

## 열차하중을 받는 트러스교의 동적하중모형 연구

# A Study on the Dynamic Load Model of Truss Bridge subjected to Moving Train Loads

안주옥\* 박상준\*\*  
An Zu-Ok Park Sang-jun

## ABSTRACT

Dynamic load models which show the practical behavior of truss bridge subjected to moving train load are presented. Three basically approaches are available for evaluating structural response to dynamic effects ; moving force, moving mass, and influence moving force and mass. Simple warren truss bridge model is selected in this research, and idealized lumped mass system, modelled as a planar structure. In the process of dynamic analysis, the uncoupled equation of motion is derived from simultaneous equation of the motion of truss bridge and moving train load. The solution of the uncoupled equations of motion is solved by Newmark- $\beta$  method. The results show that dynamic response of moving mass and static analysis considering the impact factor specified in the present railway bridge code was nearly the same. Generally, the dynamic response of moving force is somewhat greater than that of moving mass. The dynamic load models which are presented by this study are obtained relatively adequate load model when apply to a truss bridge.

1. 서 론

최근 교통량의 비약적인 증가와 공업기술의 발달로 인해 차량의 중량화와 고속화가 이루어지고 있으며, 컴퓨터기술의 발달로 구조물의 최적설계가 가능하게 되어, 그 결과 설계단면의 감소를 가져올 수 있게 되었다. 또한, 고강도 재료의 개발로 사용부재가 점차 경량화되고 있는 추세이다. 이러한 모든 요인들은 동 하중이 작용하는 교량구조물에 대해서는 과거에 예상치 못했던 진동이 발생하게 되는 원인이 될 수가 있다. 철도교의 경우에는 구조적인 면에서 볼 때, 도로교와는 달리 활하중의 크기와 작용하는 위치가 아주 명확하고 사하중에 대한 활하중의 비가 크며, 설계응력에 가까운 과대응력이 작용하는 확률도 높아 도로교에서 보다 훨씬 심한 진동이 발생할 수 있다. 열차 주행시, 철도교에 발생하는 동적인 거동을 실제와 가깝게 파악하려면 적절한 해석방법과 합리적인 동적하중을 모형화할 수 있어야 할 것이다. 이 문제를 정확하게 해석하기 위해서는 수많은 인자를 고려해야 하므로 그 과정이 매우 복잡하며, 더우기 열차와 철도교의 구조형식이 시대에 따라 변하기 때문에 많은 실험적, 이론적 연구가 요구된다.

본 연구에서는 열차하중을 받는 트러스교의 실거동을 보다 합리적으로 파악하기 위하여, 적절한 동적하중모형을 제시하는 데 있다. 또한, 주행시의 열차하중을 이러한 등가의 동적하중으로 이상화하여 해석함으로서, 트러스교의 거동을 주요 절점에 대한 시간이력을 작성하고, 실제 동적거동의 특성을 이해하는 데 있다. 또한, 정적해석시 충격계수를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우에 대한 해석결과와 본 연구에서 제시한 동적하중모형을 적용한 해석결과와 비교한 구조물의 거동을 파악하는 데 있다.

\* 경희대학교 공과대학 토목공학과 교수  
\*\* 경희대학교 대학원 토목공학과 석사과정 졸업  
코오롱건설(주) Eng.사업부 구조설계팀

열차는 일반차량과는 달리 궤도위를 이동하는 경우로 노면거칠기와 제동의 영향은 고려하지 않고, 열차주행에 따른 동적하중을 세가지 경우로 모형화하여 동적해석을 수행하였다. 그 중 첫번째는 열차가 일정한 속도로 주행할 때, 매 시점별로 열차의 축중하중이 작용하는 위치를 알아내어 트러스요소의 양절점으로 선형분배하여 절점하중으로 바꿔어 작용하는 것으로 모형화하였다. 두번째는 단위이동하중에 의한 영향값 개념으로 임의의 절점에 작용하는 것으로 모형화하였으며, 세번째로 열차가 주행하므로서 열차질량에 의해 발생되는 관성력이 동적응답에 영향을 줄 것으로 보고 이를 고려하여 동적해석을 수행하였다.

해석에 적용한 트러스교는 평면구조물로 모델링하고 바닥보, 궤도, 브레이싱등은 질량의 일부로서만 고려하였으며, 감쇠의 영향은 고려하지 않았다.

