

# 동적오차응답치를 이용한 구조물의 손상도 추정

## Damage Assessment of Structures Using Dynamic Error Response

정범석\*

Jung, Beom Seok

오병환\*\*

Oh, Byung Hwan

### Abstract

The purpose of present study is to propose a improved damage detection and assessment algorithm that has its basis on the method of system identification. This method allows the use of composite data which is constitute of static displacements and eigenmodes. In the dynamic test, the curvature and slope of mode shapes are introduced to formulate the error responses. The effectiveness of the proposed statistical system identification method is investigated through simulated and experimental studies. Real test data obtained from measurements are used to identify the actual location of damage and to revise the design variables in a concrete structure.

### 1. 서 론

주부재의 파괴와 같은 구조물의 심각한 손상이 발생한 경우에는 외관조사만으로 구조물의 건전도를 파악하는데 충분할 수도 있다. 그러나 대형구조물에서 한두개의 부재가 손상을 입었을 때 구조물의 복잡성 때문에 외관조사만으로 손상의 유무나 그 위치를 찾는 것은 상당히 어려운 일이다. 또한 재료의 노후화에 의한 손상은 외관상 변화가 거의 없기 때문에 외관조사에 의해서는 발견하기가 어렵다. 따라서 구조물의 손상도를 평가하기 위해서는 하중-저항능력과 같은 구조물의 고유특성이 관찰될 필요가 있고, 주요 구조물을 운용하기 위해서는 원격자료수집체계에 의한 지속적인 계측과 손상도의 추정 및 보수, 보강을 위한 통제가 이루어져야 한다.

본 연구에서는 정적 및 동적실험에 의하여 측정되는 구조 특성치로 부터 Statistical System Identification식에 의한 구조물의 손상도 추정기법을 제시하였다. 본 식을 구성하는 동적오차응답에

\* 정회원, 대림산업(주) 기술연구소 선임연구원

\*\* 정회원, 서울대학교 토목공학과 교수

는 모우드형상에 대한 곡률 및 기울기의 변화량을 도입하므로써 향상된 결과를 유도하였으며, 실험자료의 정확도와 최초에 가정된 구조변수에 대한 신뢰도를 전개과정에 포함하였다. 제시된 방법의 효율성은 일련의 수치모의실험방식의 예제해석과 실제 실내실험을 통하여 검증하였다. 즉, 인위적인 손상도에 따른 구조특성의 변화량을 바탕으로 손상도를 추정한 후 이를 최초에 설정한 값과 비교하는 방식으로 본 손상도 추정기법의 타당성을 검토하였다.

## 2. 오차응답함수의 구성

유한요소해석에서 구조물의 특성은 강성과 감쇠 및 질량행렬의 항으로 정의되고, 손상에 의한 구조행렬의 변화는 구조물의 응답특성에 영향을 주게 된다. 본 연구에서는 비감쇠 구조계를 대상으로 하였으며, 재료의 탈락에 의한 손상은 고려하지 않기 때문에 질량행렬은 상수로 가정할 수 있고, 구조변수로는 각 구조행렬을 구성하는 단면특성으로 가정하여  $p(j=1, \dots, n)$ 로 정의하였다. 따라서 진동모우드 특성치와 특정하중하에서의 정적처짐은 동일한 구조변수의 내재함수가 되고, 이를 Taylor's Series Expansion의 1차항만으로 표현하면 다음 식과 같은 오차응답함수,  $R$ 을 정의할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} A \\ \emptyset \\ \Gamma \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A \\ \emptyset \\ \Gamma \end{Bmatrix}_{P_p} + S(P - P_p) \quad (1)$$

여기서,  $A$ 는 측정된 고유진동수이고,  $\emptyset$ 과  $\Gamma$ 는 각각 동적오차응답과 정적오차응답의 벡터표현이다.  $P$ 는 구조변수로 구성된 벡터이며,  $P_p$ 는 전단계에서 평가된 구조변수이다. 첨자  $P_p$ 는 구조변수  $P=P_p$  일 때 구조특성의 해석치로 좌변의 실험치와 비교된다. 각 응답량은 오차함수에 의하여 하나의 스칼라량으로 합성되는데 각 응답형식의 상대적 크기에 따라 특정 응답형식의 기여도가 낮아지는 현상을 방지하기 위하여 정적오차응답과 같은 정도로 가중된 동적오차응답을 사용한다.  $S$ 는 각 응답의 구조변수에 대한 편미분행렬 또는 민감도행렬으로써 본 연구에서는 Nelson<sup>[1]</sup>의 방법을 일반적인 고유치문제에 적용하였다.

