

부분구조 추정법을 이용한 국부구조계수추정 Estimation of Localized Structural Parameters Using Substructural Identification

윤 정 방* , 이 형 진**
Yun, Chung-Bang Lee, Hyeong Jin

ABSTRACT

In this paper, a method of substructural identification is presented for the estimation of localized structural parameters. For this purpose, an auto-regressive and moving average with stochastic input (ARMAX) model is derived for the substructure to process the measurement data impaired by noises. The sequential prediction error method is used for the estimation of unknown localized parameters. Using the substructural method, the number of unknown parameters can be reduced and the convergence and accuracy of estimation can be improved. For some substructures, the effect of the input excitation is expressed in terms of the responses at the interfaces with the main structure, and substructural identification may be carried out without measuring the actual input excitation to the whole structure. Example analysis is carried out for idealized structural models of a multistory building and a truss bridge. The results indicate that the present method is effective and efficient for local damage estimation of complex structures.

1. 서 론

기설 구조물의 구조특성은 구조적인 손상을 비롯한 여러가지 원인으로 인하여, 최초 설계 당시와는 많이 다른 것이 보통이다. 이러한 기설 구조물의 구조 안전도 평가와 관련하여, 실험을 통해 실측된 입력과 출력자료를 이용하여 구조물의 정적 및 동적특성을 구하는 System Identification이 연구되었다. 이 방법은 매우 많은 계산이 요구되고, 구하고자 하는 미지계수의 수가 클수록 그 정확도가 크게 낮아지는 특징이 있다. 따라서, 이 방법을 교량이나 고층건물 그리고 산업기반시설과 같은 대규모 토목구조물에 직접 적용하는데에는 자유도와 미지계수의 수가 너무 커져서 계산이 부정확해지기 쉽고, 데이터 처리에서도 많은 어려움이 발생하게 된다. 본 논문에서는 이와 같은 문제를 해결하기 위하여 부분구조법에 기반을 둔 System

* 한국과학기술원 토목공학과 교수

** 한국과학기술원 토목공학과 박사과정

Identification 방법을 연구하였다[1,2,3,4]. 이 방법은 부분구조법을 이용하여, 전체 구조계에서 고려대상이 되는 일부분(부분구조)만을 고려하여, 이의 구조계수만을 독립적으로 추정하도록 하므로서, 고려해야할 자유도의 수를 크게 줄이고, 데이터 처리가 매우 용이해지도록 하는 방법이다. 이 방법은 먼저 다음과 같은 부분 구조계에 대한 운동방정식으로 부터 출발한다.

$$M_{0,mm}\ddot{\xi}_m + C_{0,mm}\dot{\xi}_m + K_{0,mm}\xi_m = L_{0,mm}u_m + L_{0,ms}u_s - [M_{0,ms}\ddot{\xi}_s + C_{0,ms}\dot{\xi}_s + K_{0,ms}\xi_s] \quad (1)$$

여기서 ξ 와 u 는 응답과 입력을 나타내고 M, C, K 와 L 은 미지의 구조계수를 나타내며, m 은 고려되는 부구조의 자유도를 뜻하고, s 는 이 부구조의 경계자유도를 뜻한다(그림1). 식 (1)로 부터 경계면에서 측정된 응답은 해당된 부구조의 입력성분과 같이 취급됨을 알 수 있다. 이것은 부분구조추정법에 또하나의 유용한 특성이 있음을 보여주는 것이다. 그것은 부구조에 관련된 자유도 m 과 s 에 입력성분이 작용하지 않는 경우($u_m = u_s = 0$)에는, 입력성분을 계측하지 않고 응답성분만을 계측하여도 부구조에 관련된 미지계수의 추정이 가능하다는 특성이다. 이러한 특성은 여러가지 측정이 어려운 입력항을 가진 구조계의 동특성 추정에 대해서도 이 방법이 효율적으로 사용될 수 있음을 나타내는 것이다. 실제로 System Identification 과정에서는 입력과 응답성분의 계측이 모두 필요하지만, 차량하중이나 파랑하중, 터빈등의 운전 중에 발생하는 하중등 대부분의 토목구조물에 대한 입력하중은 그 성분을 정확히 측정하는 것이 불가능한 경우가 매우 많다.

