

적응 퍼지 시스템을 이용한 비선형 시스템의 강인 제어

구 근모

왕 보현

LG 전자기술원 지능정보부문
137-140 서울 서초구 우면동 16번지

Robust Control of Nonlinear Systems with Adaptive Fuzzy System

Keun-Mo Koo and Bo-Hyeun Wang

LG Electronics Research Center, Information Technology Lab
16 Woomyeon-Dong, Seocho-Gu, Seoul 137-140, Korea

Abstract

A robust adaptive tracking control architecture is proposed for a class of continuous-time nonlinear dynamic systems for which an explicit linear parameterization of the uncertainty in the dynamics is either unknown or impossible. The architecture employs an adaptive fuzzy system to compensate for the uncertainty of the plant. In order to improve the robustness under approximation errors and disturbances, the proposed architecture includes deadzone in adaptation laws. Unlike the previously proposed schemes, the magnitude of approximate errors and disturbances is not required in the determination of the deadzone size, since it is estimated using the adaptation law. The proposed algorithm is proven to be globally stable in the Lyapunov sense, with tracking errors converging to a neighborhood of zero. A comparative example is shown to demonstrate the effectiveness of the proposed architecture.

1. 서론

최근 radial basis function network, CMAC, 퍼지 시스템 등과 같은 국소 신경망(local neural network)을 이용한 직접 적응제어 방식에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다 [1], [2]. 이러한 국소 신경망은, 다층 퍼셉트론(multilayer perceptron)과 같은 전역 신경망(global neural network)과 달리, 신경 회로망에 가해지는 입력의 범위가 미리 제한되어 있다. 그러나 국소 신경망은 전역 신경망보다 수렴속도가 빠르고, 선형 매개변수 형태(신경 회로망의 출력이 basis function들의 linear combination으로 나타남)로 표시되어 진다. 선형 매개변수 형태를 이용하면 Lyapunov 설계방법을 이용한 안정적인 제어기 설계가 가능하다.

신경회로망을 이용하여 적응제어기를 설계할 때 고려해야 할 점을 강인성이다. 기존 적응제어에서 unmodeled dynamics와 외란의 영향을 고려하지 않고 매개변수를 추정하면 시스템의 안정도가 파괴되는 것과 마찬가지로, 신경회로망을 이용한 제어에서

도 신경회로망의 근사 오차(approximation error)와 외란의 영향을 고려하지 않으면 안정도를 보장할 수 없다.

근사 오차와 외란의 영향하에서도 안정적인 제어를 할 수 있는 방법 가운데, 학습법칙에 사구간(deadzone)을 이용하는 방법이 있다 [3]. 이 방법은 오차의 크기에 따라서 오차가 크면 신경회로망을 학습시키고, 오차가 작으면 학습을 멈추어 강인성을 보장한다. 이 방법의 단점은 사구간의 크기를 구하기 위해 근사 오차와 외란의 크기를 미리 알아야 한다는 것이다.

본 연구에서는 근사 오차와 외란의 크기를 추정하여 사구간의 크기를 적절히 조절하는 적응 퍼지 제어기를 제안하고자 한다. 퍼지 시스템은 전문가의 지식을 표현할 수 있고, 멤버십 함수나 추론법칙에 따라 여러가지 radial basis function network를 나타낼 수 있어 가장 일반적인 국소 신경망이다. Lyapunov 이론을 이용하여 제안된 제어기의 안정도를 증명하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제안된 제어기의 효용성을 알아본다.

II. 제어 목적

다음 식으로 표현되는 비선형 시스템을 제어 대상으로 고려하였다:

$$x^{(n)}(t) + f(x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t)) = u(t). \quad (1)$$

여기서 $u(t)$ 는 제어 입력이고 $f(\cdot)$ 는 불확실한 함수를 나타낸다.

