퍼지측도 및 퍼지적분

권 순학
영남대학교 공과대학 전기전자공학부
경북 경산시 대동214-1 (우:712-749)

An Introduction to Fuzzy Measures and Fuzzy Integrals

Soon H. Kwon
School of Electrical & Electronic Eng.
Yeungnam University
shkwon@ynucc.yeungnam.ac.kr

Abstract - This paper presents a short introduction to fuzzy measures and fuzzy integrals for providing an useful understanding of articles related on fuzzy measure theory and its applications. A brief overview of the basic concepts of systems, models, uncertainty, fuzzy measures and fuzzy integrals is provided. And terminology and notation frequently used in the discussion on the topic are introduced.

1. 서론

본고에서는, 구성 요소간에 상호 작용이 존재하는 시스템의 모델링(예:주관적 평가 모델, 시계열 모델) 및 구조 분석에 널리 사용되고 있는 퍼지 측도에 대한 간단한 소개를 하기로 한다. 이를 위하여 먼저, 퍼지 측도가 측정 대상으로 하는 시스템의 특성에 대하여 알아 보고, 다음으로는 퍼지 측도가 어떤 양을 어떻게 측정하는 지에 대하여 알아보기로 한다.

최근, 우리 주위의 여러 분야 (예를 들면, 가전 제품, 지하철의 자동운전, 공정 제어, 무인 헬리콥터, 물류 시스템의 평가, 상호 간섭 시스템의 구조 분석 등등)에서의 성공적인 적용에 의하여 학계 및 산업계 관계자들의 관심을 고조시키고 있는 퍼지이론은 크게 두 종류의 불확실성(uncertainty)을 다루고 있다. 즉 확실한 경계가 규정되지 않는 개념의 불확실성 (vagueness)과 여러 가지의 가능성이 있는 경우 어느쪽에 속할 지 특정지어 지지 않는 개념의 불확실성 (ambiguity)을 서로 다른 방향으로 다루고 있다[1]. 전자는, 1965년 미국 캘리포니아 대학의 자데 (L. A. Zadeh) 교수에 의하여 제안된 퍼지 집합론 (fuzzy set theory)에서[2], 그리고 후자는 1972년 일본의 수게노 (M. Sugeno) 교수에 의하여 제안된 퍼지 측도론 (fuzzy measure theory) [3]에서 다루어 지고 있다.

퍼지 측도를 한마디로 설명하면 비가법적인 집합 함수 (nonadditive set function)라 할 수 있으며, 그 비가법성에 의하여 구성요소 사이의 상호작용을 표현하고 있다고 해석할 수 있다. 즉, 고전적 측도(예:확률)의 정의 중 가법성(additivity)을 제외시킨 측도로, 퍼지 집합론이 고전적 집합론의 확장인 것과 마찬가지로 퍼지 측도 또한 고전적 측도론의 확장으로 볼 수 있다. 그 후 퍼지 측도 및 이에 대한 적분인 퍼지 적분은 주로 인간의 주관적 평가 문제의 해석에 응용되어 좋은 결과를 보여 주고 있다.

이하에서는 퍼지 측도 및 퍼지 적분에 관하여 각각의 기본 개념 및 관련 이론을 간략히 소개하기로 한다.

2. 퍼지 측도

앞에서 우리는, 퍼지 측도가 비가법적인 집합 함수로, 구성요소 사이의 상호 작용을 표현하는 수학적 도구라 하였다. 여기에서는, 이러한 해석에 근거하여 우선, 퍼지 측도가 측정하고 있는 상호 작용에는 어떠한 것들이 있는지에 대하여 알아 본 후, 퍼지 측도가 상호 작용을 어떻게 측정하는지에 대하여 알아 보기로 한다.

퍼지 측도가 측정해 온 상호 작용은, 크게 (1) 속성의 중요도, (2) 단위를 갖는 양 (3) 확실함의 정도 로 분류된다. 먼저, 속성의 중요도를 측정하는 퍼지 측도의 역할을 살펴 보기 위하여 주관적 평가 문제를 생각해 보기로 한다. 간단한 예로, 우리가 승용차를 구입하려 한다고 가정하고, 몇 개의 모델에 대하여 평가해 보기로 한다. 이때 각각의 모델에 대하여 얻어지는 종합 평가치는 가격, 연비, 엔진 성능, 스타일 및 승차감과 같은 속성에 관한 부분 평가치를 종합하여 얻어진다. 이 과정에서 개개의 속성이 서로 독립적인 관계를 유지하는 경우 종합 평가치가 각각의 부분 평가치의 선형 결합의 형태로 표현될 수 있지만, 일반적으로는 각각의 속성이 서로 상승 혹은 상쇄 작용을 하여 부분 평가치의 비선형 함수로 표현된다. 여기서, 속성 상호간의 상승 혹은 상쇄 작용 정도를 측정하는 것이 퍼지 측도이다.