## 2. 연구 내용

본 연구를 위해 작성한 동적해석프로그램은 직접적분법인 Newmark- $\beta$  알고리즘을 바탕으로, 각 단계별로 부프로그램(Sub-Program)을 작성하였다. 또한, 해석결과는 주요 절점에 대한 동적응답을 수직처짐을 중심으로 시간이력을 작성하였다. 또한, 열차주행시 가장 불리한 시점에서의 하중조건을 적용하여 정적해석을 하였으며, 국내 및 일본의 강철도교 설계 표준시방서에서 제시하고 있는 충격계수를 고려하여 정적해석을 수행하였다. 본 연구에서 사용한 동적해석 프로그램의 타당성은 상용 구조해석 프로그램인 SAP90의 동적해석 결과와 비교하여 검증하였다.

### 2.1 운동방정식

첫번째 경우의 해석은 열차 주행시, 매 시점별로 축중하중이 트러스요소의 양절점으로 분배된 절점하중으로 하중벡터(이하, Moving Force)를 구성하였다. 이 경우에는 절점하중의 작용점과 하중의 크기가 시각별로 바뀌게 된다. 두번째 경우는 구하고자 하는 절점에 대해 단위이동하중에 의한 영향값 개념으로 하중벡터(이하, Influence Moving Force)를 구성하였으며, 이때는 절점하중의 크기는 변하지만, 작용위치는 변하지 않는 경우이다. 세번째는 열차가 주행하므로서, 열차질량에 의해 발생하는 관성력이 동적응답에 영향을 줄 것으로 보고, 이를 해석에 포함시키는 경우로 위의 두 경우(이하, Moving Mass, Influence Moving Mass)에 모두 적용하였다.

#### 2.1.1 Moving Force 운동방정식<sup>(4,5)</sup>

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}) + m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c \frac{\partial u}{\partial t} = P(x, t) \quad (2-1)$$

#### 2.1.2 Moving Mass 운동방정식<sup>(4,5)</sup>

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}) + \bar{m} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c \frac{\partial u}{\partial t} = P(x, t) \quad (2-2)$$

여기서  $\bar{m}$  는 다음으로 표현된다.

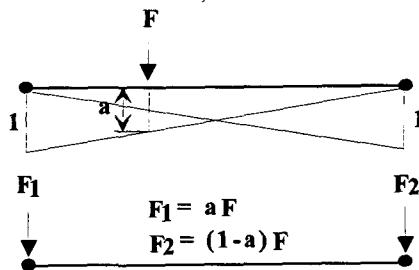
$$\bar{m} = m + M \delta (x - x_0) \quad (2-3)$$

여기서,  $u$ 는 변위,  $m$ ,  $EI$ ,  $c$ 는 단위길이당 질량, 흡강성, 감쇠계수,  $P(x, t)$ 는 하중벡터이며,  $M$ 은 하중의 질량,  $x_0$ 는 하중의 위치,  $\delta$ 는 Dirac Delta Function 이다. 식(2-1)에서  $m$ 은 일정하지만 식(2-2)의 경우는 시간에 따라  $m$ 이 바뀌므로, 하중의 작용점에 대해 위의 식(2-3)과 같이  $\bar{m}$ 로 나타낼 수 있다.

## 2.2 하중벡터의 모형화

열차의 축배치에 따라 여러개의 하중이 임의의 위치에 동시에 작용하는 경우  $n$ 개의 하중들에 대해 그림(2-1)과 같이 계산된 값들을 중첩하여 구하며, 그림(2-2)와 같이 임의의 한 절점에서의 영향값들을 고려하여 계산한다.

본 연구의 하중모형은 임의의 절점에서 비주기함수의 충격하중형태로 작용하게 되며,  $n$ 개의 작용 열차 축하중의 영향을 고려한 해석결과 매 시점에 대해 다음의 그림(2-3)과 (2-4)의 하중형태로 나타났다.