제어 목적은 시스템의 상태 벡터 $\mathbf{x}(t) = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$ 가 주어진 궤적 $\mathbf{x}_d(t) = [x_d, \dot{x}_d, \dots, x_d^{(n-1)}]^T$ 을 추종하도록 하는 것이다. 추종 오차 $\tilde{\mathbf{x}}$ 는 다음과 같이 정의된다:

$$\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_d(t). \quad (2)$$

다음과 같은 혼합된 추종 오차(mixed tracking error)를 정의하자:

$$s(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{(n-1)} \tilde{\mathbf{x}}(t) \quad \text{with } \lambda > 0. \quad (3)$$

앞 식은 $s(t) = \Lambda^T \tilde{\mathbf{x}}(t)$ 로 표시될 수 있으며, 여기서 $\Lambda^T = [\lambda^{(n-1)}, (n-1)\lambda^{(n-2)}, \dots, 1]$ 이다. 제어 목적은 혼합된 추종 오차 $s(t)$ 를 0에 접근하도록 하는 것으로 요약될 수 있다.

III. 퍼지 시스템

본 연구에 사용된 적응 퍼지 시스템의 기본적인 구성도는 그림 1과 같다. Fuzzy rule base는 "IF - THEN" 형식으로 이루어진 linguistic rule들의 집합으로 다음과 같은 형태를 가진다:

R_j : If x_1 is F_1^j and x_2 is F_2^j and \dots and x_n is F_n^j ,
Then y is G^j .

여기서 j 는 j 번째 rule을 가리키며, $F_i^j, i = 1, \dots, n$ 은 입력 퍼지 집합이다. 만약 퍼지 시스템이 m 개의 퍼지 규칙, singleton fuzzifier와 center average defuzzifier를 가진다면, 퍼지 시스템의 출력은 다음 식으로 나타난다:

$$\begin{aligned} y(\mathbf{x}) &= \frac{\sum_{j=1}^m w_j (\mathbf{T}_{i=1}^n \mu F_i^j(x_i))}{\sum_{j=1}^m (\mathbf{T}_{i=1}^n \mu F_i^j(x_i))} \\ &= \sum_{j=1}^m w_j B_j(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 w_j 는 퍼지 집합 G^j 의 중심점, μF_i^j 는 멤버십 함수이고, \mathbf{T} 는 T -norm을 나타낸다. T -norm으로는 곱셈과 min 연산이 널리 쓰인다. 위 식에서 알 수 있

듯이, 입력 퍼지 집합이 고정되어 있다면, 적응 퍼지 시스템의 출력은 정해진 함수 $B_j(\mathbf{x})$ 에 모르는 상수 w_j 가 곱해진 선형 매개변수 형태로 표시됨을 알 수 있다. 이러한 퍼지 시스템이 어떤 함수를 임의의 근사 오차를 가지고 근사할 수 있다는 것은 밝혀져 있다 [4]. 그러나 일반적으로 모르는 함수에 대해 w_j 값을 미리 알 수 없고, 근사 오차의 정확한 크기도 구하기 힘들다. 본 논문에 제안된 제어 구조에서는 출력 퍼지 집합의 중심점 w_j 와 근사 오차 및 외란의 크기를 적응 법칙을 사용하여 추정하게 된다.

IV. 적응 퍼지 시스템을 이용한 제어

앞 절에서 언급되었듯이 불확실한 함수 $f(\mathbf{x}(t))$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$f(\mathbf{x}(t)) = \sum_{j=1}^m w_j B_j(\mathbf{x}(t)) + d(t). \quad (5)$$

여기서 $d(t)$ 는 근사 오차와 외란의 영향을 나타내는 함수로 다음 조건을 만족한다고 가정하였다:

$$|d(t)| \leq \epsilon. \quad (6)$$

여기서 ϵ 은 모르는 양의 상수로 적응 법칙을 사용하여 추정된다. ϵ 의 추정치를 $\hat{\epsilon}(t)$ 으로, $\tilde{\epsilon}(t)$ 을 $\hat{\epsilon}(t) - \epsilon$ 으로 정의하자.