다음으로는 퍼지 측도가 적용될 수 있는 또 다른 상황으로 단위를 갖는 양에 대하여 살펴 보기로 한다. 어느 회사의 숙련된 조립공 P씨가 오른손(R)을 써서 단위 시간당 조립하는 개수를 $\mu(\{R\})$, 왼손(L)을 써서 단위 시간당

조립하는 개수를 $\mu(\{L\})$라 하자. 이때, P씨가 두손을 다 사용하여 조립하는 개수 $\mu(\{R\} \cup \{L\})$ 는 다음과 같은 경우가 있을 수 있다.

(1) $\mu(\{R\} \cup \{L\}) = \mu(\{R\}) + \mu(\{L\})$

(2) $\mu(\{R\} \cup \{L\}) > \mu(\{R\}) + \mu(\{L\})$

(3) $\mu(\{R\} \cup \{L\}) < \mu(\{R\}) \wedge \mu(\{L\})$

여기서 $\wedge$는 최소를 의미하는 연산자이다.

위에서 (1)의 경우는 오른손과 왼손이 서로 독립적으로 작업을 수행하여 상호 작용이 존재하지 않는 경우를 나타낸다. 그러나, (2)에서와 같이 양손이 서로 협력하여 작업한 경우에는 상승 효과가 나타나고, 반대로 (3)과 같이 서로 방해가 되는 경우에는 서로 상쇄 작용을 하여 각각의 손으로 작업한 결과보다도 좋지 않은 결과를 초래하는 경우도 있을 수 있다. 이와 같이 퍼지 측도는 구성 요소 사이에 존재하는 상호 작용에 의하여 얻어지는 양을 측정할 수 있다.

마지막으로, 퍼지 측도는 어떤 명제 혹은 사상의 확실함의 정도를 측정할 수 있다. 이러한 퍼지 측도의 예로는 비가법적 주관 확률을 들 수 있으며, 엘스버그(Ellsberg)의 패러독스를 설명할 수 있는 중요한 도구를 제공한다는 정도로 이야기하고, 이에 대한 구체적 설명은 생략하기로 한다.

다음으로는 퍼지 측도가 어떻게 상호 작용을 측정하는지에 대하여 수학적 표현을 도입하여 살펴 보기로 한다. 일반적으로 측도(measure)란 길이, 면적, 체적 등등을 측정하는 자(scale)를 말한다. 고전적 측도(예:확률)의 특징중의 하나는 가법성이라 할 수 있다. 여기서 가법성이란 X의 어느 원소 x가 X의 부분집합 A, B (단, $A \cap B = \phi$)에 속하는 정도를 각각 $\lambda(A)$ 및 $\lambda(B)$ 라 할 때, x가 A와 B의 합집합에 속하는 정도는 $\lambda(A \cup B) = \lambda(A) + \lambda(B)$가 되는 성질을 말한다.

퍼지 측도를 정의하기 전에, 퍼지 측도가 정의되는 공간인 보렐체(Borel field,혹은 σ-field) Ω를 정의하기로 한다. Ω는 전체집합 X의 부분집합으로 구성되는 족(family)으로 다음과 같은 성질을 만족시킨다.

(1) $\phi \in \Omega$

(2) $A \in \Omega \rightarrow A^c \in \Omega$

(3) $A, B \in \Omega \rightarrow A \cup B \in \Omega$

전체집합 X가 유한집합인 경우, Ω는 X의 멱집합(power set)과 일치함을 알 수 있다. 전체집합을 X라 할 때, 수게노에 의한 퍼지 측도(fuzzy measure) $\lambda: \Omega \rightarrow [0,1]$는 다음과 같은 성질을 만족하는 집합의 함수이다.

