

# 면내압축하중을 받는 선체판의 비선형거동에 관한 연구

고 재 용\*

A Study on the Nonlinear Behavior of Plate under Thrust

by

Jae-Yong Ko\*

## 목 차

abstract

1. 서언

2. 해석의 이론

2.1 탄성대변형해석이론

2.2 탄소성대변형해석이론

3. 수치해석 및 고찰

3.1 기수와 우수의 처짐성분으로 가정한 경우

3.2 기수만의 처짐성분으로 가정한 경우

3.3 선체판의 2차좌굴거동

3.4 초기좌굴후의 면내강성

3.5 선체판의 비선형거동

4. 결론

참고문헌

## ABSTRACT

High Tensile Steel enables to reduce the plate thickness comparing to the case when Mild Steel is used. From the economical view points, this is very preferable, since the reduction in the hull weight. However, to use the High Tensile Steel effectively, the plate thickness may become thin so that the occurrence of buckling is inevitable and design allowing plate buckling may be necessary. If the inplane stiffness of the plating decreases due to buckling, the flexural rigidity of the cross section of a ship's hull also decreases. This may lead to excessive deflection of the hull girder under longitudinal bending. In these cases a precise estimation of plate's behavior after buckling is necessary, and nonlinear analysis of isolated and stiffened plates is required for structural system analysis.

In this connection, this paper discusses nonlinear behaviour of thin plate under thrust. Based on the analytical method, elastic large deflection analysis of isolated plate is performed and simple expression are derived to evaluate the inplane rigidity of plates subjected to uniaxial compression.

\* 목포해양대학교

## 1. 서언

선체는 본질적으로 육상구조물과는 달리 해양을 향해하지 않으면 안되기 때문에 선체의 표면은 완전한 수밀구조임과 동시에 가혹한 외력 즉 정수압 및 파랑하중등에 견딜 수 있는 구조이어야 한다. 따라서, 수밀구조이기 위해서 표면은 모두 박판구조로 구성되고 기본적으로는 선저외판, 선측외판 및 갑판등의 판으로 둘러싸인 상자형구조이다. 그리고, 선체에는 자중, 적재물중량, 부력 및 파랑하중 등의 분포하중에 의한 종굽힘모멘트가 작용한다. 선체가 가혹한 외력에 의한 종굽힘모멘트를 받는 경우 하중은 구조부재를 통하여 최종적으로 Hull girder를 구성하는 Shell plate의 면내하중으로서 전달되어 Sagging일 경우에 갑판, 그리고 Hogging일 경우에 선저판의 좌굴붕괴강도가 가장 문제가 된다.

선체는 일반적으로 판 및 보강판을 절단 및 용접등의 열가공에 의해 조립된 것이므로 초기처짐이 필연적으로 존재한다. 그러므로, 면내하중이 증가하면 초기단계부터 굽힘변형이 생긴다. 그 후, 계속해서 하중이 증가하면 이윽고 초기항복이 발생하여 항복이 퍼짐과 함께 면내강성이 급격히 저하하여 최종강도에 도달한다. 이것은 타부재에 하중분담률을 증가시켜 구조부재가 연쇄적으로 붕괴하여 이윽고 선체구조물이 붕괴한다[1-5].

종래, 선체구조설계에 있어서 좌굴붕괴강도의 검토는 기본적으로는 각 선금협회의 규정으로 좌굴강도를 체크하는 것이 일반적이다. 그러나, 최근 선체에 고장력강을 폭넓게 사용하게 되어 선체구조의 판 두께가 감소하는 경향이 있다. 그러므로 설계의 시점에서 좌굴강도와 좌굴강도후의 거동에 관한 중요성이 급격히 높아지고 있다[6-15].

이상과 같은 관점에서 본 연구는 선체에 고장력강을 유효하게 사용하기 위해서 선체구조를 구성하는 판의 좌굴강도와 좌굴강도후의 거동뿐만 아니라 판의 비선형거동을 정확히 파악한다. 이것을 바탕으로 선체구조물의 가혹한 외하중에 대하여 변형상태를 이론적으로 분석하여 선체구조설계에 있어서 유의한 자료를 제공하고 선박의 안전성평가를 보다 합리적으로 수행하는데 그 목적이 있다.

## 2. 해석의 이론

### 2.1 탄성대변형해석이론

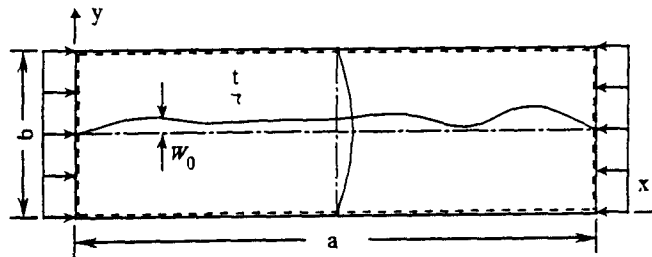


Fig. 1 Rectangular plate with initial deflection

선체구조중의 연속판중의 1장의 판부재가 한 방향에 면내압축하중을 받는 경우를 대상으로서 탄성대변형 해석을 실시하여 선체판의 비선형거동을 밝힌다. 판의 좌굴후거동의 면내강성에 관한 해석을 위해 해석적인 방법에 기초를 둔 탄성대변형해석을 실시한다. Fig. 1에 나타내는 바와 같이 4변이 직선을 유지하면서  $x$ 방향에 면내압축하중을 받는 판을 대상으로서 주변단순지지의 경

우에 대해서는 초기처짐 및 전체처짐을 다음과 같이 가정한다.

$$w_0 = \left( A_{0m} \sin \frac{m\pi x}{a} + A_{0n} \sin \frac{n\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b} \quad (1)$$

$$w = \left( A_m \sin \frac{m\pi x}{a} + A_n \sin \frac{n\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b} \quad (2)$$

여기서,  $A_{0m}$ ,  $A_{0n}$  및  $A_m$ ,  $A_n$ 은 초기처짐 및 전체처짐의 계수를 나타낸다.

평판의 Airy의 응력함수를  $F$ 로 한다면 대처짐이 생기는 판의 적합조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} \\ & = E \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - \left( \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) \left( \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $E$ 는 탄성계수를 나타낸다.

