

적응 뉴로 퍼지추론 기법에 의한 비선형 시스템의 구조 동정에 관한 연구

°이 준탁*, 정 형환*, 심 영진*, 김 형배*, 박 영식**
 * 동아대학교 전기공학과 ** 동의대학교 전산통계학과

Structure Identification of Nonlinear System Using Adaptive Neuro-Fuzzy Inference Technique

°J.T. Lee*, H.H. Chong*, Y.J. Shim*, H.B. Kim*, Y.S. Park**
 * Dong-A Univ. ** Dong- Eui Univ.

ABSTRACT

This paper describes the structure identification of nonlinear function using Adaptive Neuro-Fuzzy Inference Technique(ANFIS). Nonlinear mapping relationship between inputs and outputs were modeled by Sugeno-Takagi's Fuzzy Inference Method. Specially, the consequent parts were identified using a series of 1st order equations and the antecedent parts using triangular type membership function or bell type ones. According to learning Rules of ANFIS, adjustable parameters were converged rapidly and accurately.

1. 서론

퍼지 모델링은 퍼지 추론기법을 이용하여 비선형 시스템의 특성을 표현하고자 하는 것이다. 복잡한 비선형 시스템을 언어적으로 기술하려면 기지의 입·출력 정보를 이용하여, 먼저 전건부와 후건부로 구분되는 퍼지 모델의 파라미터를 학습시켜야 한다. 이와 같이 일반적인 퍼지 모델링의 과정은 전건부와 후건부의 동정으로 나누어 진다. 즉, 퍼지 모델링시 후건부는 선형 함수로 동정되나, 전건부는 입력 공간을 퍼지 분할하여 적절한 멤버십 함수를 취하지 않으면 안된다. 따라서, 비선형적인 입·출력 함수 관계는 복수 개의 파라미터로 표현되는 전건부 멤버십 함수 동정 정밀도에 좌우된다. 이와 같은 전건부의 자동 동정을 위해 입력 공간을 단계별로 증가시키거나, 유전 알고리즘을 병용한 구조가 제안되기도 하였다. 이들은 주로 최급 구배법이나, Penalty 함수를 이용하고 있는 데 그 동정 알고리즘이 복잡할 뿐만 아니라, 많은 수의 멤버십 함수를 이용해야 하므로 동정하는데 많은 시간이 소요되고, 동정 정밀도가 저하되는 결점이 있다. 또한, Shin-ichi씨 등이 제안한 Fuzzy-Neural Network 방식은 퍼지 모델의 전건부 동정을 중심으로 분리 가능한 비선형 함수 관계에 대해서만 적용되는 단점이 있다.

따라서, 본 논문에서는 최소의 멤버십 함수에 의해 비선형 입·출력관계를 정확히 표현할 수 있으며, 분리 불가능한 비선형 구조의 함수에 대해서도 퍼지 모델링이 가능한 적응 뉴로 퍼지 추론 기법에 대해 기술하고자 한다. 일련의 시뮬레이션을 통하여 본 기법의 타당성을 보이게 될 것이며, 본 연구의 결과는 비

선형 함수관계뿐만 아니라, 비선형 제어 시스템에서도 적극 활용되어 질 것이다.

2. 퍼지 If-Then 규칙과 퍼지추론 기법

2.1 If-Then 규칙과 비선형 함수의 표현

비선형 시스템의 입·출력 관계를 나타내는 함수는

$$y = f(x_1, x_2) \quad (1)$$

와 같으며, y 가 변수 분리 가능하면

$$f(x_1, x_2) = g(x_1) \times l(x_2) \quad (2)$$

$$\text{또는, } f(x_1, x_2) = g(x_1) + l(x_2) \quad (3)$$

로도 표현할 수 있다. 식 (1)을 퍼지 모델링하기 위해 본 연구에서 사용될 If-Then 규칙은 Takagi-Sugeno에 의해 제안된 것으로, i 번째 규칙 R^i 는

$$R^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_{ki} \text{ and } x_2 \text{ is } B_{mi} \text{ then} \quad (4)$$

$$f_i(x_1, x_2) = \alpha_i x_1 + \beta_i x_2 + \gamma_i$$

와 같다. 식(4)에서 x_1 및 x_2 는 입력변수이며, 후건부 1차함수 f_i 는 상수파라미터 $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ 로 구성되며 A_{qi} ($q = [1, 2, \dots, Q]$) 및 B_{mi} ($m = [1, 2, \dots, M]$)은 입력 퍼지변수로서 다음의 멤버십 함수로 표현된다.