그림(2-1) Moving Force 형태



(a) 절점 5의 경우

(b) 절점 3의 경우

그림(2-2) Influence Moving Force 형태

## 2.3 해석프로그램

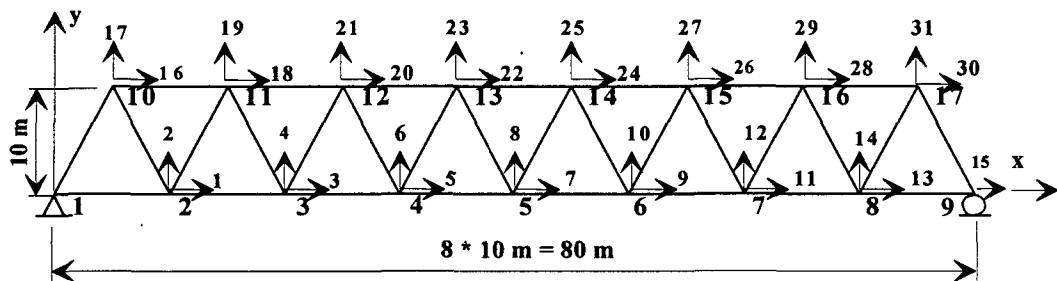
본 연구 수행을 위해 FORTRAN 언어를 사용하여 매 시점별 축중하중의 위치와 크기를 구하고, 절점 하중으로 변환하는 1 단계 부프로그램(MFORCE)을 작성하여 각각의 하중벡터 항을 구성하였다. 2 단계로 축중하중이 작용되는 각 절점을 매 시점별로 파악할 수 있도록 프로그램(MMASS)하였으며, 마지막 단계로 Newmark 알고리즘을 이용한 동적해석프로그램(NWMRK)을 작성하여 해석하였다.

### 3. 수치해석

본 연구에서 제시한 세가지 하중모형에 대해 트러스교의 동적응답을 알아보고, 그 탄성을 비교, 검증하기 위하여 Moving Force, Moving Mass, Influence Moving Force, Influence Moving Mass에 대해 각각 수치해석을 수행하였다.

#### 3.1 해석모델

해석에 사용된 교량모델은 그림(3-1)과 같이 시간이 80m인 단순 하로 Warren Truss 교이다. 질량분포는 집중질량계를 사용하였으며, 그 외의 바닥보, 케도, 브레이싱등의 구조에 대해서는 대부분 하현재 부근에 분포되어 있기 때문에 하현재의 절점에 균등히 분배하였다. 열차하중은 그림(2-5)에서와 같이, 현재 강철도교 표준시방서<sup>(11)</sup>의 2급선 표준활하중에 해당하는 L-22 하중을 적용하였다.



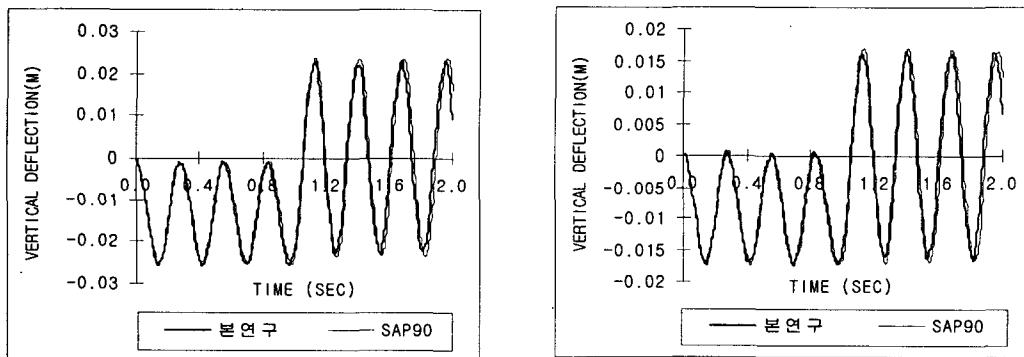
(그림3-1) 해석교량모델

표(3-1) 단면제원

구 분	단 면 적 ( $m^2$ )	단위길이당 질량( $t/m$ )	탄성계수( $t/m^2$ )
상,하현재	0.0818	4.233	2.1E7
사 재	0.0675	3.495	

#### 3.2 해석프로그램의 수치해 검증

본 연구수행을 위해 작성한 동적해석프로그램의 탄성을 검증하기 위하여 동일한 해석모델에 대하여 수치해석을 실시하였다.