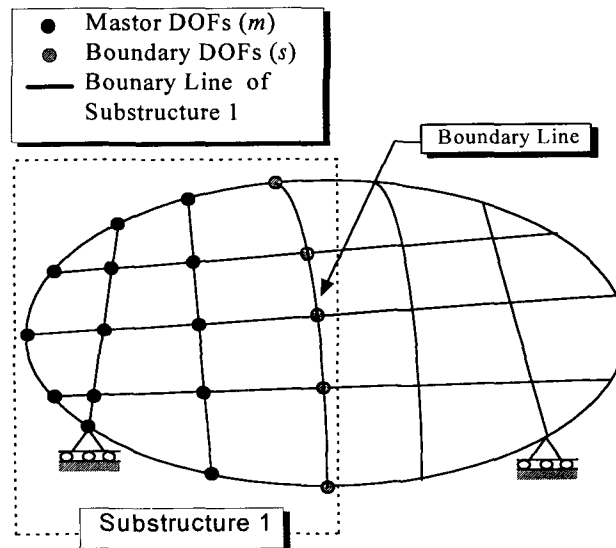


그림 1. 부분구조 분할과 자유도

2. 부구조에 대한 ARMA 모형식

(부분)구조계의 계수추정을 위한 과정은 추정해야할 운동방정식을 적절한 형태로 나타내는 모형식화 단계와 이 모형식을 적절한 방법으로 추정하는 두 단계로 구분된다. 이 첫번째 과정인 운동방정식의 모형화 과정에서, 본 논문에서는 ARMAX (auto-regressive and moving average with auxiliary input) 모형식을 사용하였다.

일반적으로 계측된 입력과 응답성분은 이산시간영역에서 표현되므로, 주어진 운동방정식을 이산시간영역에서의 관계식으로 표현하는 것이 편리하다. 또한, 계측데이터에는 많은 종류의 계측오차의 영향이 포함되기 때문에 모형식에서는 이와 같은 계측오차를 고려할 수 있어야 한다. ARMAX 모형식은 여러가지 종류의 계측오차를 적절히 고려할 수 있는 유용한 모형식으로 알려져 있다. 운동방정식과 ARMA 모형식과의 일반적인 관계는 참고문헌 [5,6,7,8]에 자세히 기술되어 있으므로, 본 논문에서는 부구조 운동방정식으로부터 ARMA 관계식을 유도한 내용만을 기술한다.

식 (1)은 다음과 같은 질량행렬에 대하여 정규화된 운동방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\ddot{\xi}_m + J_{mm}\dot{\xi}_m + K_{mm}\xi_m = L_{mm}u_m + L_{ms}u_s - [M_{ms}\ddot{\xi}_s + J_{ms}\dot{\xi}_s + K_{ms}\xi_s] \quad (2)$$

식 (2)로 부터 각 응답의 계측성분에 따라 Laplace응답함수를 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$Y_m(s) = s^k [s^2 I_{mm} + s J_{mm} + K_{mm}]^{-1} [L_{mm} \quad L_{ms}] \begin{Bmatrix} U_m(s) \\ U_s(s) \end{Bmatrix} - [s^2 I_{mm} + s J_{mm} + K_{mm}]^{-1} [s^2 M_{ms} + s J_{ms} + K_{ms}] Y_s(s) \quad (3)$$

위에서 $Y(s)$ 와 $U(s)$ 는 계측된 응답 $y(t)$ 와 입력 $u(t)$ 의 Laplace 변환이며, 계측된 응답성분이 변위(ξ)이면 $k=0$ 이고, 속도($\dot{\xi}$)이면 $k=1$ 이며, 가속도($\ddot{\xi}$)이면 $k=2$ 이다. 식 (3)은 다음과 같은 형태로 정리될 수 있으며,

$$Y_m(s) = \{[s^2 I_{mm} + s J_{mm} + K_{mm}]^{-1} [s B_1 + B_2] + D\} \begin{Bmatrix} U_m(s) \\ U_s(s) \\ Y_s(s) \end{Bmatrix} \quad (4)$$

이로부터 식 (5)와 같은 ARMA 관계식을 얻을 수 있다.

$$y(k+1) = P_1 y(k) + P_2 y(k-1) + Q_0 u(k+1) + Q_1 u(k) + Q_2 u(k-1) \quad (5)$$