(1) 범종형인 경우

$$\mu_{A_i, B_i}(x_j; a_i, b_i, c_i) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x_j - c_i}{a_i} \right|^{2b_i}} \quad (5)$$

(II) 삼각형인 경우

$$\mu_{A_i, B_i}(x_j; a_i, b_i, c_i) = \begin{cases} 0 & x_j \leq a_i \\ \frac{x_j - a_i}{b_i - a_i} & a_i \leq x_j \leq b_i \\ \frac{c_i - x_j}{c_i - b_i} & b_i \leq x_j \leq c_i \\ 0 & c_i \leq x_j \end{cases} \quad (6)$$

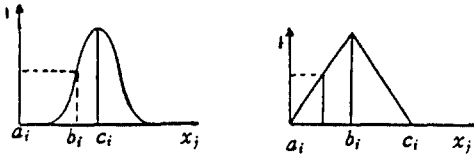


그림 1 (a)범종형 함수 (b) 삼각형 함수

2.2 퍼지 추론 구조

본 연구에서 사용하는 퍼지 시스템의 추론구조는 크리스프한 입력에 대한 퍼지화부, 규칙 베이스부, 멤버십 함수의 파라미터를 정의하는 데이터베이스부, 각 규칙에 대한 적합도의 정도를 계산하는 의사결정부, 퍼지추론의 결과를 크리스프한 데이터로 출력하는 비퍼지화부를 포함하여 통상 5개의 기능적 블록으로 구성되어 있다.

그림 2는 Sugeno-Takagi 형태의 퍼지 If-Then 규칙과 퍼지추론법을 나타내고 있다.

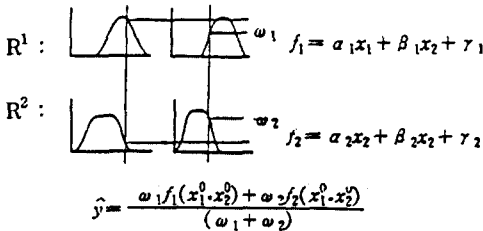


그림 2 Sugeno-Takagi 형태의 퍼지 규칙과 퍼지 추론법 따라서, 비선형함수 y 의 퍼지 모델에 의한 근사치 \hat{y} 는 규칙수 n 일때

$$\hat{y}(x_1, x_2) = \frac{\sum_{i=1}^n [\mu_{A_i}(x_1) \wedge \mu_{B_i}(x_2)] \cdot f(x_1, x_2; \alpha_i, \beta_i, \gamma_i)}{\sum_{i=1}^n \mu_{A_i}(x_1) \wedge \mu_{B_i}(x_2)} \quad (7)$$

로 표현될 수 있다.

3. 적응 뉴로 퍼지 추론 기법

비선형함은 일반적으로 식(2) 또는 (3)과 같이 변수분리 가능한 경우 및 불가능한 2가지의 경우로 대별될 수 있다. 즉, 변수 분리가 가능하면 그림 3(a)와 같이 도시되며, 규칙의 수는 $(K+M) \times 2$ 개로 대폭 감소된다.

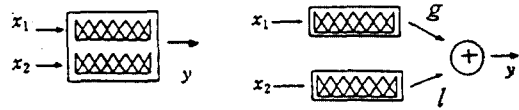


그림 3 (a)변수분리 가능 경우 (b)변수분리가 불가능 경우 그러나, 변수 분리가 불가능한 경우는 그림 3(b)와 같이 규칙의 수는 K, M 개로 되며, 후건부 파라미터의 수도 급격히 증가하게 된다.

제안하는 ANFIS의 구조는 그림 4와 같다.

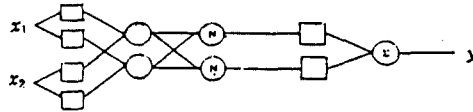


그림 4 ANFIS의 구조

적용 뉴로 퍼지추론기의 구조는 다층 Feed-forward 회로망으로 구성되어지며, 학습 데이터에 적용하는 구조와 학습 절차를 갖는다. 즉, 적용 회로망은 Node와 Node를 연결하는 Link로 되어 있는데, 각 Node의 출력은 Node가 갖고 있는 파라미터가 학습 데이터와의 오차크기를 최소화하기 위하여 구배법과 연쇄규칙에 따라 학습되어 진다. 특히, 학습의 수렴 속도와 Local Minimum에 도달하는 것을 방지하기 위해 다음의 복합 학습 규칙을 사용한다.

(1) 기본 학습 규칙

그림 4에서 □ Node는 적응 파라미터를 가지며, ○ Node는 고정된 파라미터를 갖는다.