식(3)에 식(1) 및 (2)를 대입하여 하중조건을 고려하면 다음 식과 같이 응력함수  $F$ 가 구하여진다.

$$\begin{aligned} F = & \frac{E\alpha^2}{4} \left[ \{A_m^2 - A_{0m}^2\} \left\{ \frac{1}{8m^2} \cos \frac{2m\pi x}{a} + \frac{m^2}{8a^4} \cos \frac{2\pi y}{b} \right\} \right. \\ & + \{A_n^2 - A_{0n}^2\} \left\{ \frac{1}{8n^2} \cos \frac{2n\pi x}{a} + \frac{n^2}{8a^4} \cos \frac{2\pi y}{b} \right\} \\ & + \{A_m A_n - A_{0m} A_{0n}\} \left\{ \frac{1}{(m+n)^2} \cos \frac{(m+n)\pi x}{a} - \frac{1}{(m-n)^2} \cos \frac{(m-n)\pi x}{a} \right. \\ & + \frac{(m+n)^2}{\{(m-n)^2 + 4\alpha^2\}^2} \cos \frac{(m-n)\pi x}{a} \cos \frac{2\pi y}{b} \\ & \left. \left. - \frac{(m-n)^2}{\{(m+n)^2 + 4\alpha^2\}^2} \cos \frac{(m+n)\pi x}{a} \cos \frac{2\pi y}{b} \right\} \right] - \frac{y^2}{2} \sigma \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,  $\sigma$ 는 평균압축응력을 나타낸다. 또,  $\alpha = a/b$ 는 판의 종횡비를 나타낸다.

응력함수  $F$ 를 이용하면, 판내부의 면내응력  $\sigma_{xp}$ ,  $\sigma_{yp}$  및  $\tau_{xyp}$ 는 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma_{xp} = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \quad (5)$$

$$\sigma_{yp} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad (6)$$

$$\tau_{xyp} = - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (7)$$

또, 이런 응력에 대응하는 변형률은 평면응력상태로 가정하면, 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon_{xp} = \frac{1}{E} (\sigma_{xp} - \nu \sigma_{yp}) \quad (8)$$

$$\varepsilon_{yp} = \frac{1}{E} (\sigma_{yp} - \nu \sigma_{xp}) \quad (9)$$

$$\gamma_{xyp} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xyp} \quad (10)$$

여기서,  $\nu$ 는 포아송비를 나타낸다.

다음의 굽힘변형률성분은 다음 식으로 주어진다.

$$\varepsilon_{xb} = -z \frac{\partial^2}{\partial x^2} (w - w_0) \quad (11)$$

$$\varepsilon_{yb} = -z \frac{\partial^2}{\partial y^2} (w - w_0) \quad (12)$$

$$\gamma_{xyb} = 2z \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (w - w_0) \quad (13)$$

이로부터, 굽힘응력성분  $\sigma_{xb}$ ,  $\sigma_{yb}$  및  $\tau_{xyb}$  는 다음 식과 같이 된다.

$$\sigma_{xb} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xb} + \nu \varepsilon_{yb}) \quad (14)$$

$$\sigma_{yb} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{yb} + \nu \varepsilon_{xb}) \quad (15)$$

$$\tau_{xyb} = \frac{E}{2(1-\nu)} \gamma_{xyb} \quad (16)$$

한편,  $x$ 방향의 평균면내압축변위를  $u$ 라고 하면,  $x$ 방향의 면내변형률은 다음 식으로 주어진다.

$$\varepsilon_{xp} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \right\} \quad (17)$$

식(17)을  $x$ 로 적분하면, 평균면내압축변위  $u$ 가 다음 식과 같이 구하여진다.

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{b} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial u}{\partial x} dy dx \\ &= -\frac{a}{E} \sigma - \frac{\pi^2}{8a} m^2 (A_m^2 - A_{0m}^2) - \frac{\pi^2}{8a} n^2 (A_n^2 - A_{0n}^2) \end{aligned} \quad (18)$$

면내의 압축변형률은 식(18)을 길이  $a$ 로 나누면 다음 식으로 된다.

$$\varepsilon = -\frac{1}{E} \sigma - \frac{\pi^2}{8} m^2 (A_m^2 - A_{0m}^2) - \frac{\pi^2}{8} n^2 (A_n^2 - A_{0n}^2) \quad (19)$$

가상일의 원리를 적용하여 평형방정식을 도출한다. 평균압축응력  $\sigma$ 의 작용하에서 판에 평균압축변위  $u$ 가 생기고, 판내부에는 응력 ( $\sigma_{xp} + \sigma_{xb}$ ), ( $\sigma_{yp} + \sigma_{yb}$ ) 및 ( $\tau_{xyp} + \tau_{xyb}$ )가 생겨서 평형상태라고 한다. 이 상태에서 가상압축변위  $\delta u$ 를 주었을 때의 외력이 행한 가상일  $\delta W_e$ 는

$$\delta W_e = -bt\sigma\delta u \quad (20)$$

또, 판의 응력이 가상변형을  $\delta\varepsilon_x$ ,  $\delta\varepsilon_y$  및  $\delta\gamma_{xy}$ 에 대하여 행한 가상일  $\delta W_i$ 은 다음 식으로 된다.

$$\delta W_i = \int_0^a \int_0^b \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \{ (\sigma_{xp} + \sigma_{xb})\delta(\varepsilon_{xp} + \varepsilon_{xb}) + (\sigma_{yp} + \sigma_{yb})\delta(\varepsilon_{yp} + \varepsilon_{yb}) \\ + (\tau_{xyp} + \tau_{xyb})\delta(\tau_{xyp} + \tau_{xyb}) \} dz dy dx \quad (21)$$

여기서, 가상일의 원리를 적용하면

$$\delta W_e = \delta W_i \quad (22)$$

식(22)로부터 처짐계수의  $A_m$  및  $A_n$ 와 평균압축응력  $\sigma$ 와의 관계가 다음과 같은 형태로 구해진다.