(1) $\lambda(\phi) = 0$, $\lambda(X) = 1$ (경계조건)

(2) $A \subset B$(단, $A, B \in \Omega, A \cap B = \phi) \Rightarrow \lambda(A) \le \lambda(B)$ (단조성(monotonicity))

(3) $A_1 \subset A_2 \subset \cdots$ 혹은 $A_1 \supset A_2 \supset \cdots$이면 $\lim_n \lambda(A_n) = \lambda(\lim_n A_n)$ (연속성)

여기서, 조건 (2)가 단조성을 나타내고 있어, 이러한 퍼지 측도를 단조 퍼지 측도(monotonic fuzzy measure)라 부르기도 한다. 전체집합 X가 유한 집합인 경우에는 연속성의 조건 (3)이 불필요하게 된다. 이하에서는 설명상의 편의 및 실제 응용에 있어서도 X가 유한 집합인 경우에 국한되어 있음을 고려하여 전체집합 X를 유한 집합이라고 가정한다.

앞에서 살펴 본 숙련된 조립공 P씨의 단위 시간당 조립하는 개수중 (1)과 (2)의 경우는 단조 퍼지 측도로 설명이 가능하지만, (3)은 불가능하게 된다. 실제로 (3)의 경우는 작업 환경이 양손을 사용하는 것을 허용하지 않는 상황에서 있을 수 있는 일이므로, 이를 표현할 수 있는 퍼지 측도의 정의가 필요하다. 이에, 최근 무로후시(Murofushi)등은, 퍼지 측도를 확장한 비단조 퍼지 측도(nonmonotonic fuzzy measure) 혹은 일반화된 퍼지 측도(generalized fuzzy measure) g를 제안하였다[4]. 비단조 퍼지 측도는 Ω에서 실수 전체의 집합 R로의 함수, 즉, $g: \Omega \rightarrow R$ 로 다음의 조건만을 만족하는 보다 일반적인 퍼지 측도라 할 수 있다.

(1) $g(\phi) = 0$

비단조 퍼지 측도는 부분집합간의 상호 작용을 나타내는 양이라고 해석되고 있다. 퍼지 측도 g에 대하여,

$$g^d(A) \equiv 1 - g(A_c)$$

로 주어지는 집합 함수 g^d 또한 퍼지 측도가 된다. 여기서 g와 g^d는 쌍대(dual) 관계라고 한다.

위에서 우리는 퍼지 측도의 일반적인 정의에 대하여 알아 보았다. 이하에서는 이러한 퍼지 측도의 범주에 속하는 몇 가지의 구체적인 예를 들어 보기로 한다.

2.1 확률 측도

확률 측도에 대한 해석에는 빈도론적 확률, 주관 확률 등등의 여러 가지가 있지만, 여기서는 콜모고로프(Kolmogorov)의 측도론적 확률론을 가지고 설명하기로 한다. 가측 공간 (X, Ω)상에서의 확률 측도 P는 다음 조건을 만족하는 Ω상의 실수 함수 $P: \Omega \rightarrow [0,1]$이다.

(1) $P(\phi) = 0$, $P(X) = 1$

(2) $A_i, A_j \in \Omega, A_i \cap A_j = \phi \Rightarrow P(\bigcup_{k=1}^{n} A_k) = \sum_{k=1}^{n} P(A_k)$

확률 측도의 특성은 위의 (2)에서 알 수 있듯이 가법성(additivity)을 만족한다는 것이다. 이러한 확률 측도는 퍼지 측도의 공리를 만족하고 있으므로 퍼지 측도는 확률 측도의 확장형이라 볼 수 있다.

2.2 λ-퍼지 측도

λ-퍼지 측도는 수게노에 의하여 제안된 퍼지 측도로 다음과 같이 정의된다[3].

$$A_i \subseteq X,\ A_i \cap A_j = \phi\ (i \neq j) \Rightarrow g_\lambda(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) \equiv \frac{1}{\lambda}[\prod_{i=1}^{n}(1+\lambda g_\lambda(A_i)) - 1],\ (-1 < \lambda < \infty)$$

또는 보다 간단히

$$g_\lambda(A \cup B) = g_\lambda(A) + g_\lambda(B) + \lambda g_\lambda(A) g_\lambda(B),\quad (-1 < \lambda < \infty, A \cap B = \phi)$$

λ-퍼지 측도 또한 퍼지 측도의 공리를 만족하는 사실을 쉽게 확인할 수 있다. λ-퍼지측 도는 λ값에 따라서 여러 가지 특성을 갖는다. 즉,

(1) λ=0일 때, λ-퍼지 측도는 확률 측도

(2) λ>0일 때, λ-퍼지 측도는 믿음 측도

(3) -1<λ<0일 때, λ-퍼지 측도는 근사 측도

가 된다. λ-퍼지 측도는 주관적 측도의 모델로 여러 분야에서 응용되고 있다.