ARMA 모형식의 계수행렬을 추정하는 과정에서 계측오차의 영향을 고려하기 위하여, 예측오차항 $e(k)$ 이 포함을 추가하면, 아래와 같은 ARMAX (auto-regressive and moving average with stochastic input) 모형식이 구성된다 [5,6,7,8].

$$y(k+1) = P_1 y(k) + P_2 y(k-1) + Q_0 u(k+1) + Q_1 u(k) + Q_2 u(k-1) + e(k+1) + H_1 e(k) + H_2 e(k-1) \quad (6)$$

따라서, 실험을 통해 응답과 입력($y(k)$, $u(k)$)이 구해지면, 이 모형식에 적용하여 ARMAX모형식의 계수행렬(P_i , Q_i , H_i)을 추정하고, 이 추정결과로부터 부구조의 강성행렬과 감쇠행렬을 역으로 산정하게 된다.

3. ARMAX 모형식과 순차적 예측오차방법

본 연구에서는 식 (6)의 미지계수(P_i , Q_i , H_i)를 추정하기 위하여 식 (7)과 같은 순차적 예측오차방법이 사용되었는데, 이 방법은 기존의 다른 방법에 비해 수치적으로 매우 유리한 많은 특성을 가지고 있다 [5,6,7,8]. 표 1은 순차적 예측오차방법과 시간영역의 동특성 추정법으로 많이 이용되는 Extended Kalman Filtering 방법을 비교하여 순차적 예측오차방법의 특성을 나타낸 것이다.

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k+1) &= \hat{\theta}(k) + F(k+1)\Psi(k)(y(k+1) - \hat{y}(k+1)) \\ F(k+1)^{-1} &= F(k)^{-1} + \Psi(k)\Psi(k)^T, \quad F(0) = \beta I, \quad \beta > 0 \\ \Psi_{ij}(k) &= \left. \frac{d\hat{y}_j(k+1, \theta)}{d\theta_i} \right|_{\theta = \hat{\theta}(k)} \\ \Psi(k)^T &= \hat{H}_1(k)\Psi(k-1)^T + \hat{H}_2(k)\Psi(k-2)^T \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $\hat{\theta}(k+1)$ 는 추정된 계수벡터로서 미지계수행렬들의 모든 요소를 포함한 벡터이며, $\hat{y}(k+1)$ 은 추정된 계수행렬을 이용하여 예측된 응답이고, $\hat{H}_i(k)$ 는 예측오차항에 관련된 계수행렬의 추정치이다.

Table 1. 순차적 예측오차방법과 Extended Kalman Filter방법의 비교

Properties	Extended Kalman filtering	Sequential prediction error method
Required expertise	substantial	medium
Numerical convergence	sometimes	always
On-line potential	low	high
Initial guess	close	anywhere
Reliability of results	medium	good

4. 예제해석 및 토의

부구조법에 의한 동특성 추정법을 검증하기 위하여 그림 3, 5와 같은 5층 전단빌딩과 2경간 트러스 교량을 선택하여 수치모의실험을 수행하였다. 5층 전단빌딩에 대한 예제에서는 최상층에 비정상 불규칙입력이 가해진다고 가정하였다. 이 예제에서는 그림 3에서와 같이 각각 2개의 자유도를 가지는 4개의 부구조로 분할하였는데, 부구조 3과 4는 입력성분이 계수추정과정에서 포함되지 않은 경우이다. 이때 각 부구조의 감쇠행렬과 강성행렬에 대한 추정결과를 표 2에 보이었는데, 추정결과가 가정된 정답에 매우 근접해 있음을 볼 수 있었다. 입력성분이 전혀 고려되지 않고 추정된 부구조 3과 4에 대해서도 그 결과가 매우 양호함을 알 수 있었다.