$$\begin{aligned} & \frac{a^2}{16m^2} \left[ \left( \frac{m^4}{a^4} + \frac{1}{b^4} \right) (A_m^2 - A_{0m}^2) + \frac{m^2 n^2}{a^4} (A_n^2 - A_{0n}^2) \right] A_m \\ & + \frac{4a^2}{m^2} \left[ \frac{1}{16b^4} + \frac{1}{64} (\alpha_1 + \alpha_2) \right] (A_m A_n - A_{0m} A_{0n}) A_n \\ & - k_1 \frac{a^2}{16b^4 m^2} (A_n^2 - A_{0n}^2) A_n - k_2 \frac{a^2}{16b^4 m^2} (A_m^2 - A_{0m}^2) A_n \\ & - k_2 \frac{a^2}{8b^4 m^2} (A_m A_n - A_{0m} A_{0n}) A_m \\ & + \frac{a^2 t^2}{12(1-\nu^2)m^2} \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 (A_m - A_{0m}) - \frac{1}{\pi^2 E} \alpha A_m = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & \frac{a^2}{16n^2} \left[ \left( \frac{n^4}{a^4} + \frac{1}{b^4} \right) (A_n^2 - A_{0n}^2) + \frac{m^2 n^2}{a^4} (A_m^2 - A_{0m}^2) \right] A_n \\ & + \frac{4a^2}{n^2} \left[ \frac{1}{16b^4} + \frac{1}{64} (\alpha_1 + \alpha_2) \right] (A_m A_n - A_{0m} A_{0n}) A_m \\ & - k_2 \frac{a^2}{16b^4 n^2} (A_m^2 - A_{0m}^2) A_m - k_1 \frac{a^2}{16b^4 n^2} (A_n^2 - A_{0n}^2) A_m \\ & - k_1 \frac{a^2}{8b^4 n^2} (A_m A_n - A_{0m} A_{0n}) A_n \\ & + \frac{a^2 t^2}{12(1-\nu^2)n^2} \left( \frac{n^2}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 (A_n - A_{0n}) - \frac{1}{\pi^2 E} \alpha A_n = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

$$\text{여기서, } \alpha_1 = \frac{(m-n)^4}{\{(m+n)^2 b^2 + 4a^2\}^2} \quad \alpha_2 = \frac{(m+n)^4}{\{(m-n)^2 b^2 + 4a^2\}^2}$$

$$k_1 = \begin{cases} 0 & (m-3n \neq 0) \\ 1 & (m-3n = 0) \end{cases} \quad k_2 = \begin{cases} 0 & (n-3m \neq 0) \\ 1 & (n-3m = 0) \end{cases}$$

## 2.2 탄소성대변형해석이론

유한요소법에 의한 탄소성대변형해석을 행하기 위하여 참고문헌[16]에서 제안된 次數低減積分의 평면셀요소를 이용하여 해석을 실시한다. 都井 등의 요소를 이용한 본 연구의 해석은 이하의

특징을 가지고 있다. 즉, 재료비선형에 관해서는 Von Mises의 항복조건이 소성포텐셜이라고 하는 소성흐름이론을 적용한다. 재료의 이동경화 및 등방경화의 兩者를 고려한 복합경화의 거동이 취급되도록 프로그램되어 있지만, 본 연구의 해석에서는 재료는 완전탄소성체이라고 가정한다. 또, 기하학적비선형성에 관해서는 Updated Lagrangian Approach에 의한 증분법을 적용한다. 즉, 변위증분으로 부터 updated Green변형률의 증분으로 나타내고 이 updated Green변형률증분  $\{\Delta\epsilon^*\}$  과 updated Kirchoff응력증분  $\{\Delta\sigma^*\}$ 의 관계는 응력~변형률매트릭스  $[D]$  를 이용하여 나타내면,  $\{\Delta\sigma^*\} = [D] \{\Delta\epsilon^*\}$  로 나타낼 수 있다. 각 단계에 있어서 Updated Kirchoff 응력증분을 Euler응력의 Jaumann미분형으로 변환한다. 이 응력변환에 있어서는 판두께 방향의 직응력이 0 로 되는 조건으로부터 판두께의 직변형률을 결정한다. 더욱이, 면내회전변형에 저항하는 가상강성 및 Hourglass Mode의 발생에 대처하는 가상강성을 도입한다.

### 3. 수치해석 및 고찰

면내압축하중을 받는 판의 비선형거동을 밝히기 위하여 주변단순지지의 정사각형판을 대상으로, 탄성대변형해석이론을 바탕으로 수치해석을 실시한다.

#### 3.1 기수와 우수의 처짐성분으로 가정한 경우

우선, 처짐성분에 대해서는 하중방향에 기수와 우수의 처짐성분 2종류의 합으로 가정하고, 하중방향에 직각방향은 1판과의 처짐성분으로 가정하여 처짐성분의 상호영향에 대하여 논한다. 해석을 간단히 하기위하여 정사각형판에 대하여 다음과 같은 처짐파형을 주어서 해석을 행한다.

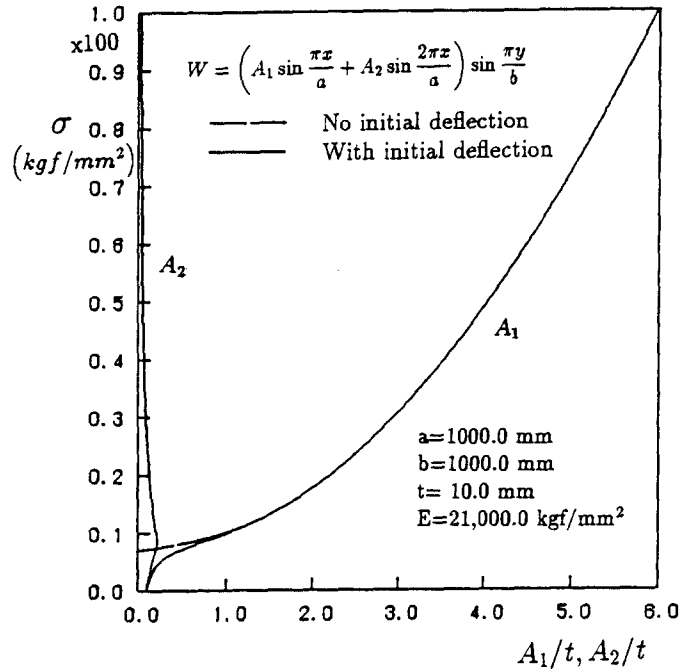
$$w_0 = \left( A_{01} \sin \frac{\pi x}{a} + A_{02} \sin \frac{2\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b} \quad (25)$$

$$w = \left( A_1 \sin \frac{\pi x}{a} + A_2 \sin \frac{2\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b} \quad (26)$$

