모사하기 위한 유한요소 해석 결과로 나타나는 모우드별 데이터를 이용하여 수행하였다.

고유진동수에 포함되어 있는 오차는 특정한 값에 의해 모사되었으며 오차의 크기는 각 모우드에서의 오차와 고유진동수의 절대값의 비로 나타냈다. 모우드 형상에서의 오차는 무작위 벡터로 모사되었으며 여기서 오차의 크기는 다음과 같은 식에 의해 나타냈다.

$$R = \frac{\text{norm}\{\Delta\Phi_i\}}{\text{norm}\{\Phi_i\}} \quad (11)$$

$$\text{여기서, } \text{norm}\{\Delta\Phi_i\} = \sqrt{\Delta\Phi_{i1}^2 + \Delta\Phi_{i2}^2 + \dots + \Delta\Phi_{in}^2}$$

$$\text{norm}\{\Phi_i\} = \sqrt{\Phi_{i1}^2 + \Phi_{i2}^2 + \dots + \Phi_{in}^2}$$

민감도 해석은 손상 구조물의 고유진동수나 모우드 형상에만 오차를 포함시켜 해석을 수행하였으며 이에 따라 나타난 민감도는 그림 7에서 그림 12까지에 보인 것과 같다. 그림에서 볼 수 있듯이 1차고유진동수에 오차가 포함되는 경우가 2차 이상의 고유진동수에 오차가 포함되는 경우보다 큰 차이로 민감하게 반응한다. 또한 1차고유진동수의 오차가 10% 이내로 제한되는 경우 그리고 2차이상의 모우드별 고유진동수가 30% 이내로 제한될 수 있는 경우 유용하게 이용될 수 있음을 알 수 있다.

최초의 모우드에 대한 모우드 형상 측정 오차에 대한 민감도 해석결과는 고유진동수에 대한 민감도 해석결과와 마찬가지로 첫 번째 모우드의 민감도가 가장 크게 나타나고 있으며 첫 번째 모우드의 추정오차가 3%에 달하면 구조물의 결합부위를 탐지하기가 매우

곤란한 수준에 달한다. 그러나 두 번째 이후의 모우드 형상에 대해서는 5% 이상의 오차에 대해서도 비교적 안정된 값을 보이고 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 연속교량의 고유진동수와 모우드 형상 등의 고유진동수에 의해 발견되는 유연도 행렬의 변화를 이용하여 구조물의 손상부위를 추정하는 방법을 제시하였으며 2경간과 3경간의 2차원 거동을 보이는 교량 그리고 인접거더에 영향을 미치는 2경간의 3차원 교량에 대하여 계산적으로 적용하고 유용성을 판단하였다.

본 논문에서 제시된 방법을 이용하기 위해서는 구조계 유연도의 변화를 감지할 수 있는 충분한 측정 데이터를 필요로 하며, 측정된 자유도에 대하여 유연도를 나타내는 대표치로 발견되는 최대 유연도를 이용하였다. 단순지지 보와 달리 연속교량에서는 인접 경간의 영향이 손상구간에 미치게 되나 다경간교량에 대해서도 손상부위에서의 유연도 변화는 충분히 감지할 수 있는 정도로 나타났다. 또한 슬래브를 고려한 거더교의 모의해석에서 인접한 거더의 손상부위 색출은 가능한 수준으로 판단되었다. 민감도 해석결과 측정오차는 각 모우드의 기여도에 상관없이 저차 모우드에서 크게 나타나고 있으며 고차 모우드에서는 동일한 오차에 비하여 매우 작은 정도의 민감도를 나타내고 있다.

참고문헌

- [1] R. D. Adams, D. Walton, J. E. Flitcroft and D. Short, "Vibration testing as a nondestructive test tool for composite materials", Composite Reliability, ASTM STP 580, pp159-175, 1975
- [2] P. Cawley, M. and R. D. Adams, "The Location of Defects in Structures from Measurements of Natural Frequencies", Journal of Strain Analysis, Vol 14, pp 49-57, 1979
- [3] R. D. Adams, P. Cawley, C. J. Pye and B. J. Stone., "A Vibration Technique for Non-destructively Assessing the Integrity of Structures.", Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 20, No.2, pp93-100, 1978
- [4] Collins, J. D., Hart, G. C., Hasselman, T. K., and Kennedy, B., "Statistical Identification of Structures," AIAA Journal, Vol. 12, Feb. 1974, pp.185-190
- [5] J. Penny, D. Wilson, and M. Friwell, Damage Location in Structures using Vibration Data, Proceedings of IMAC 12th, pp861-867, 1983
- [6] R. Y. Liang, J. Hu, and F. Choy, "Theoretical Study of Crack-induced Eigenfrequency Changes on Beam Structures", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 118, pp384-396, 1992
- [7] A. K. Pandey and M. Biswas, Damage Detection in Structures using Changes in Flexibility, Journal of Sound and Vibration