적용회로망이 L 층일 경우, k 번째층의 i 번째 위치에 있는 노드의 출력 O_i^k 는

$$O_i^k = O_i^k(O_i^{k-1}, \dots, O_i^{(k-1)}, a, b, c, \dots) \quad (8)$$

로 된다. 단, a, b, c, \dots 는 Node의 파라미터들이며, P 쌍의 입·출력 학습 데이터 중 p 번째 요소의 학습에 대한 오차의 척도는

$$E_p = \sum_{m=1}^{*(L)} (T_{m,p} - O_{m,p}^L)^2 \quad (9)$$

로 된다. 단, $*(L)$ 는 L 층의 Node 수를 나타낸다. 따라서, L 층 i 번째 Node에서의 오차변화률

$\frac{\partial E_p}{\partial O_{i,p}^k}$ 은 구배법에 의해

$$\frac{\partial E_p}{\partial O_{i,p}^k} = -2(T_{i,p} - O_{i,p}^L) \quad (10)$$

로 되며, 연쇄규칙에 의해, k 층 i 번째 Node의 오차변화률은

$$\frac{\partial E_p}{\partial O_{i,p}^k} = \sum_{m=1}^{*(k+1)} \frac{\partial E_p}{\partial O_{m,p}^{k+1}} \cdot \frac{\partial O_{m,p}^{k+1}}{\partial O_{i,p}^k} \quad (11)$$

로 된다. a 를 임의의 적응 회로망의 파라메타라 하면,

$$\frac{\partial E_p}{\partial a} = \sum_{O^* \in S} \frac{\partial E_p}{\partial O^*} \cdot \frac{\partial O^*}{\partial a} \quad (12)$$

로 되며, a 에 대한 전체 오차의 변화율은

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \sum_{p=1}^P \frac{\partial E_p}{\partial a} \quad (13)$$

로 되며, a 의 조정 값은

$$\Delta a = -\eta \frac{\partial E}{\partial a} \quad (14)$$

와 같다. 여기서, η 는 학습시의 구배 천이를 나타내는 스텝 크기 k_s 에 대해

$$\eta = \frac{k_s}{\sqrt{\sum_a \frac{\partial E^2}{\partial a}}} \quad (15)$$

의 값으로 조정된다. k_s 는 파라메타 공간 내에 있는 구배 변화의 길이 이며, 수렴속도를 변화시키기 위한 것이다.

(2) 층별 세부 동작 과정

계층 1 : 1층의 i 번째 Node의 출력

$$O_i^1 = \mu_{A_{w_i} B_{w_i}}(x_j) \quad (16)$$

계층 2 : 2층의 원형 적용 Node의 출력

$$w_i = \mu_{A_{w_i}}(x_1) \wedge \mu_{B_{w_i}}(x_1) \quad (17)$$

계층 3 : 3층의 정규화 사각 고정 Node 출력

$$\bar{w}_i = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (18)$$

계층 4 : 4층의 사각 고정 Node 출력

$$O_i^4 = \bar{w}_i \cdot f_i = \bar{w}_i (\alpha_i x_1 + \beta_i x_2 + \gamma_i) \quad (19)$$

계층 5 : 5층의 원형 Node 출력

$$O_i^5 = \sum_{i=1}^n \bar{w}_i \cdot f_i = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (20)$$

(3) 학습 알고리즘

ANFIS로부터 i 번째 규칙에 대한 전건부 파라메타 a_i, b_i, c_i 및 후건부 파라메타 $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ 가 결정되면,

전체 시스템의 근사 출력 \hat{y} 는

$$\begin{aligned} y \approx \hat{y} &= \frac{w_1 \cdot f_1}{w_1} + \frac{w_2 \cdot f_2}{w_2} + \dots + \frac{w_n \cdot f_n}{w_n} \\ &= (\frac{w_1}{w_1} \cdot \alpha_1 + \frac{w_2}{w_2} \cdot \alpha_2 + \dots + \frac{w_n}{w_n} \cdot \alpha_n) \cdot x_1 \\ &\quad + (\frac{w_1}{w_1} \cdot \beta_1 + \frac{w_2}{w_2} \cdot \beta_2 + \dots + \frac{w_n}{w_n} \cdot \beta_n) \cdot x_2 \\ &\quad + (\frac{w_1}{w_1} \cdot \gamma_1 + \frac{w_2}{w_2} \cdot \gamma_2 + \dots + \frac{w_n}{w_n} \cdot \gamma_n) \quad (21) \end{aligned}$$

로 주어진다. 후건부 파라메타는 Node의 출력 \hat{f}_i 에 의한 최소자승 추정(LSE:Least Square Estimation)한 방법으로 전방향 연산시에 동정되며, 전건부 파라메

타는 오차 변화율을 역전파시켜 구배법에 의해 경신한다. 단, 전방향 연산시 전건부 파라메타는 고정되고, 역전파시에는 후건부 파라메타가 고정된다.