식(25) 및 (26)을 처짐파형성분과 평균압축응력과의 관계를 나타내는 식(23) 및 (24)에 대입하여 처짐파형성분  $A_1, A_2$ 와 평균압축응력  $\sigma$ 와의 관계를 나타내면 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} & \frac{a^2}{16} \left[ \left( \frac{1}{a^4} + \frac{1}{b^4} \right) (A_1^2 - A_{01}^2) A_1 + \frac{4}{a^4} (A_2^2 - A_{02}^2) A_1 \right] \\ & + 4a^2 \left\{ \frac{1}{16b^4} + \frac{81}{64(4a^2 + b^2)^2} + \frac{1}{64(4a^2 + 9b^2)^2} \right\} (A_1 A_2 - A_{01} A_{02}) A_2 \\ & + \frac{a^2 t^2}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 (A_1 - A_{01}) - \frac{1}{\pi^2 E} \sigma A_1 = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} & \frac{a^2}{64} \left[ \left( \frac{16}{a^4} + \frac{1}{b^4} \right) (A_2^2 - A_{02}^2) A_2 + \frac{4}{a^4} (A_1^2 - A_{01}^2) A_2 \right] \\ & + a^2 \left\{ \frac{1}{16b^4} + \frac{81}{64(4a^2 + b^2)^2} + \frac{1}{64(4a^2 + 9b^2)^2} \right\} (A_1 A_2 - A_{01} A_{02}) A_1 \\ & + \frac{a^2 t^2}{48(1-\nu^2)} \left( \frac{4}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 (A_2 - A_{02}) - \frac{1}{\pi^2 E} \sigma A_2 = 0 \end{aligned} \quad (28)$$



( a )  $A_1, A_2$

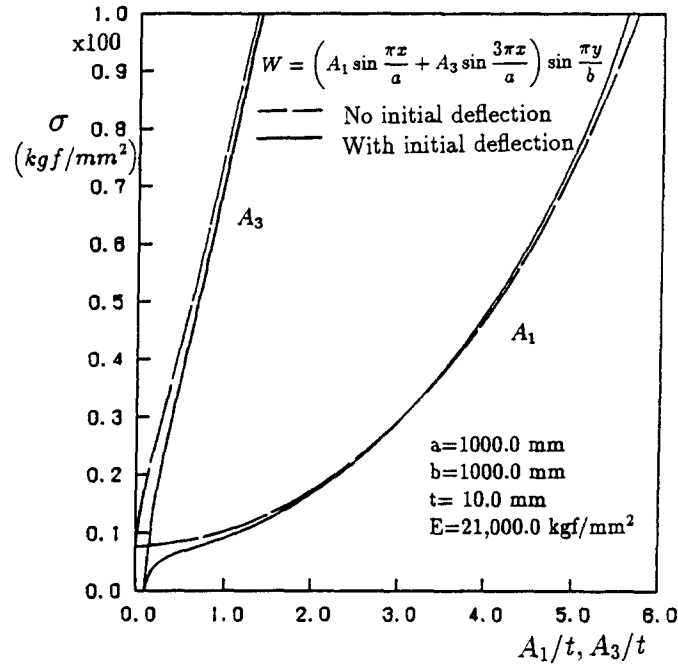
Fig. 2 Stress-2 mode deflection coefficient curves of square plates

본 논문에서 해석하는 정사각형판의 치수로서 판길이와 판폭은  $a = 1,000 \text{ mm}$ ,  $b = 1,000 \text{ mm}$  판두께는  $t = 10 \text{ mm}$ 인 판을 대상으로 한다. 해석적인 방법에 의한 탄성대변형해석의 결과를 Fig. 2(a)에 나타낸다. 그림의 실선 및 파선은 각각 초기처짐이 있는 것과 없는 것의 평균압축응력과 처짐성분간의 관계를 나타내고 있다. 초기처짐이 없는 경우에는 우수의 처짐성분이 전혀 나타나 있지 않고 초기처짐이 있는 경우는 처짐이 초기좌굴하중근처에서 증가하다가 결국 재료로 수렴해 간다. 잘 알려져 있는 바와 같이 정사각형판의 최소압축좌굴강도를 주는 좌굴 파형은 1반파이다. 이 그림에서 알 수 있는 바와 같이 정사각형판의 경우, 우수의 처짐성분은 영향이 전혀 없음을 알 수 있다. 물론, 우수의 처짐성분의 초기처짐이 존재한다면 처음에 약간 존재하다가 재료로 수렴해 간다. 이것으로 부터 정사각형판에 대해서는 최소압축좌굴강도를 주는 처짐성분외에 우수의 처짐성분의 영향은 전혀 나타나지 않음을 알 수 있다.

### 3.2 기수만의 처짐성분으로 가정한 경우

다음으로, 기수만의 처짐성분으로 가정하였을 경우에 대하여 논한다. 여기서도 정사각형판에 대하여 해석하기 위하여 다음과 같이 하중방향에 대하여 두개의 기수만의 처짐성분의 합으로 나타내고 하중과 직각방향에 대해서는 1반파의 처짐성분으로 가정한다.

$$w_0 = \left( A_{01} \sin \frac{\pi x}{a} + A_{03} \sin \frac{3\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b} \quad (29)$$



( b )  $A_1, A_3$

Fig. 2 Stress-2 mode deflection coefficient curves of square plates

$$w = \left( A_1 \sin \frac{\pi x}{a} + A_3 \sin \frac{3\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b} \quad (30)$$

식(29) 및 (30)을 가상일의 원리에 대입하여 처짐성분과 면내압축응력과 관계를 구하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{a^2}{16} \left[ \left( \frac{1}{a^4} + \frac{1}{b^4} \right) (A_1^2 - A_{01}^2) A_1 + \frac{9}{a^4} (A_3^2 - A_{03}^2) A_3 - \frac{1}{b^4} (A_1^2 - A_{01}^2) A_3 \right] \\ & + 4a^2 \left\{ -\frac{A_1}{32b^4} + \frac{A_3}{16b^4} + \frac{A_3}{64(4a^2 + 4b^2)^2} + \frac{A_3}{4(a^2 + b^2)^2} \right\} (A_1 A_3 - A_{01} A_{03}) \\ & + \frac{a^2 t^2}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 (A_1 - A_{01}) - \frac{1}{\pi^2 E} \sigma A_1 = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & \frac{a^2}{144} \left[ \left( \frac{81}{a^4} + \frac{1}{b^4} \right) (A_3^2 - A_{03}^2) A_3 + \frac{9}{a^4} (A_1^2 - A_{01}^2) A_3 - \frac{1}{b^4} (A_3^2 - A_{03}^2) A_1 \right] \\ & + \frac{4a^2}{9} \left\{ -\frac{A_3}{32b^4} + \frac{A_1}{16b^4} + \frac{A_1}{64(4a^2 + 4b^2)^2} + \frac{A_1}{4(a^2 + b^2)^2} \right\} (A_1 A_3 - A_{01} A_{03}) \\ & + \frac{a^2 t^2}{108(1-\nu^2)} \left( \frac{9}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 (A_3 - A_{03}) - \frac{1}{\pi^2 E} \sigma A_3 = 0 \end{aligned} \quad (32)$$