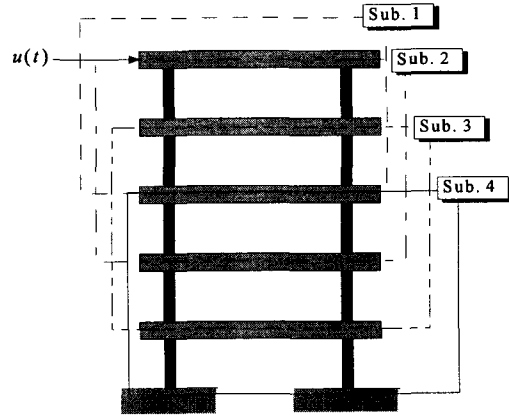


그림 3. 5층 전단빌딩

표 2. 추정된 감쇠 및 강성행렬(5층 전단빌딩)

Cases	J_{mm}			$K_{mm} \times 10^{-3}$		
	Exact	no noise	5% noise	Exact	no noise	5% noise
Substructure 1 (m DOF 5,4)	3.338 -3.338 -2.670 4.920	4.039 -2.914 -2.422 5.353	3.402 -3.764 -2.647 5.250	2.813 -2.813 -2.250 5.250	2.818 -2.814 -2.254 5.273	2.825 -2.837 -2.258 5.265
Substructure 2 (m DOF 4,3)	4.920 -2.250 -1.125 2.400	5.735 -1.631 -0.576 3.610	5.239 -1.952 -0.851 2.877	5.250 -3.000 -1.500 3.188	5.489 -3.000 -1.487 3.208	5.440 -3.010 -1.484 3.183
Substructure 3 (m DOF 3,2)	2.400 -1.275 -0.850 1.750	3.505 -0.374 -0.104 3.543	2.721 -1.278 -0.674 2.074	3.188 -1.688 -1.125 2.250	3.204 -1.684 -1.129 2.323	3.180 -1.671 -1.143 2.297
Substructure 4 (m DOF 2,1)	1.750 -0.900 -0.675 1.350	3.547 0.487 0.498 3.489	1.980 -0.341 -0.680 1.362	2.250 -1.250 -0.938 1.781	2.266 -1.245 -0.935 1.789	2.247 -1.262 -0.931 1.757

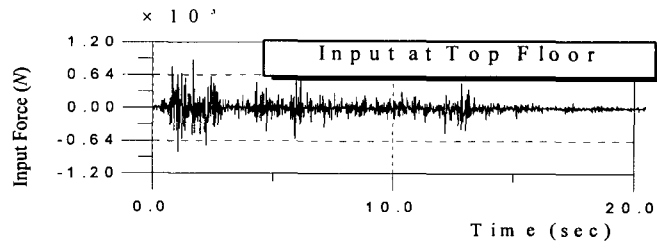
NOTE : $F(0) = 100I$, $\theta(0) = 0$, $\Delta t = 0.01$, no. of data = 2000

두번째 예제인 트러스 교량에서는 입력이 그림 5와 같이 작용되는 것으로 가정하였고, 비정상성분의 입력(Type I)과 랜덤입력(Type II)의 두 종류 입력성분에 대한 특성을 분석하였다. 이 구조에 대한 미지계수의 추정은 부구조 1, 2에 대하여 수행하였다. 이 경우 전체구조계에 대해 미지계수 추정을 수행할 경우 미지계수의 수는 1660개인 데 반하여, 부구조 1에 대해서는 352개, 2에 대해서는 405개의 미지계수 만을 추정함으로써 이 구조계의 분석이 가능함을 볼 수 있었다. 또한, 표 3에서 보여지는 바와 같이 실제의 입력성분이 사용되지 않고 추정되는 부구조 2에 대한 결과가 부구조 1에 비해 정확도가 약간 떨어지나 전반적인 오차율이 충분한 허용범위내에 있음을 볼 수 있었다.

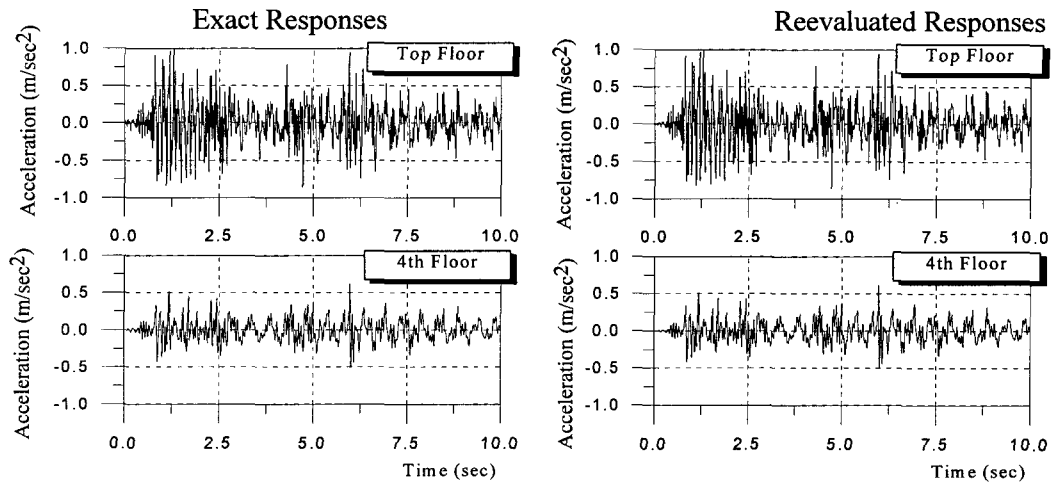
상기의 예제해석 결과로 부터, 대형구조물의 미지계수추정에는 본 논문에서 연구된 부구조기법이 매우 효율적일 수 있음을 알 수 있다. 또한, 부구조기법을 사용할 경우에는 계측에 어려움이 있는 입력성분을 일부만 계측하거나 전혀 계측하지 않고도 미지구조계수를 추정할 수 있는 장점이 있음을 알 수 있었다.