## 3. 동적오차응답의 정식화

모우드형상의 곡률은 요소단면의 휨강성에 관계되어 구조부재에 균열과 같은 손상이 발생되었을 때 손상부위의 휨강성은 감소되고 해당단면의 곡률은 커지게 된다. 곡률의 변화량은 지역적으로 서로 상이하게 나타나기 때문에 손상전후의 차이값을 도식화하므로써 구조물의 손상위치를 예측하는데 이용할 수도 있다.<sup>[2]</sup> 일반적으로 손상단면에서의 모우드형상에 대한 곡률변화량은 변위변화량보다 탁월하게 나타나는데, 본 연구에서는 오차함수를 최소화함에 있어 오차응답을 구성하기 위하여 모우드형상의 곡률변화량을 사용하였다. 대상구조물의 기하학적 형상에 따라 모우드형상의 곡률을 평가하기가 곤란한 경우가 있으며, 이 때 모우드형상의 기울기변화량이 사용될 수 있다. 이러한 기울기변화량은 각 요소에 대응되어 계산될 수 있으며, 오차응답의 구성에 성공적으로 적용되었다.

모우드형상,  $\phi$ 가 병진 자유도에 대하여 측정되었을 때 동적오차응답의 평가를 위한 모우드형상의 곡률과 기울기는 다음 식과 같이 계산된다.

$$\phi_{ji}^{..} = \frac{\phi_{(j+1)i} - 2\phi_{ji} + \phi_{(j-1)i}}{l^2} \quad (2)$$

$$\phi_{ji}' = \frac{\phi_{ji} - \phi_{(j-1)i}}{l} \quad (3)$$

#### 4. 정적오차응답의 정식화

하중이 가해진 자유도와 변위를 측정한 자유도가 서로 일치하지 않는 경우를 고려하기 위하여 Sanayei<sup>(3)</sup>의 전개과정을 이용하였으며, 하중-변위의 관계식에서 변위를 측정하지 않은 자유도  $x_a$ 를 제거하여 실험에 의하여 구할 수 있는 벡터량인  $f_a$ ,  $f_b$  및  $x_a$ 만으로 이루어진 다음과 같은 축약된 하중-변위 관계식을 얻게 된다.

$$f_a = [K_{aa} - K_{ab}K_{bb}^{-1}K_{ba}]x_a + K_{ab}K_{bb}^{-1}f_b \quad (4)$$

여기서, 첨자  $a$ 와  $b$ 는 각 물리량에서 변위를 측정한 자유도와 변위를 측정하지 않은 자유도에 해당되는 부분을 각각 의미한다. 이에 따라 구조변수의 함수인 정적오차응답,  $r(p)$ 가 다음 식과 같이 정의되고, 모든 경우의 작용하중에 대한 정적오차응답을 벡터로 정리한 것이  $\Gamma$ 이다.

$$\gamma_i(p_i) = [K_{aa} - K_{ab}K_{bb}^{-1}K_{ba}]x_a + K_{ab}K_{bb}^{-1}f_b - f_a \quad (5)$$

#### 5. Statistical System Identification식의 유도

측정된 오차응답에 따라 구조변수의 개선된 값을 구하기 위한 역해석문제는 평가치와 관련된 분산치를 최소화하는 과정으로 이해될 수 있다. 식 1에서  $S^{-1}$ 을 결정할 수 없는 경우에 평가행렬인  $T$ 를 도입하여 다음과 같은 관계식을 구성할 수 있다.

$$\Delta P = T \Delta R \quad (6)$$

평가행렬을 구하기 위하여 최소자승법<sup>(4)</sup>과 통계특성을 이용한 방법<sup>(5)</sup> 등이 시도되었으며, 본 연구에서는 Bayesian Estimation Theory<sup>(6)</sup>에 따라 스칼라량인 오차함수를 정의하고, 반복시행의 형식으로 표현된 구조변수의 개선된 값을 구하기 위한 평가식이 다음과 같이 유도되었다.

$$P_{k+1} = \hat{T}_k(R - R_k) - \hat{T}_k S_k (P^* - P_k) + P^* \quad (7)$$

$$\hat{T}_k = C_p S_k^T (S_k C_p S_k^T + C_r)^{-1} \quad (8)$$

여기서,  $C$ 와  $C_r$ 는 각각 측정응답과  $k$ 단계에서 평가된 구조변수의 불확실성에 대한 공분산 행렬이다. 개선된 구조변수에 대한 불확실성을 평가하기 위하여  $P_{k+1}$ 의 평균치가 구조변수의 목적치인  $P^*$ 와 동일하다고 가정하고, 충분한 반복시행을 실시한 후에는 구조변수의 목적치가 전단계 구조변수의 평가치에 근접하게 되어 평가행렬은  $\hat{T}^*$ 와 일치하게 되므로 공분산 행렬이 다음과 같이 유도된다.