해석의 결과를 Fig. 2(b)에 나타낸다. 그림의 실선 및 파선은 각각 초기처짐이 있는 것과 없는 것의 평균압축응력과 처짐성분간의 관계를 나타내고 있다. 처짐성분이 기수만의 처짐성분인 경우는 응력의 증가와 함께 기수의 모든 처짐성분이 증가하고 있다. 물론, 최소압축좌굴강도를 주는 처짐성분  $A_{11}$ 이 하중의 증가와 함께 가장 크게 성장하나  $A_{31}$ 도 하중의 증가와 함께 증가하고 있다. 이것으로부터 알 수 있는 바와 같이 기수만의 처짐성분만으로 전체처짐을 가정한 경우에는 최소좌굴하중을 주는 처짐성분외에 다른 처짐성분도 성장한다. 이것은 더욱 더 정도높은 결과를 위해서는 하중방향의 처짐성분을 두 개 뿐 만아니라 더 많은 처짐성분을 고려해야 됨을 시사하고 있다. 그 이유로서는 다음의 것을 생각할 수 있다.

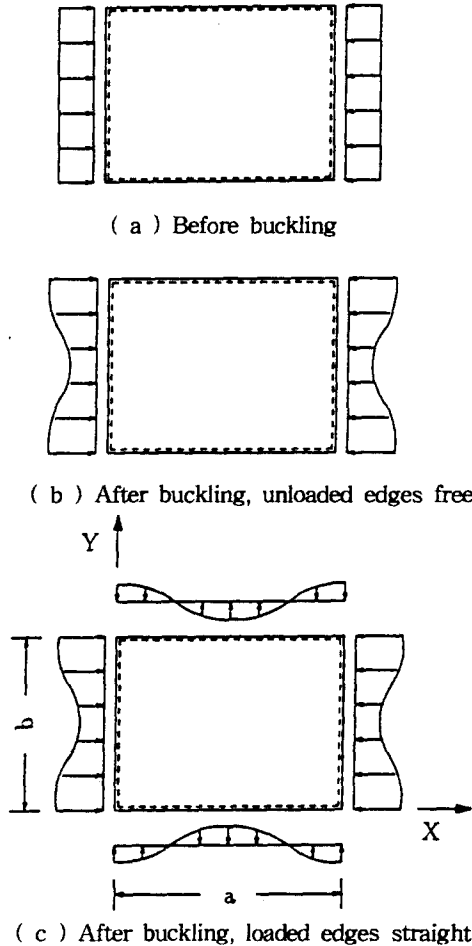


Fig. 3 In-plane stress distribution in rectangular plates under thrust[17]

면내압축응력을 받는 판은 초기좌굴이 발생할 때까지 판의 하중방향응력분포가 Fig. 3(a)에 나타내는 바와 같이 균등하다. 계속해서 하중을 증가시키면 판은 초기좌굴하지만 그 이상의 하중증가에도 견디게 된다. 그러나, Fig. 3(b)에 나타낸 바와 같이 초기좌굴후 재하변의 응력분포는 균등하지 않고 재하변의 모서리부에 최대응력이 중앙부에 최소응력이 생긴다. 한편, 비재하변의 응력은 초기좌굴이 생길 때까지 생기지 않는다. 초기좌굴후 비재하변이 자유의 경계조건이라면 Fig. 3(b)와 같이 응력은 생기지 않고 재하변과 같이 직선을 유지한다. 그러나, 비재하변이 직선을 유

지하면서 면내이동이 가능한 경계조건에서는 Fig. 3(c)에 나타난 바와 같이 판의 횡처짐으로 인하여 중앙부에 인장응력이 생기고 이것과 평형을 유지하기 위하여 양단에 압축응력이 생긴다. 이것이 최소압축좌굴강도를 주는 처짐성분외에 다른 처짐성분을 성장시키게 하는 원인이며 곧 후술하는 2차좌굴이 발생하게 하는 원인이 되고 있다.

### 3.4 선체판의 2차좌굴거동

이것을 구체적으로 밝히기 위하여 정사각형판에 대하여 처짐성분을  $m$ 과  $n$ 을 1부터5까지 취하여 탄성대변형해석을 행한다. 그 해석결과를 나타내는 Fig. 4에서는 평균압축응력과 판의 중앙의 횡처짐의 관계를 나타낸다. 초기처짐을 가진 판이 면내압축하중을 받으면 처음부터 면내강성이 조금씩 감소하여 횡처짐이 생겨 엄밀하게 1차좌굴이 생기지 않지만 이때 갑자기 횡처짐이 크게 성장하여 계속하여 하중을 증가 시키면 점C에 도달하여 갑자기 새로운 점E에 진행하여 거동은 점E로부터 점F로 진행한다. 또, 역으로 점F로부터 하중을 감소시켜 가면  $F \rightarrow E \rightarrow D$ 와 같이 차례로 판의 거동이 진행되어 점D에 도달하면 다시 불안정현상이 일어나 급격히 새로운 점B로 옮겨 가게 되어 그 후  $B \rightarrow A$ 와 같이 거동을 하여 출발점으로 되돌아 온다. 갑자기 점C에서 점E로 그리고 점D에서 점B로 변하는 현상을 Snap-through현상이라고 불리어 진다. 또한, 점C에서 점E으로의 Snap-through현상으로 처짐모드가 1모드에서 3모드로 갑자기 변하게 된다. 이런 현상을 2차좌굴이라고 부른다. 그리고, 점C에서의 응력을 2차좌굴응력이라고 부른다. 이와 같은 2차좌굴이 발생하게 하는 원인으로서는 전술한 바와 같이 횡처짐이 발생했을 때 면외변위에 대해서 직선을 유지해야하기 때문에 비재하변의 중앙부에 인장응력이 작용하고 양단부에 압축응력이 작용하게 되어 처짐과형을 1차모드로부터 3차모드로 변하게 하기 때문이다.