2.3 가능성 측도 및 필연성 측도

단조 퍼지 측도의 단조성 조건에 의하면

$$g(A_1 \cup A_2) \geq g(A_1) \vee g(A_2)$$

가 성립하게 된다. 여기서 퍼지 측도의 특수한 예로서 양변이 등호 관계를 갖는 퍼지 측도를 정의할 수 있다. 이러한 퍼지 측도는 1978년 자데(Zadeh)에 의하여 제안되었고[5], 이를 일반적으로 가능성 측도(possibility measure) Π라 부르며, 다음과 같이 정의된다.

(1) $\Pi(\phi) = 0,\quad \Pi(X) = 1$

(2) $\Pi(A \cup B) = \Pi(A) \vee \Pi(B),\quad \forall A, B \subseteq X$

가능성 측도를 가능성 분포 함수(possibility distribution function) $\pi : X \rightarrow [0,1]$를 이용하여 다시 표현하면

$$\Pi(A) \equiv \sup_{x \in A} \pi(x)$$

와 같다. 이 정의를 이용하면 위의 (2)의 관계를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Pi(A \cup B) &= \sup_{x \in A \cup B} \pi(x) \\ &= \sup_{x \in A} \pi(x) \vee \sup_{x \in B} \pi(x) \\ &= \Pi(A) \vee \Pi(B) \end{aligned}$$

일반적으로 가능성 분포 함수는 퍼지 집합론에서의 소속 함수로 볼 수 있으므로, 퍼지 측도론과 퍼지 집합론을 이어주는 가교 역할을 한다고 할 수 있다.

가능성 측도와 쌍대 관계에 있는 퍼지 측도로 듀보아와 프라드(Dubois and Prade)는 필연성 측도(necessity measure) N를 제안하였고[6], 이의 정의는 다음과 같다.

(1) $N(\phi) = 0,\quad N(X) = 1$

(2) $N(A \cap B) = N(A) \wedge N(B),\quad \forall A, B \subseteq X$

가능성 측도와 필연성 측도 관계는 다음과 같다.

$$N(A) = 1 - \Pi(A^c),\quad \forall A \subseteq X$$

이 관계를 이용하면, 위의 (2)를 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} N(A \cap B) &= 1 - \Pi((A \cap B)^c) \\ &= 1 - \Pi(A^c \cup B^c) \\ &= (1 - \Pi(A^c)) \wedge (1 - \Pi(B^c)) \end{aligned}$$

$= N(A) \wedge N(B)$

2.4 믿음 측도 및 근사 측도

1967년, 뎀프스터(A. P. Dempster)에 의하여 정의된 상한 확률(upper probabilty) 및 하한 확률(lower probabilty)을[7], 1976년 쉐이퍼(G. Shafer)가 기본 확률(basic probability)을 정의하여 재구성한 이론이 믿음 측도 및 근사 측도이다[8]. 이 이론은 뎀프스터-쉐이퍼 이론(Dempster-Shafer theory,혹은 D-S이론)이라 불리워지며, 여러 분야에서 다양하게 응용되고 있으며, 이에 대한 해석을 한마디로 요약하면 쉐이퍼의 저서에서도 알 수 있듯이 증거의 수학적 표현이라 할 수 있다. 이에 대한 구체적 설명은 생략하고 정의만을 소개하기로 한다. 믿음 측도(belief measure or belief function) Bel은 다음과 같이 정의된다.

(1) $Bel(\phi) = 0,\ Bel(X) = 1$

(2) $Bel(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) \geq \sum_{i=1}^{n} Bel(A_i) - \sum_{i<j} Bel(A_i \cap A_j) + \cdots + (-1)^{n+1} Bel(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n)$

특히 $A \cap B = \phi$ 인 경우, $Bel(A \cup B) \geq Bel(A) + Bel(B)$ 이므로, 믿음 측도 Bel은

$$Bel(A) + Bel(A^c) \leq Bel(X) = 1$$

관계를 만족한다.