$$\text{Cov}[P_{k+1}, P_{k+1}] = T_k (S_k C_p S_k^T + C_r) T_k^T - T_k S_k C_p - C_p S_k^T T_k^T + C_p \quad (9)$$

$P^*$ 는 구조변수의 목적치로 정의되고, 연구자에 따라 구조변수의 초기치나 최소차승법의 결과를 이용하여 상수로 취급하였다. 본 연구에서는 첫 번째 시행시 구조변수의 초기치로 가정하였으나, 그 이후의 단계에서는 전 단계의 결과를 이용하여 서로 다른 값을 적용하였다. 강성이 증가된 부분은 무시하였으며, 설정된 표준편차 이상 감소한 것으로 평가된 구조변수는 그 목적치를 표준편차에 해당되는 정도로 감소한 것으로 가정하여 반복시행을 실시하였다.

## 6. 예제 해석

첫 번째 예제에서는 그림 1과 같은 캔틸레버보에 인위적인 손상을 가한 후 그 위치와 정도를 추정하였다. 본 예제는 모의실험에 따른 것이므로 각 응답은 유한요소해석에 의한 값으로 가정하고, 구조변수는 각 요소의 단면2차모멘트로 설정하여 총 10개의 구조변수를 S.I.과정을 통하여 개선하였다. 손상단면은 1번과 5번 요소로 설정하였으며, 각 요소의 단면2차모멘트가 50%와 70%로 감소한 것으로 가정하였고, 모우드형상의 측정치는 각 절점에서 Y방향 병진운동에 대한 첫 번째 모우드의 고유벡터로 하였다. 초기에 설정된 구조변수에 대한 공분산 행렬인  $C$ 를 구성하기 위하여 구조변수의 표준편차를 평균값의 10%로 가정하였으며, 측정값의 불확실성을 계측오차의 분산치로 표현하는  $C$ 은 각 경우마다 서로 다른 크기를 갖는 대각행렬이 된다. 본 예제에서 모우드형상의 계측오차는 해당 모우드에서 가장 큰 변위량의 0.2%를 표준편차로 하였으며, 정적오차응답의 계측오차는 무시하였다.

보다 복잡한 구조물에의 응용을 위하여 두 번째 모의실험의 대상구조물을 그림 2와 같은 평면 Bowstring Truss<sup>7)</sup>로 설정하였다. 본 구조물은 축하중만을 받는 부재로 이루어져 있으므로 구조변수를 각 요소의 단면적으로 설정하였고, 손상단면은 20번 요소를 단면적이 50% 감소한 것으로 설정하였다. 구조물에 대한 모의정적실험에서는 한 종류의 하중조건을 고려하였으며, 50ton의 하중을 10번 절점의 수평과 수직방향으로 각각 가하여 8번에서 12번 절점까지의 수직방향 처짐과 7번과 10번 절점의 수평변위를 측정하였다. 모의동적실험에서 측정된 모우드형상은 각 절점에서 수평방향에 대한 첫 번째 모우드의 고유벡터로 한정하였으며, 공분산 행렬의 입력자료는 선행 예제와 같은 방법으로 가정하였다.