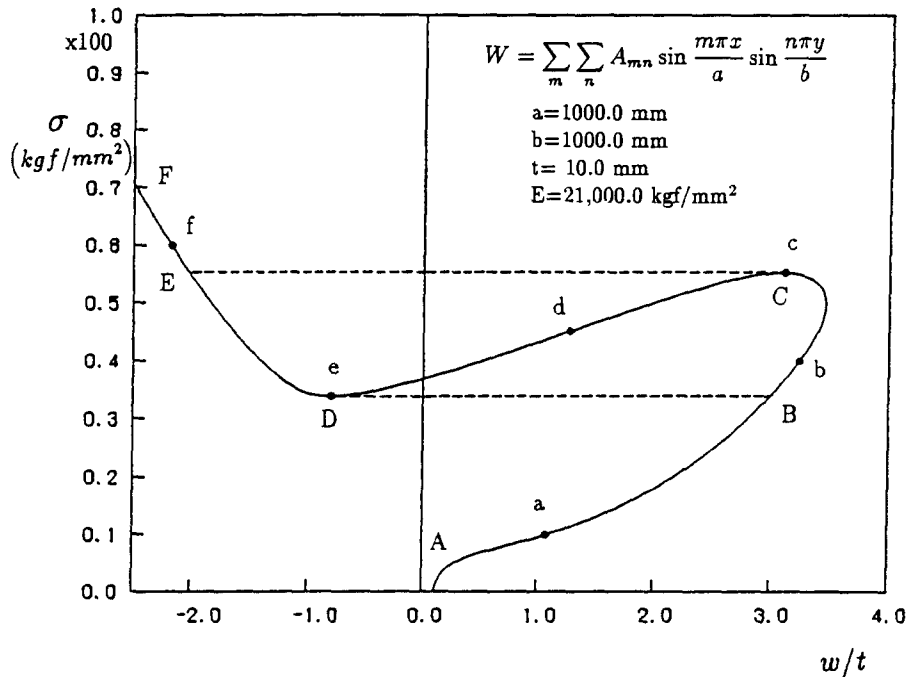


Fig. 4 Elastic large deflection of square plate under thrust

### 3.3 초기좌굴후의 면내강성

초기처짐이 없는 기본적인 경우를 생각하면 좌굴하여 처짐이 발생한 후의 평균압축응력  $\sigma$ 와 평균압축변형률  $\epsilon$ 의 관계는 다음식으로 나타내어 진다.

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\pi^2}{8a^2} \sum A^2 \quad (33)$$

식(33)로부터 좌굴후의 접선면내강성이 다음과 같이 구해진다[24].

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = \frac{1 + (a/b)^4}{3 + (a/b)^4} E \quad (34)$$

식(34)를 이용하여 판의 종횡비에 의하여 좌굴후의 면내강성은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} a/b=0.6: & \quad d\sigma/d\epsilon=0.3609E \\ a/b=0.8: & \quad d\sigma/d\epsilon=0.4134E \\ a/b=1.0: & \quad d\sigma/d\epsilon=0.5000E \\ a/b=1.2: & \quad d\sigma/d\epsilon=0.6058E \\ a/b=1.4: & \quad d\sigma/d\epsilon=0.7077E \end{aligned} \quad (35)$$

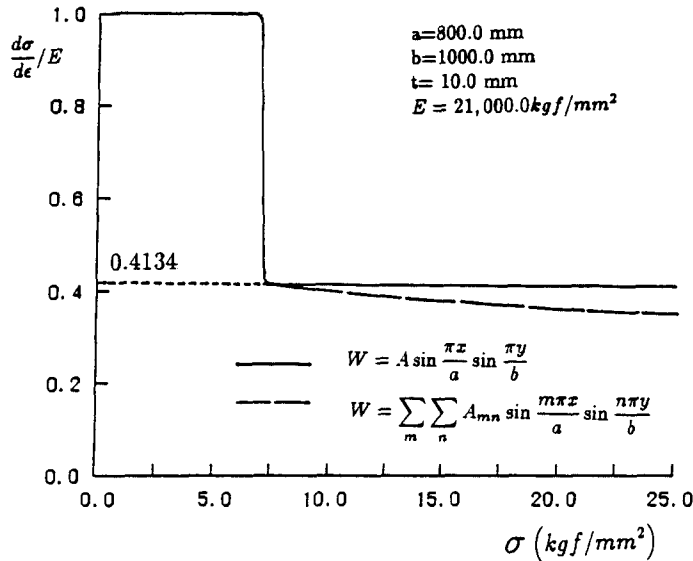


Fig. 5 Average stress - inplane rigidity relationships

면내압축하중을 받는 판에 있어서 최소좌굴하중을 주는 처짐성분만을 고려하면 좌굴이 발생후 식(35)에서 밝히고 있는 면내강성으로 저하한다. 즉, 초기좌굴후의 면내강성은 위에서 밝히는 면내강성치의 이하로는 떨어지지 않는다고 알려져 있다[5]. 그러나, 전술한 바와 같이 기수만의 처짐성분으로 가정하여 해석한 결과를 보면 최소좌굴하중을 주는 처짐성분뿐만 아니라 그외 처짐성분도 영향이 있으므로 면내강성이 식(35)에서 밝히고 있는 면내강성치보다 계속적으로 감소하리라 예상된다. 이것을 정확히 밝히기 위하여 종횡비가 0.8인 판을 대상으로 하여 좌굴후의 평균압축응력과 면내강성의 변화를 Fig. 5에 나타내고 있다. 그림의 실선은 처짐성분중에서 고유의 압

축좌굴모드의 처짐성분인  $A_{11}$ 의 성분만을 넣어서 계산한 결과를 나타낸다. 한편, 파선은 식(2)에 나타낸 바와 같이 충분한 처짐성분( $m, n = 1 \sim 5$ )으로 가정하여 계산한 결과를 나타내고 있다. 종횡비가 0.8인 판이 초기좌굴할 때의 면내강성은 식(35)에 나타낸 바와 같이 0.4134E이다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 초기좌굴시에는 고유의 압축좌굴모드의 처짐성분  $A_{11}$ 만을 고려한 것과 여러 처짐성분을 고려한 것을 비교하면 같은 면내강성치이지만, 판의 초기좌굴후의 면내강성은 하중이 증가하면서 차이가 있음을 알 수 있다. 실제적으로 면내압축하중을 받는 판의 경우에는 이 그림의 파선으로 나타낸 바와 같이 초기좌굴후의 면내강성은 초기좌굴시의 면내강성보다도 낮아진다. 이것으로 부터도 비재하변이 직선을 유지하고 면내이동이 가능한 경계조건에서는 횡처짐의 영향으로 고유의 초기좌굴모드의 처짐성분이외의 다른 처짐성분도 초기좌굴후에 성장함으로써 면내강성이 지속적으로 감소함을 알 수 있다. 전술한 바와 같이 단순지지의 경계조건을 갖는 정사각형판이 면내압축하중을 받는 경우, 초기좌굴후 횡처짐의 영향으로 2차좌굴이 발생하여 하중 방향으로 처짐모드가 1모드에서 3모드로 변화한다. 이 것으로부터 2차좌굴이 발생한 후의 면내강성은 0.336E( $a/b=1/3$ )으로 저하하게 됨을 알 수 있다.