믿음 측도 Bel과 쌍대 관계에 있는 근사 측도(plausibility measure) Pl은 다음과 같이 정의된다.

(1) $Pl(\phi) = 0,\ Pl(X) = 1$

(2) $Pl(\bigcap_{i=1}^{n} A_i) \leq \sum_{i=1}^{n} Pl(A_i) - \sum_{i<j} Pl(A_i \cup A_j) + \cdots + (-1)^{n+1} Pl(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n)$

특히 $A \cap B = \phi$ 인 경우, $Pl(A \cup B) \leq Pl(A) + Pl(B)$ 이므로, 근사 측도 Pl은

$$Pl(A) + Pl(A^c) \geq Pl(X) = 1$$

관계를 만족한다. 믿음 측도 Bel과 근사 측도 Pl사이에는 $Pl(A) = 1 - Bel(A^c)$ 의 관계가 성립한다.

쉐이퍼는 유한 집합 X위에서 다음 조건을 만족시키는 집합 함수, 즉, 기본 확률 할당(basic probability assignment) $m : 2^X \to [0,1]$ 을 정의하여 믿음 측도 Bel과 근사 측도 Pl을 표현하였다.

(1) $m(\phi) = 0$

(2) $\sum_{A \subseteq X} m(A) = 1$

기본 확률 할당을 이용하여 믿음 측도 Bel과 근사 측도 Pl을 표현하면 아래와 같다.

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B)$$

$$Pl(A) = \sum_{B \cap A \neq \phi} m(B)$$

즉, 믿음 측도 Bel(A)는, A의 부분집합에 해당되는 집합에 할당된 기본 확률 할당값을 더한 것이고, 근사 측도 Pl(A)는, A와 공통 부분을 갖는 집합에 할당된 기본 확률 할당값을 더한 것이다.

위에서 살펴본 확률 측도, λ-퍼지 측도, 가능성 측도(P), 필연성 측도(N), 믿음 측도(Bel) 및 근사 측도(Pl)의 관계를 배논(G. Banon)이 다음과 같이 정리하였다[9].

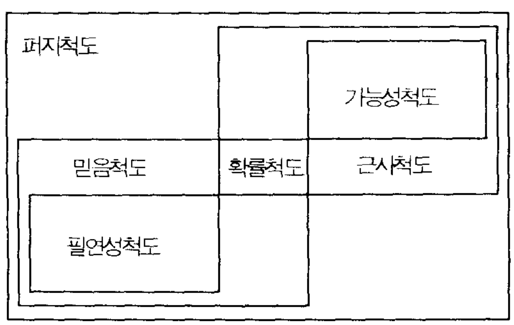

그림 1 퍼지 측도간의 관계

이러한 퍼지 측도는 주로 인간이 갖고 있는 주관성을 표현하고자 하는 문제(예:주관적 평가)들에 많이 응용되어져 왔으며, 또한 최근 들어서는 시스템간에 존재하는 상호작용을 나타내는 양으로 해석하여[11] 시계열 시스템의 모델링, 효용 이론(utility theory), 전문가 시스템(expert system) 등으로 응용 범위가 날로 확장되어 가고 있다.

3. 퍼지 적분

퍼지 측도는 가법적 측도가 아니므로 가측 함수(measurable function)의 퍼지 측도에 관한 적분으로 기존의 르베그 적분(Lebesgue integral)을 그대로 적용할 수 없다. 이에 수게노는 퍼지 측도의 제안과 함께 퍼지 측도에 관한 적분으로 수게노 적분을 제안하였다. 그 후, 퍼지 측도에 관한 많은 적분이 제안되어 사용되고 있는데, 이를 총칭하여 퍼지 적분이라 한다. 자세한 내용은 문헌 [13]을 참조하기 바란다. 이하에서는 제안된 퍼지 적분중 수게노 적분과 쇼케(Choquet)적분에 대하여 설명하기로 한다.

