

콘크리트의 안정-불안정 거동에 관한 연구

A Study on Stable-Unstable Behavior in Concrete

송하원*
Song, Ha-Won

전재홍**
Jun, Jae-Hong

변근주***
Byun, Keun-Joo

Abstract

This paper is about unstable behavior in concrete during the localized deformation and the crack growths in concrete. By modeling the strain localization phenomenon of concrete, the stability condition of the localization is obtained and analyzed. And the stability and bifurcation condition of crack growths in two parallel cracks under different loading conditions are derived and discussed.

1. 서 론

콘크리트의 파괴거동은 최대응력 이전의 경화상태와 최대응력 이후의 연화상태로 나누어 진다. 경화상태에서는 균등한 변형률 분포로 인하여 연속체 이론을 통한 거동 예측이 가능하나, 변형률의 증가에도 불구하고 응력이 감소되는 연화상태에서는 변형률 국소화 현상을 수반한다.

즉, 극부적으로 국소화된 영역에서는 집중적으로 변형률이 증가되고 그 외의 영역에서는 변형률이 감소되는 거동을 보이게 된다. 이와 같이 전체적인 변형률의 불균등한 거동은 구조물의 극한하중에 지배적인 요인으로 작용하고 안정-불안정 문제를 발생시키기도 한다. 한편 미세균열을 갖고있는 콘크리트의 국소화 현상은 콘크리트의 균열성장이 균일한 상태에서 불균일한 상태로의 분기(bifurcation)되는 현상으로 설명될 수 있으며 균열성장의 안정-불안정거동은 미세균열 사이에서의 상호작용의 효과를 고려 함으로써 규명할 수 있다.

본 연구는 콘크리트의 국소화 현상과 이에 따른 불안정 거동을 규명하려는 노력으로 콘크리트의 변형률 국소화 현상을 수치모형화하여 콘크리트 거동의 안정-불안정 조건을 도출하였으며 두 개의 미세

* 정회원, 연세대 토목공학과 조교수, 공학박사

** 정회원, 연세대 토목공학과 석사과정

*** 정회원 연세대 토목공학과 교수, 공학박사

균열 사이의 상호작용을 고려한 미시역학적 해석을 통하여 콘크리트 국소화의 안정 및 분기조건을 도출하였다.

2. 콘크리트의 변형률국소화 및 불안정 거동

2.1 콘크리트 국소화거동 분석

그림 1은 균열개구변위나 파괴에 소비되는 파괴에너지 등의 제어를 통한 실험으로 얻은 하중-변위곡선으로 곡선 A와 곡선 B 둘 다 최대하중 이후에는 연화현상이 일어남을 보여주고 곡선 B에서는 하중과 변위가 동시에 감소하는 불안정한 snapback 현상이 발생함을 보여준다.

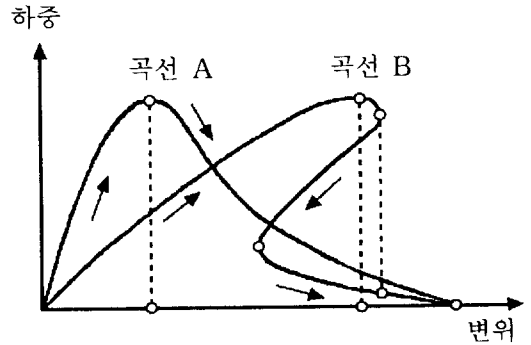


그림 1 극한하중 이후 파괴의 안정성

국소화를 동반한 연화상태의 실험적인 연구로서 Van Mier는 콘크리트 시편들의 일축 압축시험¹⁾으로부터 국소화를 수반하여 발생하는 안정-불안정 조건은 크기효과(size effect)²⁾를 수반하고 있음을 보여 주었다.

일축인장에 의한 콘크리트의 파괴에서도 최대응력 이전의 경화상태는 일축압축의 경우와 비슷한 균등한 변형률 분포를 나타내지만 최대응력 이후의 연화상태에서는 미세균열 개구부의 확장이 국소화 되면서 균등하지 않은 변형률 분포가 관찰되어 진다. 보통의 변형률 개념은 시편의 길이에 걸쳐 국소화 되어진 불균등 변형률 균질화시킨 것으로 국소화가 진행되는 영역의 크기에 따라 재료의 거동이 확연히 다르기 때문에, 때로는 구조물의 불안정 상태를 야기하는 경우도 있다.