(a) 절점 5의 수직처짐

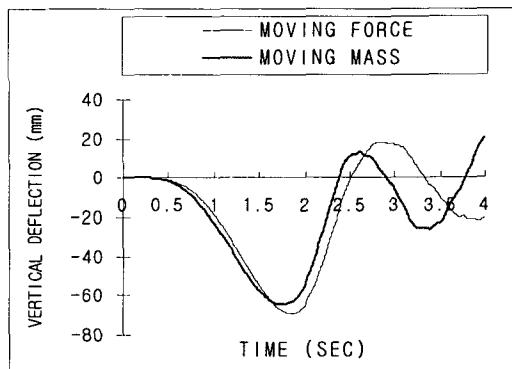
(b) 절점 3의 수직처짐

그림(3-2) 수직처짐에 대한 시간이력

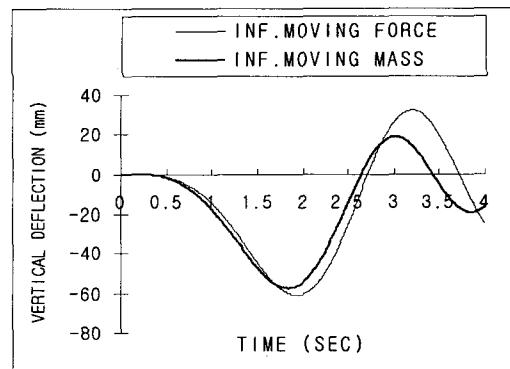
5번 절점에 y축 방향으로 .50 ton의 직사각형 충격하중 (Rectangular Impulse Load)을 1초 동안 가했을 때의 동적응답을 2초 동안에 걸쳐 해석하였다. 지간 중앙점과 1/4 지점인 5번과 3번 절점에 대해 Ritz 벡터를 이용한 SAP90의 해석결과와 비교하면 그림(3-2)의 (a),(b)와 같다. 그림(3-2)에서 보인바와 같이 본 연구의 동적해석프로그램의 해는 비교적 좋은 결과를 얻었다.

### 3.3 수치해석 결과 고찰

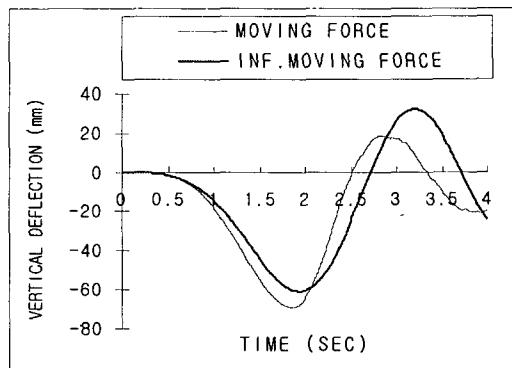
L-22 열차하중이 120 km/h 의 속도로 그림(3-1)의 하로 Warren Truss교 위를 주행할 때, 지간 중앙 점과 1/4 지점인 5번, 3번 절점에서의 동적처짐을 구하였다. 가진주기(Excitation Period)는 3.33초이며, 4초까지의 응답을 시간이력으로 표현하였다. 그림(3-3)~(3-6)은 절점 5의 수직처짐을 각 하중모형에 대해 적용하여 해석한 결과로 Moving Force 해석이 Moving Mass의 경우보다 최대처짐이 다소 상회함을 보이며, Influence Moving Force의 경우도 열차의 질량을 고려한 Influence Moving Mass의 경우보다 큰 응답을 나타내고 있음을 알 수 있다. 또한, 매 시점 하중 작용위치가 일정한 Influence Moving Force와 Influence Moving Mass의 경우와 변화되는 Moving Force와 Moving Mass의 경우를 비교해 본 결과 후자의 해석결과가 훨씬 상회하는 값으로 나타났다. 그림(3-7)~(3-10)은 절점 3에 대한 응답으로 그 해석 결과는 절점 5의 경우와 동일하게 나타났다.