제어 입력은 다음과 같이 구한다:

$$u(t) = x_d^{(n)} - \Lambda_v^T \tilde{\mathbf{x}}(t) - k_D s(t) + \hat{f}(\mathbf{x}(t)). \quad (7)$$

여기서 $\Lambda_v^T = [0, \lambda^{(n-1)}, (n-1)\lambda^{(n-2)}, \dots, (n-1)\lambda]$ 이고, $\hat{f}(\mathbf{x}(t))$ 는 불확실한 함수 $f(\mathbf{x}(t))$ 의 근사 함수로 적응 퍼지 시스템에 의해 표현될 것이다. 양의 상수 k_D 는 궤환 이득이다.

적응 퍼지 시스템의 출력은 다음과 같이 표현된다:

$$\hat{f}(\mathbf{x}(t)) = \sum_{j=1}^m \hat{w}_j(t) B_j(\mathbf{x}(t)). \quad (8)$$

여기서 $\hat{w}_j(t)$ 는 w_j 의 추정치이다. 제어 입력 (7)식을 (1)식에 대입하여 전개하면 다음 식을 얻을 수 있다:

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= -k_D s(t) + \hat{f}(\mathbf{x}(t)) - f(\mathbf{x}(t)) \\ &= -k_D s(t) + \sum_{j=1}^m \tilde{w}_j(t) B_j(\mathbf{x}(t)) - d(t). \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 $\tilde{w}_j(t) = \hat{w}_j(t) - w_j$ 이다. 본 논문에서는 $d(t)$ 의 영향하에서도 시스템의 안정도를 유지하도록

사구간을 적응 법칙에 사용하였다. 혼합된 추종 오차 $s(t)$ 와 사구간을 고려하여 다음과 같은 연속 함수 $s_\Delta(t)$ 를 정의하자 [5]:

$$s_\Delta(t) = s(t) - \hat{\Phi}(t)\text{sat}(s(t)/\hat{\Phi}(t)). \quad (10)$$

여기서

$$\text{sat}(z) = \begin{cases} z & \text{if } |z| \leq 1 \\ \text{sign}(z) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

$$\text{sign}(z) = \begin{cases} 1 & \text{if } z > 0 \\ 0 & \text{if } z = 0 \\ -1 & \text{if } z < 0 \end{cases} \quad (12)$$

$$\hat{\Phi} = \frac{\hat{\epsilon}}{k_D} \quad (13)$$

으로 정의된다. \hat{w}_j 와 $\hat{\epsilon}$ 을 구하기 위한 적응 법칙은 다음과 같다:

$$\dot{\hat{w}}_j(t) = -\eta_1 s_\Delta(t) B_j(\mathbf{x}(t)) \quad (14)$$

$$\dot{\hat{\epsilon}}(t) = \eta_2 |s_\Delta(t)|. \quad (15)$$

여기서 η_1, η_2 는 적응 속도를 조절하는 양의 상수들이다.

위에 제안된 제어 구조의 안정도는 다음과 같은 Lyapunov 함수를 이용하여 증명할 수 있다:

$$V(t) = \frac{1}{2}(s_\Delta^2(t) + \frac{1}{\eta_1} \sum_{j=1}^m \tilde{w}_j^2(t) + \frac{1}{\eta_2} \tilde{\epsilon}^2(t)). \quad (16)$$

윗 식의 시간미분을 구하면,

$$\dot{V} = s_\Delta \dot{s}_\Delta + \frac{1}{\eta_1} \sum_{j=1}^m \tilde{w}_j \dot{\tilde{w}}_j + \frac{1}{\eta_2} \tilde{\epsilon} \dot{\tilde{\epsilon}} \quad (17)$$

으로 나타난다. 여기서 $s_\Delta \neq 0$ 일 때,

$$\dot{s}_\Delta(t) = \dot{s}(t) - \dot{\hat{\Phi}}(t)\text{sign}(s_\Delta(t)) \quad (18)$$