2.2 안정-불안정 거동의 정식화

각각 압축과 인장하중을 받는 크기 L의 일축부재를 대상으로 콘크리트의 변형률국소화 현상을 수반하는 모형을 통하여 안정-불안정 조건을 도출하였다.

일축압축하중을 받고있는 콘크리트 부재에서, 부재 전체의 길이 L에 대해 연화영역의 길이는 ΩL , 제하영역의 길이는 $(1-\Omega)L$ 로 표현되며 국소화 현상에 따른 연화영역 (변형률 ϵ_u , 탄성계수 E_u)과 제하영역 (ϵ_t , E_t)은 2개의 다른 구성 방정식으로 정의될 수 있으며 평균화 과정을 거쳐 다음과 같이 정식화 할 수 있다.³⁾

$$\sigma = \frac{E_t}{(1+K)\Omega - K} [\Omega \epsilon_u + (1-\Omega) \epsilon_t] \quad \text{다음식에서 식에서 } K = -E_u/E_t \text{이다.} \quad (1)$$

최대응력 이후의 연화과정에서의 압축부재의 안정-불안정 조건은 포텐셜 에너지(Π)의 2차변분을 구해 그 값의 정·부(+, -)의 기호로 판정할 수 있다. 부재단부의 변위 u^* 에 의한 변위제어의 경우 변위경계에서 조건 ($\delta u^* = 0$)으로부터 다음과 같이 정식화할 수 있다.

$$\frac{\delta^2 \Pi}{LA} = \begin{cases} \frac{(1-\Omega)[(1+K)\Omega - K]}{\Omega} \cdot E_u \cdot (\delta \epsilon_u)^2 \\ - \frac{\Omega[(1+K)\Omega - K]}{K(1-\Omega)} \cdot E_t \cdot (\delta \epsilon_t)^2 \end{cases} \quad (2)$$

따라서, 안정-불안정 조건은 다음과 같다.

$$\delta^2 H > 0 \rightarrow \Omega > \frac{K}{1+K} : \text{안정} \quad (3)$$

$$\delta^2 H < 0 \rightarrow \Omega < \frac{K}{1+K} : \text{불안정}$$

즉, 최대응력 이후, 변형률 연화상태는 안정이고 응력의 감소에 따라 변형률도 감소되는 snapback 현상은 불안정 상태임을 의미한다. 또한 식 (3)에 의한 안정-불안정 조건은 식 (1)의 평균등가 탄성계수의 부호에 의한 안정-불안정 조건과 같음을 알 수 있다.

같은 방법으로 일축인장부재에서도 평균등가탄성계수를 통하여 안정-불안정 조건을 판정할 수 있다. 일축인장을 받는 콘크리트 부재는 완전한 불연속면을 이루며 파괴에 도달하게 되므로 국소화 거동이 나타나는 최대하중 이후의 해석은 응력-개구변위 관계를 이용해 다음과 같이 정식화할 수 있다.³⁾

$$\dot{\sigma} = E^* \dot{\epsilon}^* = \frac{D_p}{1 + \frac{D_p L}{E_u}} \dot{u} \quad (4)$$

여기서 D_p 는 인장연화곡선의 접선기울기이다.

식 (4)에서 $E^* < 0$ 이면 안정, $E^* > 0$ 이면 불안정이다.

2.3 일축부재의 안정-불안정 거동 해석

먼저 연화영역의 매개변수를 $\Omega=0.1, 0.2, 0.4$ 로 가정한 길이가 다른 압축부재의 안정-불안정 거동 해석을 실시하였다. 최소의 국소화영역의 크기는 최대골재 치수의 정수배로 존재한다고 가정하였으며 단축압축응력에서 응력-변형의 관계식은 Popovics⁴⁾의 관계식을 사용하였다. 이와 같은 조건을 기본으로 Ω 를 매개변수로 하여 $f' = 350 \text{ kg/cm}^2$, $\epsilon_c = 0.0025$, $m=3$ 인 경우, 변위제어에 의한 해석결과가 그림 2와 그림 3에 나타나 있다.