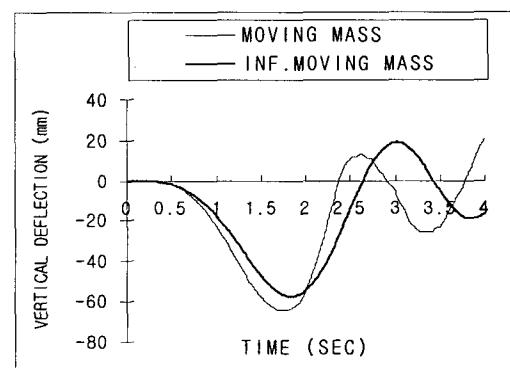
그림(3-3) 절점 5의 수직처짐 이력곡선 1



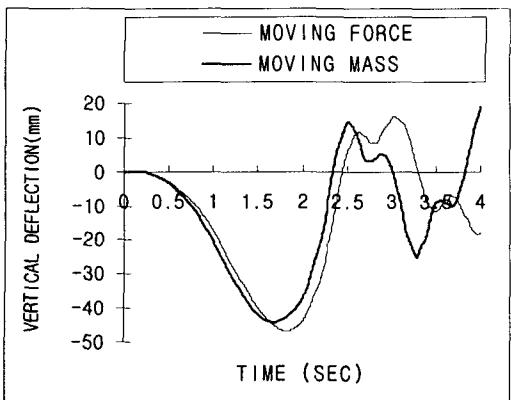
그림(3-4) 절점 5의 수직처짐 이력곡선 2



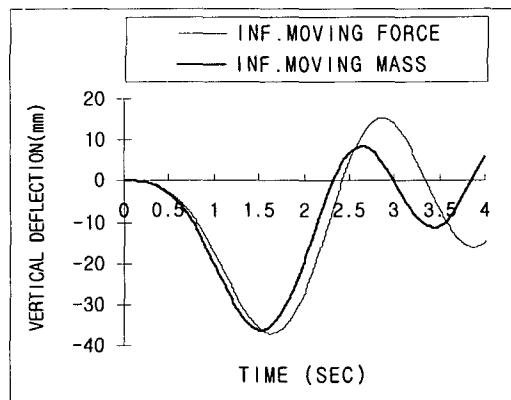
그림(3-5) 절점 5의 수직처짐 이력곡선 3



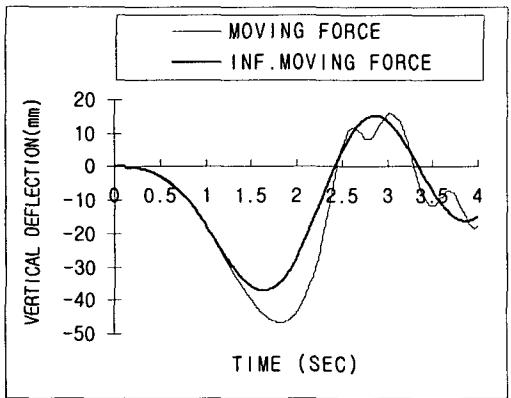
그림(3-6) 절점 5의 수직처짐 이력곡선 4



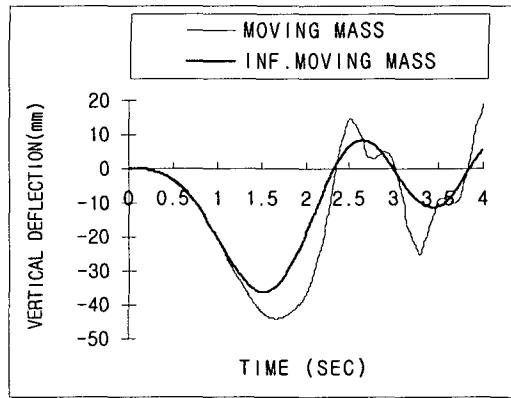
그림(3-7) 절점 3의 수직처짐 이력곡선 1



그림(3-8) 절점 3의 수직처짐 이력곡선 2



그림(3-9) 절점 3의 수직처짐 이력곡선 3



그림(3-10) 절점 3의 수직처짐 이력곡선 4

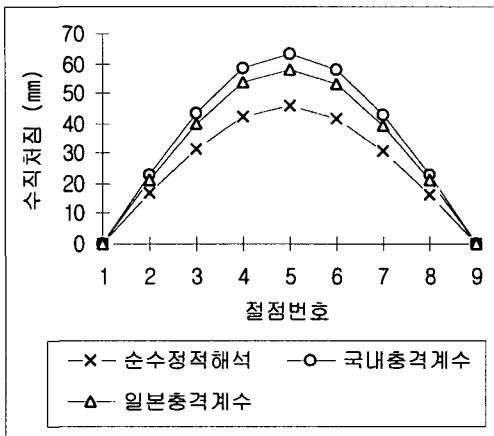
### 3.4 정적해석 결과와의 비교

본 연구의 해석모델에 대하여 동적해석과의 비교를 위해 자중은 고려하지 않고 열차의 축중하중만을 제하하여 정적해석을 수행하였다.

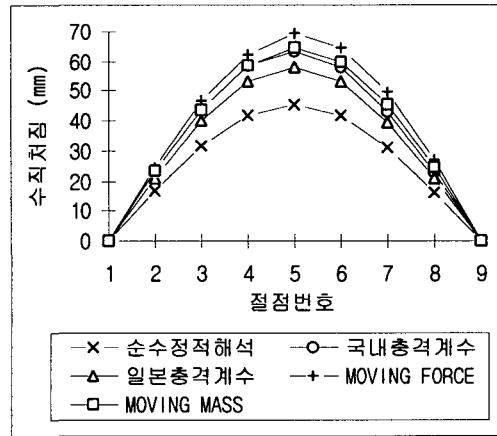
표(3-3) 절점별 처짐값 (단위:m)