### 3.5 선체판의 비선형거동

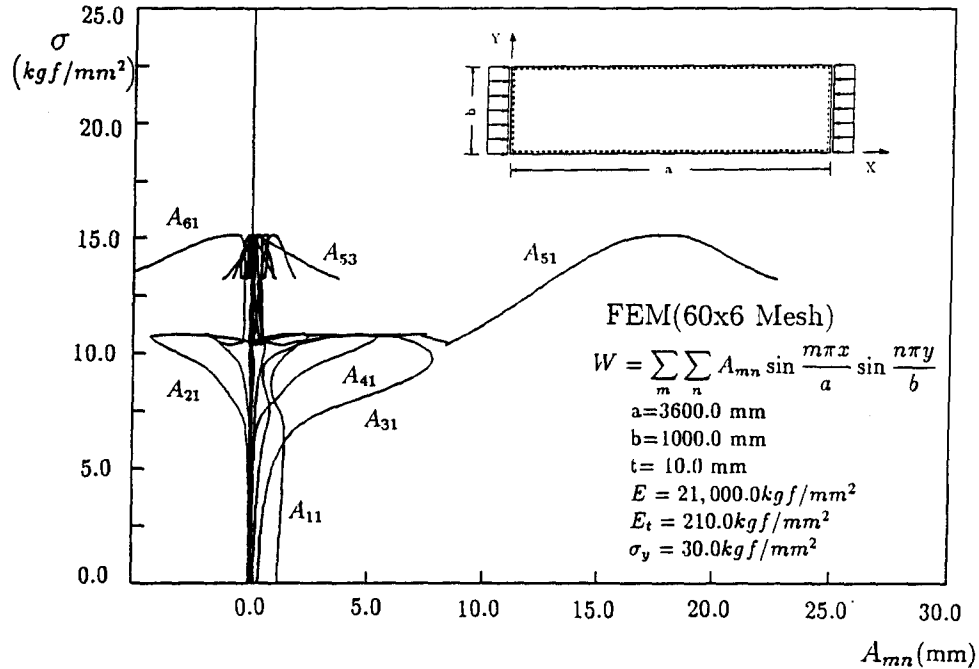
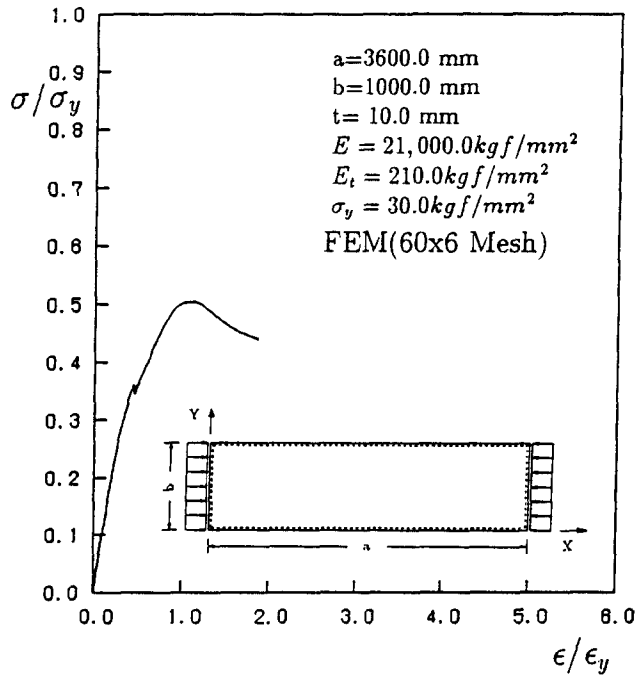


Fig. 6 Elasto-plastic large deflection behavior of simply supported rectangular plate with initial deflection under thrust( $a/b=3.6$ )

다음은 2차좌굴이 최종강도에 미치는 영향에 대하여 고찰한다. 이를 위하여 종횡비가 3.6인 판을 대상으로하여 탄소성대변형해석을 한다. 여기서 초기처짐에 대하여는 참고문헌[15]에서 제시하고 있는 야원 말모드형상으로 가정하여 해석하였다. 이 처짐형상은 우수파성분이 조금 존재하는

것으로 하중방향으로 비대칭의 초기처짐형상을 갖는다. 본 해석에서는 최대초기처짐량을 판두께의 10%로하여 해석하였다. 또한, 식(2)의 처짐  $w$ 의 항수의  $m$  및  $n$ 은 각각  $m=1,2,\dots,21$  및  $n=1,3$ 으로 하였다. 유한요소의 모델링은 변형거동상의 대칭성을 고려하여 1/2만을 대상으로 하였으며 요소수는  $60 \times 6$ 을 채용하였다. 판의 치수와 재료정수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 a &= 3600.0 \text{ mm} \\
 b &= 1000.0 \text{ mm} \\
 t &= 10.0 \text{ mm} \\
 E &= 21000.0 \text{ kgf/mm}^2 \\
 E_t &= 210.0 \text{ kgf/mm}^2 \\
 \sigma_y &= 30.0 \text{ kgf/mm}^2
 \end{aligned}$$



(b) Average stress- average strain relationship

Fig. 6 Elasto-plastic large deflection behavior of simply supported rectangular plate with initial deflection under thrust( $a/b=3.6$ )

그 해석결과를 Fig. 6 (a)에 평균압축응력과 처짐성분간의 관계로 나타낸다. 이 그림에서 알 수 있는 바와 같이 이 경우의 판은 두께가 얇기 때문에 외하중의 증가와 함께 탄성상태에서 대처짐이 발생하며, 이후에도 외하중의 증가에 대해 더욱 견디다가 소성화의 진전과 함께 면내강성이 급격히 저하하여 최종강도에 도달하였다. 또한, 탄성2차좌굴강도가 최종강도보다 낮기 때문에 초기좌굴후 최종강도에 도달하기 전에 특히 초기항복이 생기기 전에 Snap-through의 2차좌굴이 생겨 최종강도에 달하였다. 즉, 초기좌굴하중후 초기처짐때문에 안정으로 되는 처짐모드는 3번파이나, 그 후, Snap-through의 2차좌굴이 발생하여 3모드보다 2차고차의 5모드로 되어 최종강도에 달하였다. 이 해석결과를 평균압축응력과 평균압축변형률로 나타내면 Fig. 6 (b)와 같이 나타낼

수 있다. 이 그림에서 알 수 있는 바와 같이 초기좌굴로 인하여 면내강성이 저하한 후 2차좌굴이 발생하면 더욱더 면내강성이 저하함을 알 수 있다. 1반파의 중형비 $a/b$ 의 처짐이 생긴 경우의 면내접선강성은 식(35)로 나타낼 수 있다. 즉,

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{1+(a/b)^4}{3+(a/b)^4} E \quad (33)$$

따라서, 이 경우는 초기좌굴에 의해  $0.5E$  ( $a=1$ )로 저하한 강성이 더욱더  $0.36E$  ( $a=3/5$ )로 저하하게 된다. 선체구조의 설계상, 이 면내강성저하에 관한 배려는 중요하다.