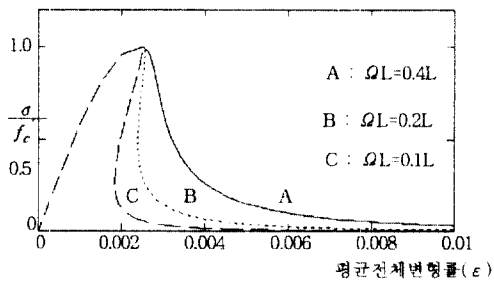


그림 2 일축압축부재의 응력과 변형률에 대한 해석결과

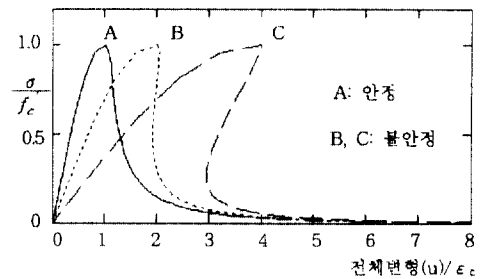


그림 3 일축압축부재의 응력과 변형에 대한 해석결과

그림 2와 3에서 길이가 다른 압축부재의 경우 전체 부재길이에 대한 국소화 영역의 길이가 적을수록 최대응력 이후 snapback 현상이 발생하여 불안정 상태가 됨을 알 수 있다.

또한 국소화된 일축인장부재의 크기효과에 의한 안정-불안정 조건을 관찰하기 위하여 일축압축부재와 마찬가지로 시편의 길이가 1 : 2 : 4 인 세가지의 경우에 대하여 모형화를 실시하였다. 최대응력 이전의 거동은 선형탄성으로 가정하였으며 최대응력 발생시의 변형률은 0.0001로 가정하였다. 최대응력

이후의 국소화 현상에 의한 응력-균열개구변위 관계는 Shah & Gopalaratnam⁵⁾의 직접인장시험에 의한 인장연화곡선을 이용하여 모형화하였다.

모형을 통한 응력-변형률관계, 응력-변위의 해석결과가 그림 3과 그림 4에 나타나있다. 해석결과 부재의 길이에 따른 크기효과를 나타내고 있으며 평균등가탄성계수에 의한 안정-불안정 조건을 판정해보면 부재의 길이가 증가할수록 불안정한 snapback 현상이 발생함을 보여주고 있다.

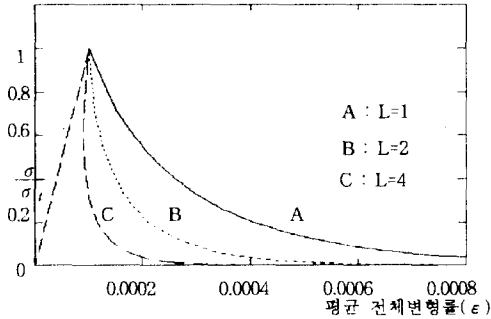


그림 4 일축인장부재의 응력과 변형률의 해석결과

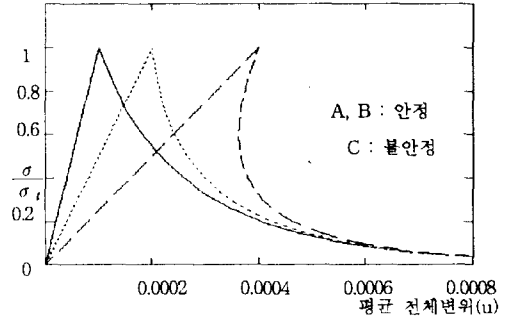


그림 5 일축인장부재의 응력과 변위의 해석결과

3. 균열성장의 안정-불안정 및 분기조건

본 장에서는 평행한 두개의 균열문제를 통하여 안정-불안정 및 분기의 조건을 관찰하였다. 일정한 크기를 가지며 평행한 두개의 균열에 대칭이며 같은 크기의 하중을 가한 경우 하중상태에 따라 불균등한 균열성장이 발생한다. 즉, 두 균열중 단지 한개가 성장하는 국소화 현상이 나타난다. 이러한 균열의 불안정한 성장과 불균등한 성장조건을 도출하기 위하여 두개의 균열문제에서 균열간의 상호작용 효과를 고려한 가상표면력(pseudo-traction)방법⁶⁾을 사용하여 에너지 해방률을 구하였으며 균열 성장의 안정-불안정 조건 및 분기조건을 도출하였다. 또한 도출된 식을 이용하여 하중 재하조건에 따른 불안정한 균열성장 및 국소화 현상을 구명하였다.

3.1 두개의 균열의 상호작용

그림 6과 같이 균열 길이가 $2c_1$, $2c_2$ 이며 중앙에 집중하중 P 와 분포하중 σ_d 를 받고 있고 d 만큼 떨어진 두개의 평행한 균열문제에서 하중 매개변수 P 의 증가에 따른 균열의 거동을 규명하였다.