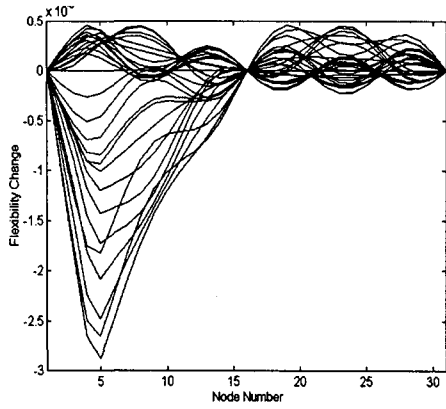


그림 1. Model 1-Senario 1 전체유연도 변화

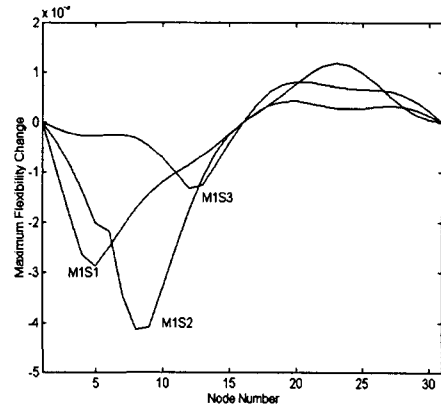


그림 2. Model 1 최대유연도 변화

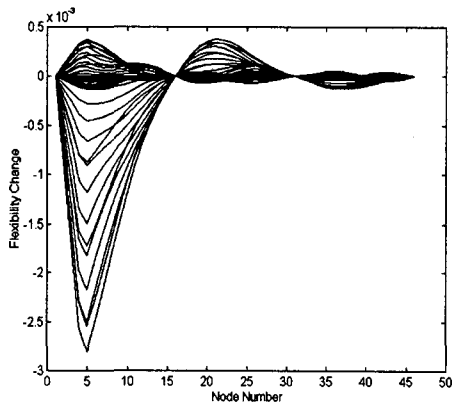


그림3. Model 2-Senario 1 전체유연도 변화

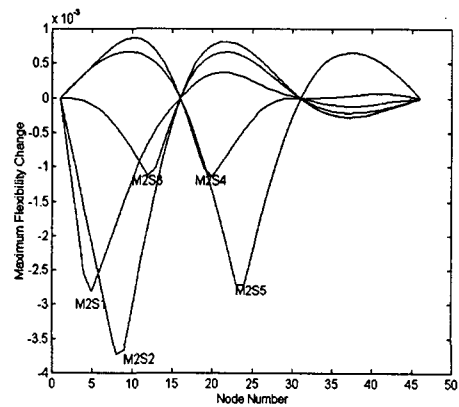


그림 4. Model 2 최대유연도 변화

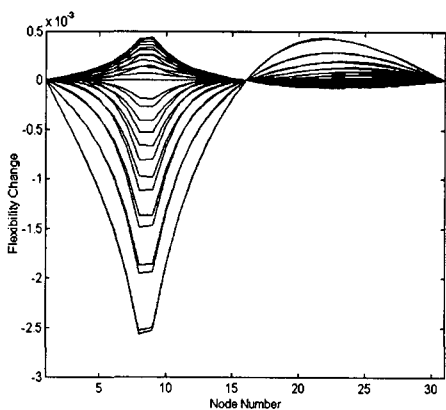


그림 5. Model 3-Senario 1 전체유연도 변화

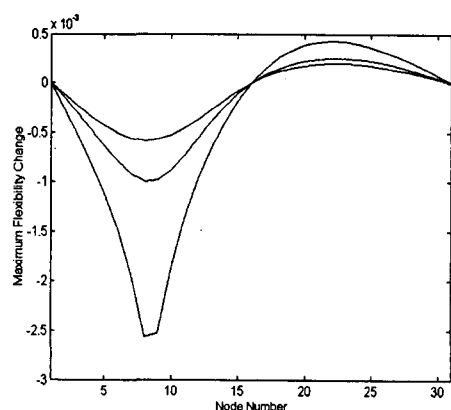


그림 6. Model 3 최대유연도 변화