인 관계를 이용하면,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s_\Delta [\dot{s} - \dot{\hat{\Phi}}\text{sign}(s_\Delta)] + \frac{1}{\eta_1} \sum_{j=1}^m \tilde{w}_j \dot{\tilde{w}}_j + \frac{1}{\eta_2} \tilde{\epsilon} \dot{\tilde{\epsilon}} \\ &= s_\Delta [-k_D s + \sum_{j=1}^m \tilde{w}_j B_j(\mathbf{x}(t)) - d(t) \\ &\quad - \dot{\hat{\Phi}}\text{sign}(s_\Delta)] + \frac{1}{\eta_1} \sum_{j=1}^m \tilde{w}_j \dot{\tilde{w}}_j + \frac{1}{\eta_2} \tilde{\epsilon} \dot{\tilde{\epsilon}} \\ &\leq -k_D s_\Delta^2 - k_D \hat{\Phi} |s_\Delta| - \dot{\hat{\Phi}} |s_\Delta| \\ &\quad + \epsilon |s_\Delta| + s_\Delta \sum_{j=1}^m \tilde{w}_j B_j(\mathbf{x}(t)) \\ &\quad + \frac{1}{\eta_1} \sum_{j=1}^m \tilde{w}_j \dot{\tilde{w}}_j + \frac{1}{\eta_2} \tilde{\epsilon} \dot{\tilde{\epsilon}} \end{aligned} \quad (19)$$

와 같이 표시된다. 여기서 (14)식과 (15)식에 제안된 추정 법칙을 이용하면

$$\dot{V} \leq -k_D s_\Delta^2(t) - \frac{\eta_2}{k_D} |s_\Delta(t)|^2 \quad (20)$$

이 된다. $s_\Delta(t) = 0$ 일 때는 $\dot{V}(t) = 0$ 이므로, $s_\Delta(t)$ 가 0으로 수렴하며, $\hat{w}_j(t)$ 와 $\hat{\epsilon}(t)$ 가 유한함을 알 수 있다. 따라서 $s(t)$ 의 유한성을 증명할 수 있다.

V. 컴퓨터 시뮬레이션

본 절에서는 다음 식으로 표현된 비선형 시스템에 대하여 제안된 제어기의 효용성을 알아보고자 한다.

$$\ddot{x}(t) + 5\dot{x}^2(t) \cos(3x(t)) = u(t). \quad (21)$$

x 가 추종해야할 원하는 궤적은 다음과 같다:

$$x_d(t) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right). \quad (22)$$

(21)식에 나타난 제어 대상에 대한 제어 입력은 (7)식으로부터 다음과 같이 구할 수 있다:

$$u(t) = \ddot{x}_d(t) - \lambda \dot{x}(t) - k_D s(t) + \hat{f}(x(t), \dot{x}(t)) \quad (23)$$

$$s(t) = \dot{x}(t) + \lambda \bar{x}(t). \quad (24)$$

여기서 $\lambda = k_D = 5.0$ 으로 정하였다.

먼저 사구간을 사용하지 않았을 경우($\hat{\epsilon}(0) = 0.0, \eta_2 = 0.0$)에 대하여 알아본다. (14)식의 η_1 은 500으로 정하였고, 학습 주기를 6초 (원하는 궤적인 \cos 함수의 2주기)로 하여 시뮬레이션을 수행하였다. 결과는 그림 3에 나타나 있으며 x 축을 반복 횟수, 점선은 각 학습 주기에서의 $|s(t)|$ 의 최대값, 그리고 실선은 $|s(t)|$ 의 평균값을 나타낸다. 그림에서 알 수 있듯이 사구간을 사용하지 않으면 시스템의 안정도가 파괴됨을 알 수 있다. 사구간을 사용하였을 경우에 대한 결과는 그림 4에 나타나 있다. 이 경우 $\eta_2 = 0.2, \hat{\epsilon}(0) = 0.0, \eta_1 = 500$ 으로 하였으며, (15)식에 의해 $\hat{\epsilon}(t)$ 이 추정된다는 것외에는, 사구간을 사용하지 않았을 경우와 동일한 조건이다. 그림에서 알 수 있듯이 안정한 제어가 이루어짐을 알 수 있다. 각 학습 주기에서의 $|s_\Delta(t)|$ 의 최대값은 그림 5에 나타나 있다. 그림에서 알 수 있듯이 $s_\Delta(t)$ 가 0으로 수렴하게 되며, 그에 따라 $\hat{w}_j(t), \hat{\epsilon}(t)$ 이 더이상 추정되지 않게 된다. 그러므로 제어기가 시불변 상태로 되며, 안정도 및 추종 성능을 계속 유지할 수 있게 된다.