탄성파괴역학의 가정과 Griffith 기준에 의하여, 균열의 성장은 각각의 균열에서의 에너지 해방률 (G)이 콘크리트의 파괴인성 (G_c)에 도달할 때 일어난다. 즉

$$G_1 = G_2 = G_c \quad (5)$$

평행인 같은 크기의 두개의 균열은 대칭이며 동일한 균등하중하에서는 보통 같은 크기로 균등하게 성장하나 하나의 균열이 성장할 때 나머지 하나는 원래의 상태로 남아 두 균열이 불균등한 성장도 가능하다. 가상 표면력의 방법을 사용하여 K_I 응력확대계수 (mode I)과 에너지 해방률 G_i 는 다음과 같이 구할수 있다.

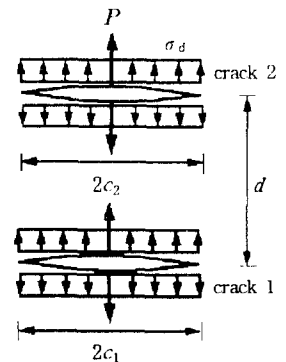


그림 6 평행한 두개의 균열

$$\begin{aligned}
 K_1^i &= \frac{P}{\sqrt{\pi c_i}} + \sqrt{\pi c_i} (\sigma^b_i + \alpha P) \\
 &= \frac{P}{\sqrt{\pi c_i}} \left(1 + \frac{c_i}{vd} - \frac{3c_1c_2}{1 + \frac{3}{2} \frac{c_1c_2}{d^2}} \left[1 + \frac{c_j}{2} \frac{1 - \frac{3c_i^2}{2d^2}}{1 - \frac{3c_1c_2}{2d^2}} \right] \right) \\
 G_i &= \frac{(K_1^i)^2}{E}, \quad i=1,2
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

3.2 균열성장의 안정-불안정 조건

두 개의 균열문제에서 균열성장의 안정-불안정 조건을 도출하였다. 식 (6)에 의하여 주어진 균열 1과 2의 에너지 해방률 G_1, G_2 는 매개변수 P 와 균열 길이 c_1, c_2 의 함수로 주어진다. 균열은 Griffith 기준 $G=G_c$ 가 균열선단에서 만족될 때 성장하며 매개변수 P 가 증가함에 따라 두개의 균열이 성장하는 경우 안정 혹은 평형상태의 균열성장이라 하며 두 균열의 성장이 안정상태에 있는 경우 안정된 균열성장의 충분조건은 다음과 같다.

$$\left(\frac{\partial G_1}{\partial c_1} \right) < 0, \quad \left(\frac{\partial G_2}{\partial c_2} \right) < 0
 \tag{7}$$

이 조건을 잃을때 균열들은 일정한 P 에 의해서도 균열이 성장한다. 위의 안정조건을 만족하는 $\nu (=1/\pi \alpha d)$ 의 변화에 따른 임계균열의 길이는 두 균열 사이의 상호작용의 영향이 미치는 임의의 거리 d 에 대해서 그림 7처럼 얻어지며 그림에서 보듯이 ν 가 증가함에 따라, 즉 분포하중에 비해 집중하중이 증가하는 경우 불안정한 균열성장에 필요한 임계균열 길이가 증가함을 알 수 있다.

분포하중만 작용하는 경우와 집중하중이 작용하는 경우의 균열성장문제는 위의 문제에서 특수한 경우로서 분포하중만 작용하는 경우 ($\nu=0$), 두 균열문제에서 하중의 증가

와 함께 즉시 균열성장이 불안정한 상태로 됨을 알 수 있고, 집중하중만 작용하는 경우 ($\nu \rightarrow \infty$), 균열 길이가 일정한 임계균열일때까지 안정한 균열성장을 하다가 불안정한 상태로 됨을 알 수 있다. 한편, $d \rightarrow \infty$ 인 경우 즉 두 균열사이의 거리가 멀어져 상호작용의 영향을 받지 않는 한개의 균열의 안정문제로 국한된다.

3.3 균열성장의 분기조건

두개의 균열중 한쪽만 성장하는, 즉 두개의 균열의 균등한 성장에서 비균등한 균열의 성장으로 바뀔 때를 분기라 하며 콘크리트의 국소화된 변형을 야기한다.