참고문헌

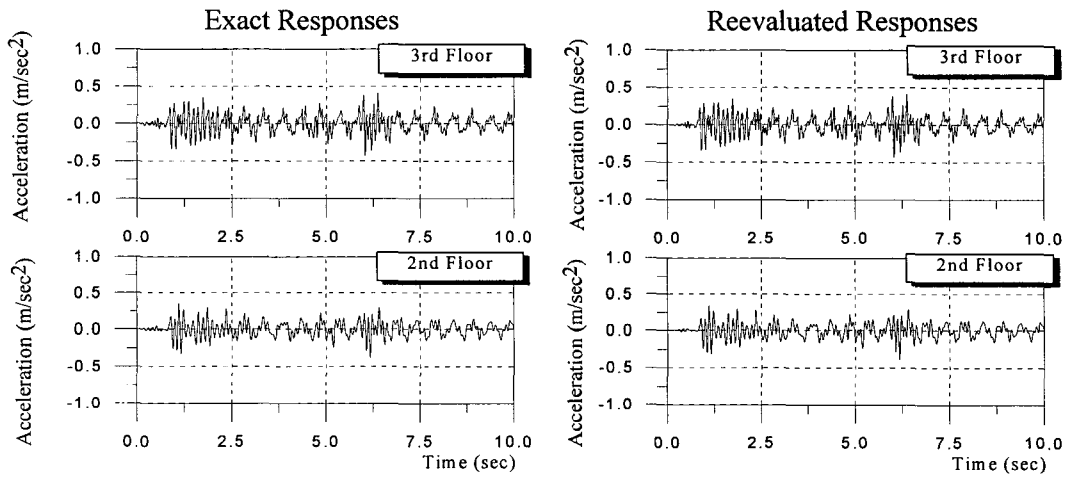
- [1] Chan Ghee Koh, Lin Ming See and Thambirajah Balendra, " Estimation of Structural Parameters in Time Domain : A Substructure Approach", Earthquake Eng. and Structural Dynamics, Vol.20, 1991, 787-801
- [2] Andres W. C. Oreta and Tada-aki Tanabe, "Localized Identification of Structures by Kalman Filter", Str. Eng./Earthquake Eng. JSCE, Vol.9, No. 4, January, 1993, 217s-225s
- [3] Duan Wang and Archinotya Haldar, "Element-Level System Identification with Unknown Input", J. of Eng. Mech., ASCE, Vol.120, No.1, January, 1994, 159-176
- [4] Akihiko Nishimura, "Examination of Bridge Substructure for Integrity", Japanese Railway Eng., No.114, June, 1990, 13-17
- [5] Goodwin and R.L. Payne, "Dynamic System Identification", Academic Press, 1977
- [6] Goodwin and K.S. Sin, "Adaptive Filtering, Prediction and Control", Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1984
- [7] Lee and C.B.Yun, "Parameter Identification of Linear Structural Dynamic Systems", J. of Computers and Structures, 1991
- [8] Yun, C.-B., Lee, H.-J. and Lee, C.-G., "On Sequential Prediction Error Method for Structural Identification", Submitted to J. of Eng. Mech., ASCE, 1995



(a) Input Time History at Top Floor



(b) Acceleration Response Time Histories (Substructure 1)