절점번호	2	3	4	5	6	7	8
해석 1	0.017	0.031	0.042	0.046	0.042	0.031	0.017
해석 2	0.023	0.044	0.058	0.063	0.058	0.044	0.023
해석 3	0.021	0.040	0.053	0.058	0.053	0.040	0.021
해석 4	0.025	0.046	0.062	0.069	0.065	0.050	0.027
해석 5	0.023	0.044	0.059	0.065	0.060	0.046	0.024

해석 1은 열차주행시 가장 불리한 시점에서의 하중경우를 적용해 정적해석을 한 경우로 충격계수를 고려하지 않은 해석결과이다. 해석 2는 국내 강철도교 표준시방서<sup>(11)</sup>의 트러스교에 대한 충격계수를 적용하여 해석한 경우이며, 해석 3은 열차의 주행속도와 지간길이에 의해 결정되는 일본 강철도교 설계표준시방서의 충격계수를 적용하였으며, 해석 4와 5는 Moving Force, Moving Mass 문제로 해석한 결과이다.



(그림3-11) 각 절점별 처짐값 비교 1



(그림3-12) 각 절점별 처짐값 비교 2

그림(3-11)에서는 충격계수를 고려하지 않은 순수정적해석과 우리나라와 일본에서 규정하고 있는 충격하중을 고려한 경우를 비교하였다. 또한, 그림(3-12)에서는 국내의 충격계수를 고려한 정적해석 결과와 Moving Mass에 의한 동적해석 결과가 매우 유사함을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구는 열차하중을 받는 트러스교의 동적거동을 이해하기 위하여 이론적 해석방법을 제시하고, 이의 결과를 일반화된 상용 프로그램인 SAP90의 해석결과와 비교하여 그 타당성을 검증한 것으로 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 기초연구단계로서, 본 연구에서 제시한 세가지 하중모형에 대하여 동적해석을 수행하여, 트러스교의 동적 거동을 파악할 수 있었다.
  2. 현재 국내 강철도교 시방서의 충격에 관한 규정은 본 연구의 해석 모델에 적용한 경우에 대해 Moving Mass 해석결과와 매우 근접함을 알 수 있었다.
  3. 열차의 축중하중을 요소의 양절점으로 선형분배하여 적용한 본 연구에서 Moving Force의 해석결과는 매시점별로 열차의 질량을 고려한 Moving Mass의 해석결과보다 대체로 상회하는 값을 보인다.
- 본 연구에서는 열차의 관성력까지를 고려하여 해석하였으나, 열차의 주행속도와 다양한 교량모델의 충격하중의 영향을 고려한 열차하중의 동적특성에 관한 연구가 추후 연구과제로 수행되어야 하겠다.

## 5. 참고 문헌

1. C. A. Brebbia and A. J. Ferrante, Computational Methods for the Solution of Engineering Problems, Pentech Press, 2th ed., 1979, pp.100~151
2. Klaus-Bathe, Finite Element Procedures, Prentice Hall, 1996, pp.780~784
3. C. T. F., Finite Element Programs for Structural Vibrations, Springer-Verlag, 1991, pp.41~50
4. John N. Biggs, Introduction to Structural Dynamics, McGraw-Hill Inc., 1964, pp.315~328
5. Mahil H. Inbanathan and Martin Wieland, "Bridge Vibrations Due to Vehicle Moving over Rough Surface" , Journal of Structural Engineering, Vol.113, No. 9, September, 1987, pp.1994~2007
6. Dongil Chang, "Impact Factors for Simple-Span Highway Girder Bridges" , Journal of Structural Engineering, Vol.120, No.3, March, 1994, pp.704~715.
7. Dongzhou Huang, "Impact Study of Multigirder Concrete Bridge", Journal of Structural Engineering, Vol.119, No.8, August, 1993, pp.2387~2402.
8. 장동일, 최강희, 이희현, "강철도교의 실용답 해석에 관한 연구" , 대한토목학회 논문집, 제9권, 제2호, 1986, pp.43~54
9. 강기동, 박종방, 김인재, 박대근, "교량상 케도축력의 해석 및 실측결과 비교" , 대한토목학회 논문집, 제14권, 제4호, 1994, pp.907~913
10. 장동일, 이종득, 정영화, "철도교의 등가피로피해에 관한 연구" , 한국토목학회 논문집, 제2권, 제4호, 1982, pp.193~206
11. 철도청, 강철도교 설계표준시방서, 1980, 1., pp.225~232