3.1 수게노 적분(Sugeno integral)

f를 X에서 [0,1]로의 함수, g를 X위에서의 퍼지 측도라 할 때, f의 g에 관한 수게노 적분은 다음과 같이 정의된다[3].

$$\int f(x)\circ g(\cdot) \equiv \sup_{r\in[0,1]} [r \wedge g(\{x|f(x) \geq r\})]$$

퍼지 측도가 고전 측도의 확장인 것에 대하여, 수게노 적분은 르베그 적분의 확장이 아니고, 가능성 측도에 관한 적분으로 인식되고 있다. 수게노 적분은 주관적 평가 문제에 많이 응용되어진 적분으로 이하에서는 구체적 예를 들어 설명하기로 한다.

집합 $X=\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$에 대하여, X위의 함수 f가

$$f(x_1) \geq f(x_2) \geq f(x_3) \geq f(x_4) \geq f(x_5)$$

을 만족한다고 한다. 또한 $A_i = \{x|f(x) \geq f(x_i)\}$라고 하면, 위에서 정의한 수게노 적분값은

$$\int f(x)\circ g(\cdot) = \bigvee_{i=1}^{n} [f(x_i) \wedge g(A_i)] = f(x_3) \wedge g(A_3) = f(x_3) = g(A_3)$$

로 표현되며, 그림2는 수게노 적분의 계산 예를 보여준다.

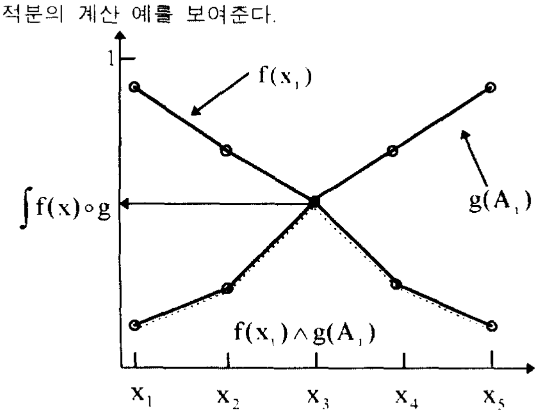

그림2 수게노 적분

3.2 쇼케 적분(Choquet integral)

퍼지 측도에 관한 적분중, 르베그 적분(Lebesgue integral)의 확장형으로 쇼케 적분(Choquet integral)이 있다. 쇼케 적분은 프랑스의 수학자 쇼케(Choquet)[10]가 용량(capacity)에 관하여 정의한 범함수(functional)로 다음과 같이 정의된다.

$$(c)\int f(x)\,dg \equiv \int_0^{\infty} g(\{x|f(x) \geq r\})dr$$

여기서, f는 X위에서의 음이 아닌 실수 함수를, g는 X위에서의 퍼지 측도를 각각 나타내며, 우변은 통상적인 적분이다. 이하에서는 구체적 예를 들어 쇼케 적분을 설명하기로 한다.

집합 $X=\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$에 대하여, X위의 단함수(simple function) f가 다음과 같이 주어졌다고 하자.

$$f(x) = \sum_{i=1}^{4} r_i \cdot 1_{D_i}(x)$$

여기서, $0 < r_1 < r_2 < r_3 < r_4, D_i \cap D_j = \phi\ (i \neq j), 1_{D_i}(x) \equiv \begin{cases} 1 & x \in D_i \\ 0 & \text{기타} \end{cases}$

이때, 단함수 f의 퍼지 측도 g에 관한 쇼케 적분은

$$(c)\int f(x)\, dg \equiv \sum_{i=1}^{4} (r_i - r_{i-1})\, g(A_i) = \sum_{i=1}^{4} Z_i$$

단, $A_i \equiv \bigcup_{j=i}^{4} D_j, r_0 \equiv 0$

로 표현된다. 그림3는 쇼케 적분의 계산 예를 보여준다.

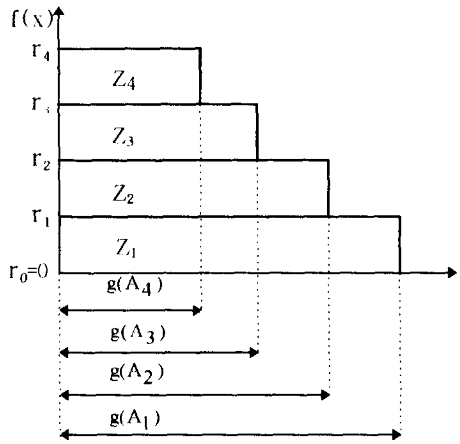

그림 3 단함수의 쇼케 적분

결국 쇼케 적분은 그림 3에서 알 수 있듯이 비가법적인 퍼지 측도 g값을 나타내는 횡축을 따라 적분하는 것이 아니고, 가법성이 만족되는 실수 함수 f값을 나타내는 종축을 따라 적분하는 것임을 알 수 있다. 최근 슈마이들러(D.Schmeidler)[14]는 쇼케 적분을 X위에서의 일반적인 함수 f에 대한 적분으로 다음과 같이 확장하였다.