(c) Acceleration Response Time Histories (Substructure 3)

그림 4. Comparisons of Exact and Reevaluated Responses : 5-층 빌딩모형

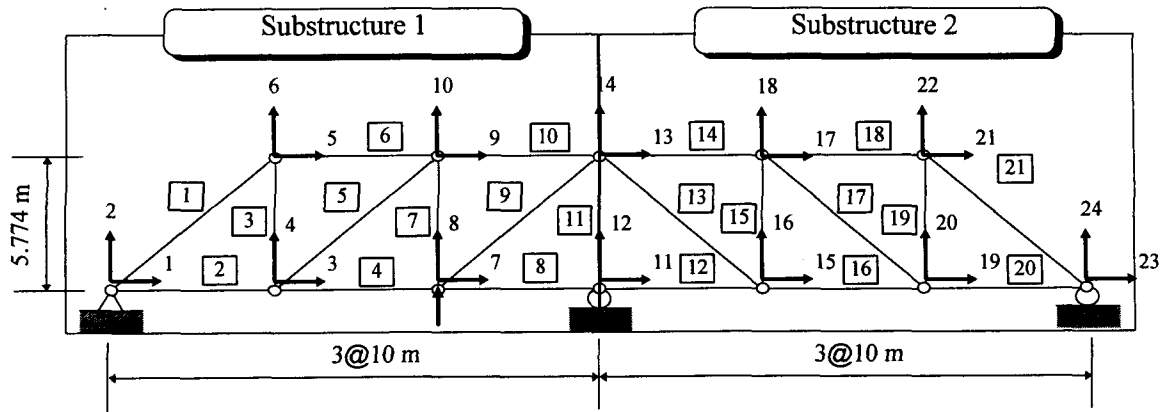
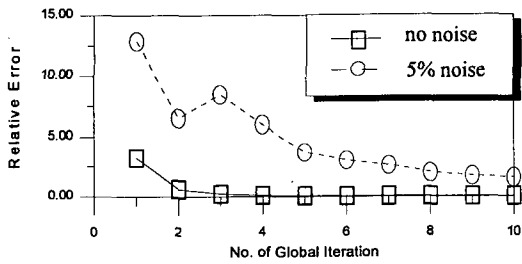


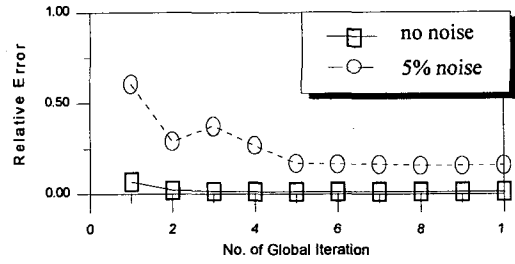
그림 5 2-경간 트러스 교량

표 3. 추정된 강성행렬의 추정오차 (2-경간 트러스 교량)

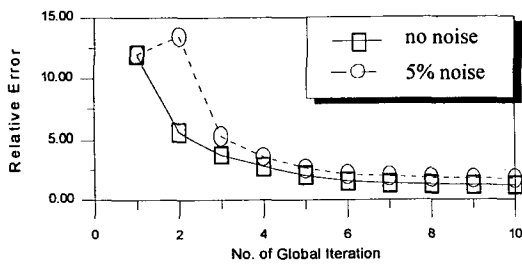
Input Type	Type I-0%	Type I-5%	Type II-0%	Type II-5%
Substructure 1	0.012	0.157	0.450	0.295
Substructure 2	0.148	0.270	0.912	0.762



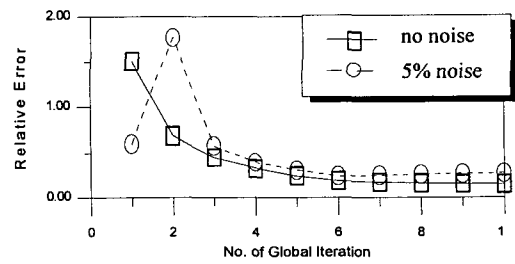
(a) Damping Matrices (Substructure 1)



(b) Stiffness Matrices (Substructure 1)



(c) Damping Matrices (Substructure 2)



(d) Stiffness Matrices (Substructure 2)

그림 6. 추정된 구조계수의 수렴성 (2-경간 트러스 교량 : 입력 I)