#### 4. 결론

본 논문은 면내하중을 받는 선체판의 비선형거동을 해석하기 위하여 해석적인 수법과 유한요소법을 이용하여 판의 지배방정식을 도출하고, 처짐과형의 상호영향에 대하여 논하고, 또한 판의 좌굴후의 면내강성에 대하여 밝히고, 판의 2차좌굴이 최종강도에 미치는 영향에 대하여 소상히 밝힘으로서, 선체구조에 폭 넓게 고장력강이 사용되기 위한 유익한 자료를 얻었다.

해석결과로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 전체의 처짐성분을 기수와 우수의 처짐성분으로 가정하는 경우, 정사각형판에 대하여 우수의 처짐성분의 영향이 전혀 없다.
- (2) 전체의 처짐성분을 기수만으로 가정하는 경우, 최소좌굴하중을 주는 처짐성분 뿐 만 아니라 그의 모든 처짐성분의 영향이 있다.
- (3) 정사각형의 비선형거동을 나타내기 위해서는 적어도 하중방향에 대해서는 많은 처짐성분이 필요로 한다.
- (4) 정사각형판에 2차좌굴이 발생하면 처짐과형이 1모드에서 3모드로 갑자기 변하는 Snap-through 현상이 일어난다.
- (4) 면내압축하중을 받는 판이 초기좌굴한 후에는 면내강성이 최소좌굴하중을 주는 처짐성분뿐 만 아니라 그 외의 처짐성분의 영향으로 면내강성은 감소한다.
- (5) 또한, 2차좌굴이 발생하면 초기좌굴로 인하여 저하한 면내강성이 더욱더 저하한다.
- (6) 중형비가 3.6인 판의 경우, 탄성2차좌굴강도가 최종강도보다 낮기 때문에 초기좌굴후 최종강도에 도달하기 전에 특히 초기항복이 생기기 전에 Snap-through의 2차좌굴이 생겨 최종강도에 달한다.

#### 참고문헌

- [1] 上田幸雄, 矢尾哲也, 中村和博: "溶接初期不整を有する矩形板の壓壊強度に関する研究(第1報) - 初期たわみ波形および初期たわみ量の影響 -", 日本造船學會論文集, 第148號 (1980), pp.222-231.
- [2] Ueda, Y. and Yao, T.: "The Influence of Complex Initial Deflection Modes on the Behavior and Ultimate Strength of Rectangular Plate in Compression", J. Constructional Steel Research, Vol.5(1985), pp.265-302.
- [3] Shen, H.: "Postbuckling Behaviour of Rectangular Plates under Combined Loading", Thin-Walled Structures, Vol.8(1989), pp.203-216.
- [4] Yao, T. and Nikolov, P.I.: "Stiffness of Plates after Buckling", 關西造船協會誌, 第215號 (1991), pp.137-146
- [5] Yao, T., Nikolov, P.I. and Miyagawa, Y.: "Influence of Welding Imperfections on Stiffness of Rectangular Plate Under Thrust", Mechanical Effects of Welding IUTAM Symp., (Eds.)

- Karlsson, L., Limdgren, L.-E. and Jonsson, M., Springer Verlag(1992), pp.261-268.
- [6] Supple, W.J. : "Coupled Branching Configurations in the Elastic Buckling of Symmetric Structural Systems", Int. J. Mech. Sci., Vol.9(1967), pp.97-112.
- [7] Supple, W.J. : "On the Change in Buckle Pattern in Elastic Structures", Int. J. Mech. Sci., Vol.10(1968), pp.737-745.
- [8] Supple, W.J. : "Change of Wave-Form of Plates in the Post-Buckling Range", Int. J. Solids Structures, Vol.6(1970), pp.737-745.
- [9] Uemura, M. and Byon, O.: "Secondary Buckling of a Flat Plate under Uniaxial Compression ; Part I: Theoretical Analysis of Simply Supported Flat Plate", Int. J. Non-Linear Mech., Vol. 12, No.6 (1976), pp.355-370.
- [10] Uemura, M. and Byon, O.: "Secondary Buckling of a Flat Plate under Uniaxial Compression ; Part II: Analysis of Clamped Plate by F.E.M. and Comparison with Experiments", Int. J. Non-Linear Mech., Vol.13, No.1(1978), pp.1-14.
- [11] Nakamura, T. and Uetani, K.: "Secondary Buckling and Post-Secondary Buckling Behaviour of Rectangular Plates", Int. J. Mech. Sci., Vol.21(1978), pp.265-286.
- [12] 矢尾哲也, 藤久保昌彦, 高 在用: "初期たわみを有する薄板の2次座屈に関する研究", 日本造船學會論文集, 第 176 號 (1994), pp309-318.
- [13] 矢尾哲也, 藤久保昌彦, 高 在用: "面内壓縮荷重を受たわみを有する薄板の2次座屈に関する研究", 日本造船學會論文集, 第 176 號 (1994), pp309-318.
- [14] 矢尾哲也, 藤久保昌彦, 高 在用, 山本元道: "2次座屈が板の座屈・塑性崩壊挙動に及ぼす影響に関する研究", 日本造船學會論文集, 第 177 號 (1995), pp.347-355.
- [15] 高 在用: "2次座屈を伴う板の座屈・塑性崩壊挙動に関する研究", 廣島大學博士學位論文(1995)
- [16] 都井 裕, 弓削康平, 川井忠彦: "構造要素の衝突壓壊強度に関する基礎的研究(その1) -有限要素法による超大變形解析-", 日本造船學會論文集, 第159號, pp.248-257, 1986.
- [17] 上田幸雄, Sherif M.H. Rashed, 白 点基: "大たわみ伴う矩形板の組合せ荷重に対する有効幅", 日本造船學會論文集, 第149號, pp.269-281, 1986.