분기가 일어나지 않는 필요 조건은 다음과 같이 얻어진다.

$$\left(\frac{\partial G_i}{\partial c_i} \right) < 0, \quad \left(\frac{\partial G_j}{\partial c_i} \right) - \left(\frac{\partial G_i}{\partial c_j} \right) > 0, \quad i, j=1,2
 \tag{8}$$

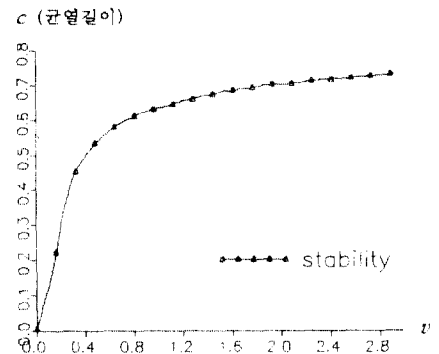


그림 7 안정한 균열성장의 임계균열길이⁷⁾

그림 8은 ν 의 변화에 따른 식 (11)에서 얻어진 분기가 발생하는 임계균열 길이를 나타내고 있다. 그림 8에서 보듯이 등분포하중인 경우($\nu \rightarrow 0$ 인 경우), 균열성장과 동시에 분기가 발생하며 집중하중인 경우($\nu \rightarrow \infty$ 인 경우), 임계균열길이까지 균열이 성장하다가 분기가 발생함을 알 수 있다. 또한 그림 9는 안정조건과 분기조건에 따른 임계균열 길이를 동시에 도시하고 있다. 그림 9에서 보는 바와 같이 임의의 ν 에 대해 분기현상은 먼저 발생하며 그 후 균열의 성장이 불안정상태가 됨을 알 수 있으며 분포하중만 작용하는 경우는 분기와 균열의 불안정한 성장이 함께 일어난다. 즉, 두 균열은 불균등하게 성장하며 성장상태는 불안정하게 된다.

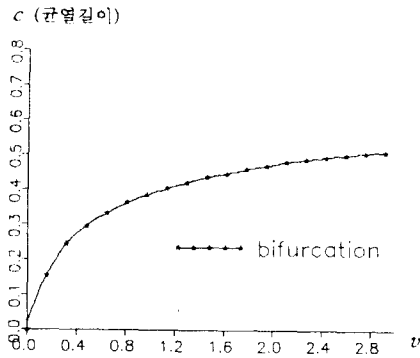


그림 8 분기조건에 따른 임계균열 길이⁷⁾

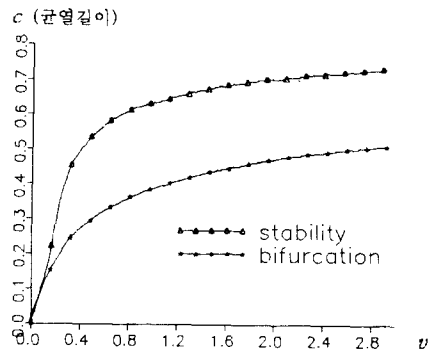


그림 9 안정과 분기조건에 따른 임계균열의 길이⁷⁾

4. 결 론

콘크리트 변형의 국소화 및 파괴진행의 안정-불안정 조건에 관한 연구를 통해 얻어진 결론은 다음과 같다.

- 1) 콘크리트 변형률국소화 현상의 모형을 통해 안정-불안정 조건을 도출 하였고, 일축부재의 국소화 모델링에 의한 해석을 통해 부재의 크기에 따른 안정-불안정 거동을 규명하였다.
- 2) 두 균열의 상호작용을 미시역학적으로 고려하므로써 동일한 크기의 평행한 균열이 동일한 하중을 각각 받는 경우에도 하중의 종류 및 크기에 따라 분기 및 안정조건이 달라짐을 규명하였다.

● 참고문헌 ●

1. Chen, W. F. and Saleeb, A. F., Constitutive Equation for Engineering Materials, Elsevier, Vol. II, 1994.
2. Bazant, Z. P., "Instability, Ductility, and Size Effect in Strain-Softening Concrete", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 102, 1976, pp. 331-344.
3. 송하원, 서철, "콘크리트의 변형률 국소화에 관한 연구", 콘크리트 학회논문집, Vol. 8, 1996, pp 129-138.
4. Popovics, S., "A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete", Cement and Concrete Research, Vol. 3, 1973, pp. 585-599.
5. Shah, S. P. and Gopalratnam, V. S., "Softening Response of Plane Concrete in Direct

- Tension", *ACI Journal*, Vol. 82, 1985, pp. 310-323.
6. Horii, H. and Nemat-Nasser, S., "Elastic Field of Interacting Inhomogeneities", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 21, 1985, pp. 731-745.
 7. Sakata, K. *Thermomechanics of Strain Localization in Solids with Microstructures*, Master Thesis, University of Tokyo, 1992.