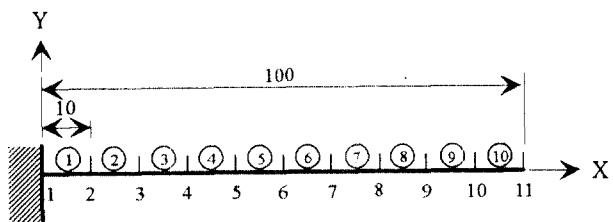


그림 1 캔틸레버 보

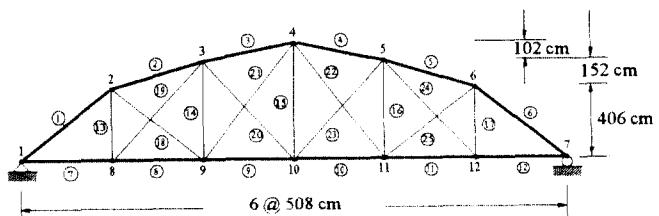


그림 2 Bowstring Truss 구조물

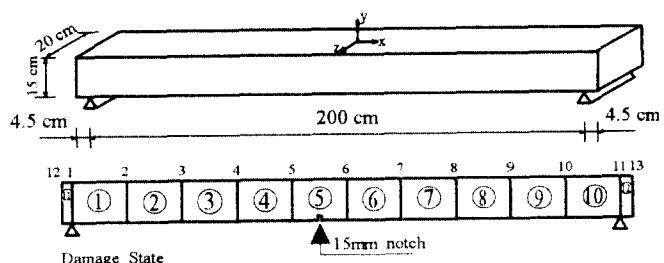


그림 3 단순보 모형

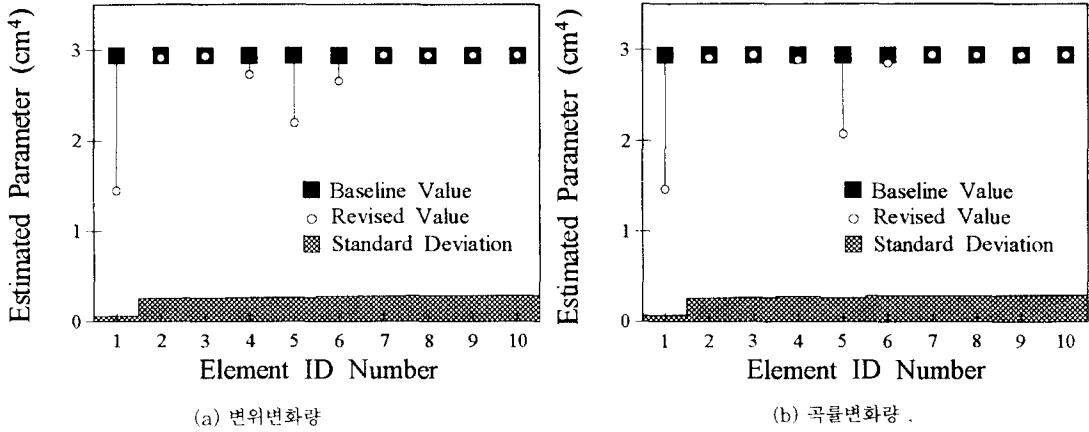


그림 4 캐틸레버 보의 손상도 추정결과

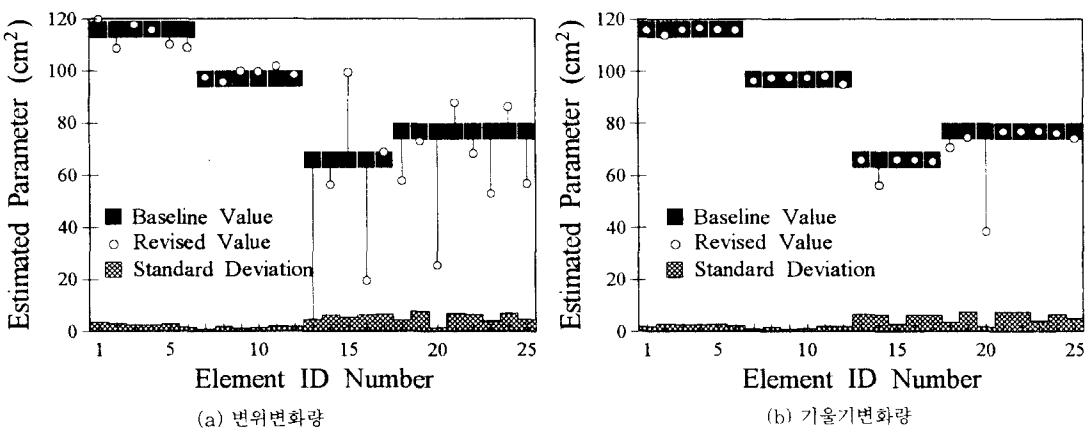


그림 5 Bowstring Truss 구조물의 손상도 추정결과

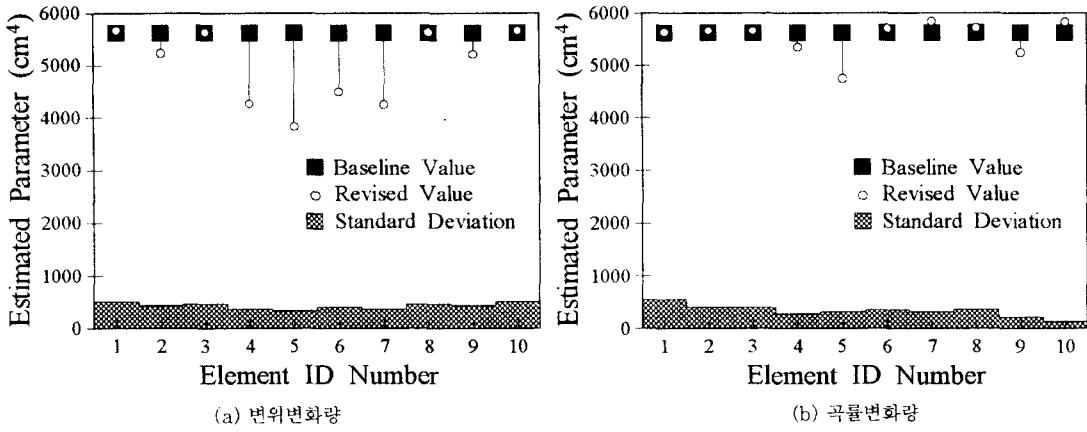


그림 6 단순보 모형의 손상도 추정결과

동적오차응답치를 사용한 실구조물의 손상도 추정을 위하여 그림 3과 같은 콘크리트 단순보를 제작하였으며, 대상 구조물을 Bernoulli-Euler 보요소로 모델링하여 구조변수를 각 요소의 단면2차모멘트로만 선정하였다. 부재에 인위적 손상을 가하기 위하여 그림과 같은 위치에 Notch를 가하고 실험을

실시하였다. 정적실험에서는 한 종류의 하중조건을 고려하였으며, 42.1kg의 하중을 8번과 10번 절점에  $-Y$ 방향으로 각각 가하여 3번, 5번, 6번, 8번, 9번 및 10번 절점의 처짐을 측정하였고, 동적실험에서는 각 절점에서 수직방향에 대한 첫 번째 모우드형상을 측정하였다. 각 예제의 결과에서 알 수 있는 바와 같이 동적오차응답을 구성하기 위해서는 모우드형상의 변위변화량과 곡률변화량 또는 기울기변화량을 각각 사용할 수 있으나, 후자의 경우에 더욱 정확한 손상도 추정결과를 보여주고 있다.

## 7. 결 론

본 연구에서는 S.I. 기법에 근거하여 구조물의 손상정도와 그 위치를 평가할 수 있는 방법을 제안하였다. 이러한 Statistical System Identification식은 고려되는 각 구조변수의 변화량과 진동모우드 특성치 및 정적응답의 관계식으로 구성되어, 각 요소행렬에 대한 손상을 구조변수를 사용하여 표현하였으므로 손상전후에 구조물의 정적 및 동적특성을 측정하여 본 식의 해를 구하므로써 구조물의 손상정도와 그 위치를 추정하게 된다. 특히, 오차응답함수를 구성하기 위해 사용될 수 있는 동적오차응답에 모우드형상의 곡률변화량과 기울기변화량을 대상구조물의 형상에 따라 각각 적용하므로써 더욱 정확한 손상도 추정이 가능하며, 일련의 수치모의실험방식의 예제해석과 실제 실내실험을 통하여 그 효율성을 검증하였다.