VI. 결론

본 논문에서는 적응 퍼지시스템을 이용한 비선형 시스템의 추종 제어에 대해 고찰해 보았다. 제어 대상의 모르는 동력학을 보상하기 위해 적응 퍼지 시스템을 이용하였으며, 이를 이용하면 안정적인 제어기의 설계가 가능함을 보였다. 근사 오차와 외란의 영향하에서 강인성을 보장하기 위해 사구간을 사용한 적응 법칙을 제안하였다. 제안된 제어기에서는 근사 오차와 외란의 크기를 추정하여 사구간의 크기를 적절히 정하는 방법을 제안하여, 근사 오차와 외란의 크기를 미리 알아야 한다는 가정이 필요하지 않다. 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제안된 방법의 효용성을 알아보았다.

인용

- [1] R. M. Sanner and J.-J. E. Slotine, "Gaussian networks for direct adaptive control," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol.3, no.6, pp.837-863, Nov. 1992.
- [2] C.-Y. Su and Y. Stepanenko, "Adaptive control of a class of nonlinear systems with fuzzy logic," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol.2, no.4, pp.285-294, Nov. 1994.
- [3] B. B. Peterson and K. S. Narendra, "Bounded error adaptive control," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.AC-27, pp. 1161-1168, Dec. 1982.
- [4] L.-X. Wang, "Adaptive Fuzzy Systems and Control : Design and Stability Analysis," NJ: Prentice-Hall, 1994.
- [5] J.-J. E. Slotine and W. Li, "Applied Nonlinear Control," NJ : Prentice-Hall, 1991.

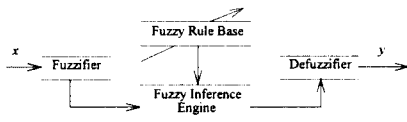


그림 1. 적응 퍼지 시스템

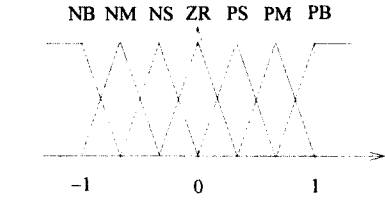


그림 2. 입력 변수의 멤버십 함수

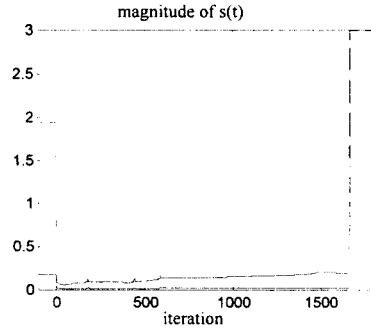


그림 3. 사구간을 사용하지 않았을 경우

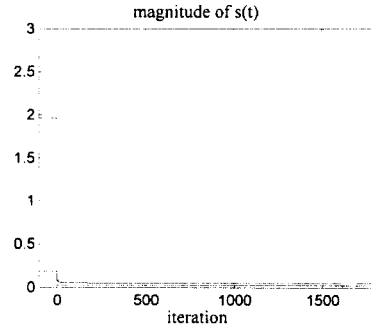


그림 4. 사구간을 사용하였을 경우

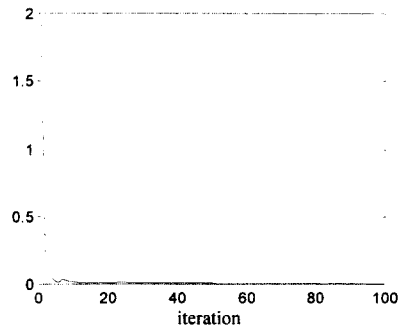


그림 5. 사구간을 사용하였을 경우 $|s_{\Delta}(t)|$