4. 시뮬레이션 결과 및 고찰

본 논문에서 비선형 입출력 관계를 퍼지 모델링하는 데 사용하게 될 시험함수는

$$\begin{aligned} y_1 &= 2^{-\frac{2}{3}} \cdot (1.27x + 0.27)^{\frac{2}{3}} \cdot (1 - (1.27x + 0.27))^{\frac{2}{3}} \\ y_2 &= \cos^2(7(x_1 + x_2)) \cdot e^{-(x_1 + x_2)} \quad (22) \end{aligned}$$

로 둔다. y_1 은 $-1 \leq x \leq 1$ 에 대해, y_2 는 $-1 \leq (x_1, x_2) \leq 1$ 의 구간에서 각각 결정된다.

본 논문에서는 입력 변수에 대한 전건부 파라메타의 수를 최소로 하기 위해 최소의 전건부 멤버십 함수를 취한다. 학습을 위해 주어진 논외의 구간에서 250개의 입출력 데이터 쌍을 이용하였는데, 125개는 순수한 학습용으로 나머지 125개는 학습 효과를 체크하기 위해 사용하였다. 단, 초기의 후건부 파라메타는 모두 0으로 고정하였다. 먼저, y_1 에 대해 시뮬레이션을 행하였는데, 퍼지 모델링시 사용한 멤버십 함수의 종류는 앞서 제시된 삼각형 및 범중형의 것이며, 3개 및 5개를 사용하였을 때의 결과를 비교하였다. 그림 5는 제시된 학습 알고리즘에 따라 동정된 전건부 멤버십 함수를 학습전의 초기 멤버십 함수와 비교한 것이며, 그림 6은 y_1 을 나타내고 있으며, 학습 후 퍼지 모델링에 의해 재구성한 \hat{y}_1 과 y_1 과의 오차를 나타내고 있다.

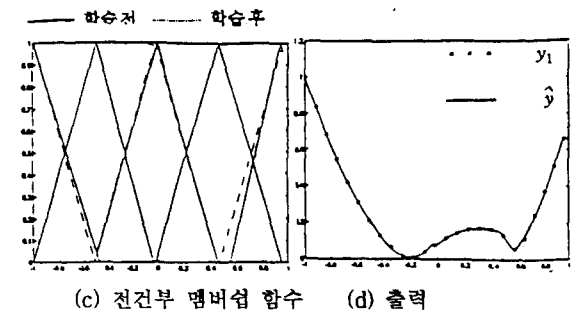
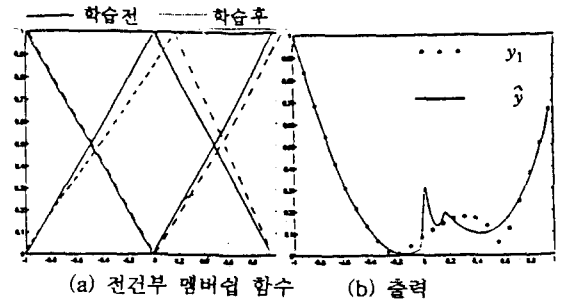
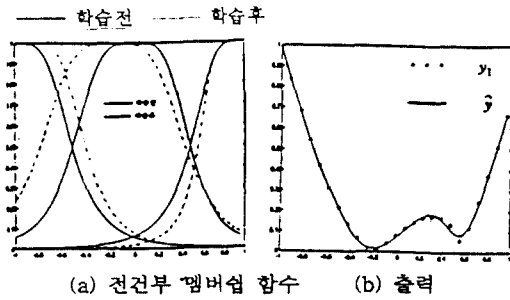
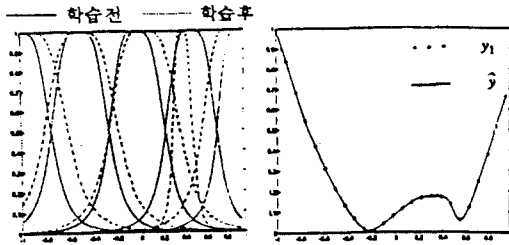


그림 5 전건부 멤버십 함수 및 출력(삼각형인 경우)