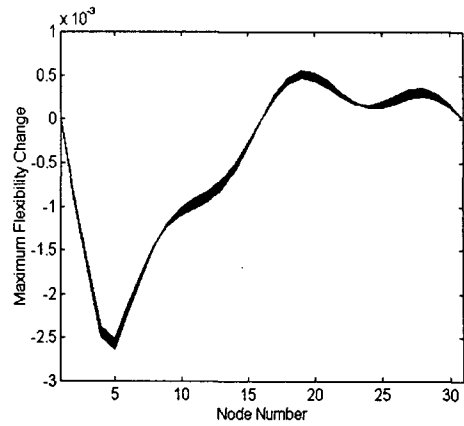
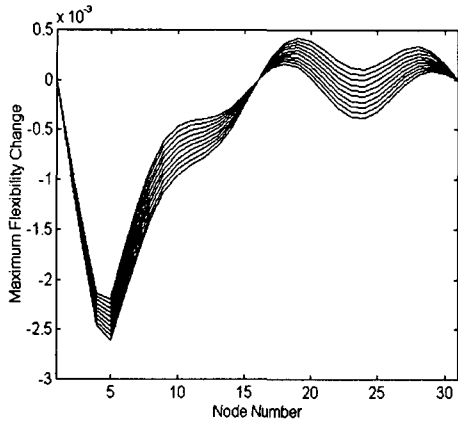


그림 7. 1차 고유진동수 민감도(M1S1;1-10) 그림 8. 3차 고유진동수 민감도(M1S1;1-10)

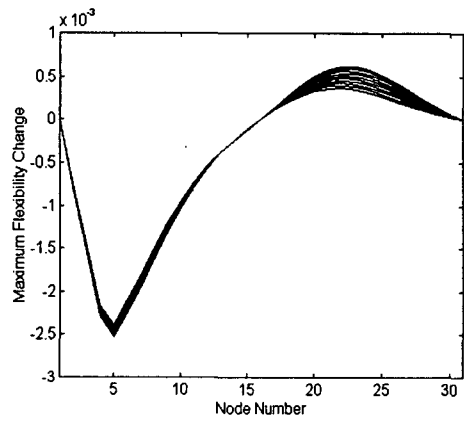
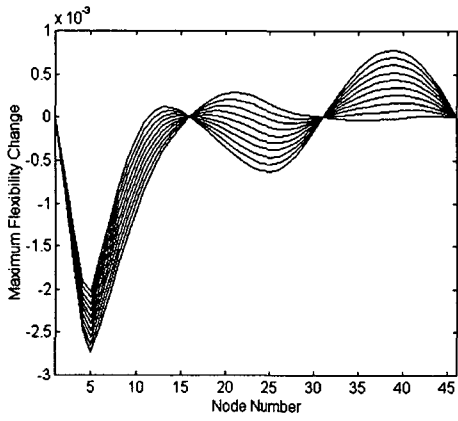


그림 9. 1차 고유진동수 민감도(M2S1;1-10) 그림 10. 3차 고유진동수 민감도(M2S1;1-10)

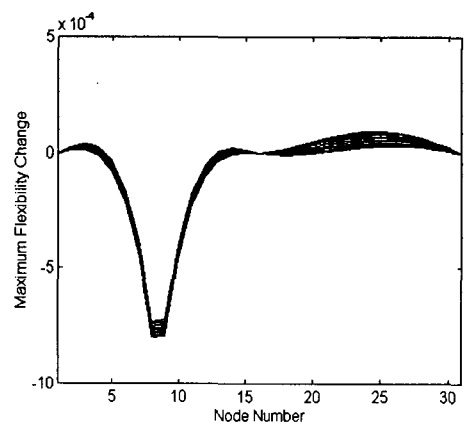
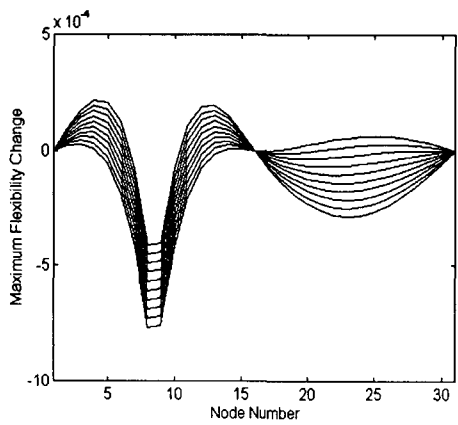


그림 11. 1차 고유진동수 민감도(M1S1;1-10) 그림 12. 3차 고유진동수 민감도(M1S1;1-10)