$$(c)\int f(x)\, dg \equiv \int_0^{\infty} g(\{x|f(x) \geq r\})dr + \int_{-\infty}^{0} [g(\{x|f(x) \geq r\}) - g(X)]dr$$

슈마이들러의 정의에 의한 쇼케 적분의 중요한 성질에는 다음과 같은 것이 있다.

(1) $(c)\int 1_A\, dg = g(A)$ 단, $1_A(x) \equiv \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & \text{기타} \end{cases}$

(2) $(c)\int (af + b)\, dg = a(c)\int f\, dg + bg(X)\ \forall a, b \in R$

쇼케 적분 또한 주관적 평가를 포함한 다양한 분야에서 퍼지 측도에 대한 적분으로 응용되고 있으며 앞으로는 더욱 더 응용 범위가 확장되리라 생각된다.

4. 결론

앞에서 우리는, 시스템이 지니고 있는 불확실성중, 여러 가지의 가능성이 있는 경우 어느쪽에 속할 지 특정지어지지 않는 개념의 불확실성(ambiguity)을 취급 대상으로 하는 퍼지 측도 및 퍼지 적분의 정의 및 기본적 성질을 간략히 소개하였다. 그러나, 주어진 여러 가지 제약 조건에 의하여 본고에서는 퍼지 측도 및 퍼지 적분의 응용 예를 제시하지 못한 점에 아쉬움이 남아 있다. 그럼에도 불구하고, 최근 국내에서도 퍼지 측도론에 관한 관심이 높아지고 있으며 또한 이의 응용 분야도 평가(evaluation) 문제로부터 점점 다양한 분야로 확산되고 있는 현시점에서, 퍼지 측도의 보다 적절하고 효과적인 활용을 위해서는 보다 많은 연구자들의 관심이 요구된다고 하겠다.

참고 문헌

[1] G. J. Klir and T. A. Folger. Fuzzy Sets. Uncertainty. and Information. Prentice-Hall. London. 1988.
[2] L. A. Zadeh. "Fuzzy Sets." Information and Control 8. pp. 338-353. 1965.
[3] 菅野道夫. "퍼지測度의 퍼지積分." 計測自動制御學會論文集 8, 218-226, 1972.
[4] T.Murofushi. M. Sugeno and M. Machida. "Non-monotonic fuzzy measures and the Choquet integral." Fuzzy Sets and Systems. 64. pp.73-86. 1994.
[5] L.A.Zadeh. "Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility." Fuzzy Sets and Systems 1, pp.3-28, 1978.
[6] D.Dubois and H.Prade. Fuzzy Sets and Systems : Theory and Applications, Academic Press. 1980.
[7] A.P.Dempster. "Upper and lower probabilities induced by a multi-valued mapping." Ann. Math. Stat. 38, pp.325-339, 1967.
[8] G.Shafer. A Mathematical Theory of Evidence, Princeton Univ., 1976.
[9] G.Banon. "Distinction between several subsets of fuzzy measures." Fuzzy Sets and Systems 5, pp.291-305, 1981.
[10] G.Choquet. "Theory of capacities." Ann. Inst. Fourier 5, pp.131-295, 1953.
[11] T.Murofushi and M.Sugeno, "An interpretation of fuzzy measures and the Choquet integral as an integral with respect to fuzzy measure." Fuzzy Sets and Systems 29, pp.201-227, 1989.
[12] 권 순학. "퍼지집합, 퍼지척도 및 퍼지적분," 제어자동화 시스템공학회지, 제1권 제3호, pp. 39-51, 1995.
[13] T.Murofushi and M.Sugeno, 퍼지 測度, 일간공업시문사, 1993.
[14] D. Schmeidler. "Subjective probability and expected utility without additivity." Econometrica 57. pp.571-587. 1989.