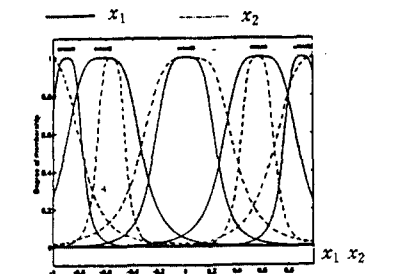
(a) 전건부 멤버십 함수 (b) 출력



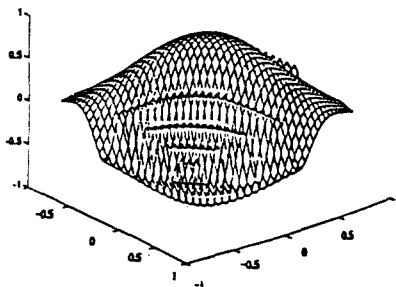
(c) 전건부 멤버십 함수 (d) 출력

그림 6 전건부 멤버십 함수 및 출력(범종형인 경우) 그 결과, 비선형시스템에는 삼각형 보다는 범종형의 것이 그리고, 전건부 멤버십 함수의 수가 5개인 경우가 정확히 퍼지 모델링됨을 알 수 있다. 그러나, 전건부 멤버십 함수는 3개 정도로도 충분한 정확도를 얻을 수 있음을 확인하였다.

다음은 변수 분리가 불가능한 y_2 에 대해 시뮬레이션을 행하였으며, 이에 대한 결과를 그림 7에 나타내었다.



(a) 학습후의 전건부 멤버십 함수



(b) 입·출력 Mapping

그림 7 전건부 멤버십 함수 및 입출력 Mapping (범종형)

이 함수는 비선형성이 강한 관계로 각 입력 변수에 대해 5개의 범종형 멤버십 함수를 사용하였으며, 입출력 데이터 쌍은 $[x_1, x_2, y_2]$ 로 하였다. 이 경우

학습회수를 크게 증가시켜야 하였는데, 정확도 높게 퍼지 모델링됨을 알 수 있었다.

5. 결론

본 논문에서는 적용 뉴로 퍼지추론 기법에 의한 비선형 시스템의 퍼지 모델링에 대하여 논하였다. 비선형 입출력 관계를 Sugeno-Takagi형의 If-Then 규칙에 의해 전건부 멤버십 함수의 파라메타 및 후건부 선형 파라메타로 표현하였으며, 기지의 입출력 데이터 쌍을 학습 데이터로 활용하였다. 전건부 파라메타는 오차 역전파에 의한 구배법으로 학습되며, 후건부 파라메타는 출력 Node의 값에 근거하여 LSE로 동정하였다. 변수분리 가능한 경우 및 불가능한 비선형 함수에 대해서, 멤버십 함수의 종류 및 전건부 멤버십 함수의 수를 변화시켜 가며 시뮬레이션한 결과, 비선형 함수의 경우에는 삼각형 보다는 범종형의 멤버십 함수가 적당하며, 멤버십 함수의 수와 학습회수를 약간만 증가시켜도 정확한 퍼지 모델링이 가능해짐을 확인하였다.

향후, 비선형 제어 시스템에의 응용이 가능해질 것이며, 안정도 해석 등에 대한 지속적인 연구가 요청된다.

참고문헌

1. Jyh-Shing Roger Jang ; Adaptive Network Based Fuzzy Inference System ; IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, vol.23, No.3, pp.665~684, May/June, 1993
2. Shin-ichi H., Takeshi F. & Yoshiki Uchikawa ; On Identification of Structures in Premises of a Fuzzy Model using a FNN ; IEEE, pp.661~666, 1993
3. Jyh-Shing Roger Jang ; Fuzzy Logic Toolbox for use with Matlab ; The Mathworks Inc, 1995
4. Shin-ichi H. Takeshi F. & Yoshiki Uchikawa ; On Fuzzy Modeling using FNN with the BP Algorithm ; IEEE, Trans. Neural Networks, vol.3, NO.5, pp.801~806, 1993
5. T.Takagi and Sugeno ; Fuzzy Identification of systems and its applications to modeling and control ; IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, vol.15, No.1, pp.116~132, 1985
6. 이준탁 ; 비선형 시스템의 퍼지 모델링과 퍼지 시스템의 안정도 해석에 관한 연구, 동아대학교 부설 정보 통신연구소 논문지, 제2권 1호, pp.55~63, 1994
7. 이준탁, 소명욱, 류길수 ; Fuzzy Modeling Technique of Nonlinear Dynamical System and Its Stability Analysis, 한국박용기관학회지, 제20권 2호, pp.101~109, 1995

본 논문은 1996학년도 동아대학교 연구기초자료비의 지원에 의한 것임