## ● 참고문헌 ●

1. Nelson, R. B., "Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives," AIAA Journal, Vol. 14, No. 9, Sept. 1976, pp.1201-1205.
2. Pandey A. K., Biswas, M. and Samman, M. M., "Damage Detection from Changes in Curvature Mode Shapes," Journal of Sound and Vibration, Vol. 145, No. 2, 1991, pp.321-332.
3. Sanayei, M. and Onipede, O., "Damage Assessment of Structures Using Static Test Data," AIAA Journal, Vol. 29, No. 7, July 1991, pp.1174-1179.
4. Chen, J. C. and Garba, J. A., "Analytical Model Improvement Using Modal Test Results," AIAA Journal, Vol. 18, June 1980, pp. 684-690.
5. Collins, J. D., Hart, G. C., Hasselman, T. K., and Kennedy, B., "Statistical Identification of Structures," AIAA Journal, Vol. 12, Feb. 1974, pp.185-190.
6. Torkamani, M. A. M. and Ahmadi, A. K., "Stiffness Identification of Frames Using Simulated Ground Excitation," Journal of Engineering Mechanics, Vol. 114, No. 5, 1988, pp.753-776.
7. Shin, S. B., "Damage Detection and Assessment of Structural Systems from Measured Response," Ph. D. Thesis, Univ. of Illinois at Urbana-Champaign, 1994.