

## 지하공간 건설시 Extended Bayesian Method에 의한 지반계수의 합리적 추정

### Geotechnical Parameter Estimation using Extended Bayesian Method in Underground Structures

김동현, DONG-HYUN KIM<sup>\*1</sup>, 이인모, IN-MO LEE<sup>\*2</sup>, 이우진, WOO-JIN LEE<sup>\*3</sup>

- \*1 고려대학교 생산기술연구소 연구원      Researcher, Institute of Industrial Technology, Korea Univ.  
\*2 고려대학교 토목환경공학과 부교수      Associate Professor, Dept. of Civil Eng., Korea Univ.  
\*3 고려대학교 토목환경공학과 조교수      Assistant Professor, Dept. of Civil Eng., Korea Univ.

SYNOPSIS : This paper deals with the best parameter estimation in the underground structures. In order to estimate unknown model parameters from the in-situ measurements as well as prior estimates, the Extended Bayesian Method( EBM ) is utilized. In addition to the best parameter estimation, the methodology for selecting the optimized model by using the EBM is also proposed. The proposed model is applied to a Pusan subway tunnel site, and it was found that the EBM caused a significant reduction of uncertainties in the parameter estimation process.

#### 1. 서론

국내의 터널 시공기술은 최근 괄목할 만한 성장을 이루었으나 아직도 많은 부분이 경험적인 방법이나 비합리적인 방법으로 처리되어 최적화된 공사가 이루어지지 못하고 있는 형편이다. 따라서 지하공간 개발시 안정성의 증대 및 경제적인 설계와 시공이 시급한 실정이며, 이러한 최적화에 가장 중요한 요소는 지반계수를 얼마나 합리적으로 추정하느냐에 달려 있다.

지반계수 추정을 위하여 실내에서 실험을 행하는 경우 실내실험조건과 현장조건은 차이가 날 수 밖에 없어 원천적으로 불확정성을 내포하게 된다. 이를 극복하기 위하여 현장에서 시공중에 각종 계측을 행하게 되는데, 이 또한 계측오차를 피할 수 없으며, 계측치로부터 지반계수를 역산하는 과정에서도 불확정성이 따른다.

본 논문에서는 설계시의 지반계수 초기 추정치와 시공시의 계측치로부터 구해지는 지반계수값을 합리적으로 조합하여, 최적의 지반계수를 구할 수 있는 역해석 기법 개발에 주안점을 두었으며, 개발된 기법의 적용시 지반계수의 초기추정치와 계측치의 불확정성을 평가하여 역해석 기법의 신뢰도 향상을 이룩하고자 하였다.

#### 2. 역해석 방법

##### 2.1 EBM(Extended Bayesian Method)의 기본이론

지반계수들의 최적값을 예측하기 위한 역해석기법으로는 초기 가정치와 시공중의 계측치를 합리적으로 고려하여 조합할 수 있는 EBM( Extended Bayesian Method )을 이용하였다( Honjo 등 , 1994a ; Honjo 등, 1994b).

일반적으로 지반의 거동모델은 식 1과 같은 형태로 나타낼 수 있으며,

$$\mathbf{u}^{*k} = \mathbf{u}^k(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}^k \quad (1)$$

여기서,  $\mathbf{u}^{*k}$  와  $\mathbf{u}^k$  는 각각 k번째 단계에서의 관측값과 수학적 모델에 의한 예측값을 나타내며,  $\boldsymbol{\varepsilon}^k$ 는 k번째 단계에서의 오차벡터,  $\mathbf{x}$  는 알고있는 입력값,  $\boldsymbol{\theta}$  는 분석하고자 하는 매개변수이다.

EBM 방법에서는 식 2와 같이 목적함수를 정의한다.

$$J(\boldsymbol{\theta} | \boldsymbol{\beta}) = \sum_{k=1}^K \{ \mathbf{u}^{*k} - \mathbf{u}^k(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}) \}^T V_u^{-1} \{ \mathbf{u}^{*k} - \mathbf{u}^k(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}) \} + \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{p})^T V_p^{-1}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{p}) \quad (2)$$

여기서, K = 측정구간 ( 또는 측정단계 )을

$\boldsymbol{p}$  = 정규분포를 따를 경우 매개변수  $\boldsymbol{\theta}$ 의 평균값,

$V_p$  = 매개변수  $\boldsymbol{\theta}$ 의 공분산 행렬,

$V_u$  = 오차벡터  $\boldsymbol{\varepsilon}^k$ 의 공분산 행렬,

$\boldsymbol{\beta}$  = 불확실성의 크기를 나타내는 스칼라량 이다.

식 2에서 알 수 있듯이 Extended Bayesian 방법과 Bayesian 방법과의 근본적인 차이점은 스칼라량인  $\boldsymbol{\beta}$ 를 새로이 도입하는 것으로  $\boldsymbol{\beta}$ 는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$l(\boldsymbol{\beta} | \mathbf{u}^*, \boldsymbol{p}) = \ln\{L(\boldsymbol{\beta} | \mathbf{u}^*, \boldsymbol{p})\} \quad (3)$$

$$\cong -\frac{1}{2} NK \ln\{J_0(\hat{\boldsymbol{\theta}}) + \boldsymbol{\beta} J_p(\hat{\boldsymbol{\theta}})\} + \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{\boldsymbol{\beta}^M | V_p^{-1}|}{| \sum_{k=1}^K S^{(k)T} V_u^{-1} S^{(k)} + \boldsymbol{\beta} V_p^{-1} |} \right\} + const$$

여기서, N은 총 관측점의 갯수,

S는 민감도이다.

식 3에서 민감도는 일반적으로 식 4와 같이 정의되며,

$$S^k = \left( \frac{\partial \mathbf{u}^k}{\partial \boldsymbol{\theta}^T} \right)_{\boldsymbol{\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}} \quad (4)$$

본 연구에서는 각각의 지반계수별로 가능한 변화폭을 나타내기 위하여 식 5와 같이 정규화된 민감도를 사용하였다.

$$NS = \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \boldsymbol{\theta}^T} \right) \boldsymbol{\sigma}_\theta \quad (5)$$

여기서,  $\boldsymbol{\sigma}_\theta$ 는 매개변수  $\boldsymbol{\theta}$ 의 표준편차이다.

$\beta$ 의 최적값은 식 3을 최대화시키는 값으로부터 구할 수 있으며, 식 3으로부터  $\beta$  값을 구한 후, Gauss - Newton 방법( Beck 등, 1977 )이나 Box - Kanemasu 방법( Beck 등, 1977 )으로 식 2에 나타난 목적함수를 최소화 시킴으로써 지반계수의 최적값을 구할 수 있다. 이 방법들은 Taylor expansion의 앞선 두 항만을 고려하여 선형화시킴으로써 비선형문제를 극복하여 반복적으로 최적의 값까지 접근해가는 방법들이다.

## 2.2 최적모델의 선정

역산법( Inverse Analysis )에 의해 최적의 지반계수를 예측하기 위해서는 해석에 적절한 모델의 설정이 매우 중요하다. 복잡한 모델의 경우 모델오차는 적으나 많은 지반계수를 사용해야 하는 단점이 있으며, 단순한 모델은 추정해야 하는 지반계수는 적으나 모델오차가 클 수가 있다. 따라서 모델의 설정은 계측치와 각종 사전정보를 이용하여 모델의 정밀도 및 사용가능한 정보의 질과 양을 고려하여 설정하여야 한다.

지반계수 추정을 위해 사용되는 역해석기법들은 일반적으로 주어진 모델에 의한 최적화는 가능하나 다른 모델간의 비교가 불가능한 면이 있었다. 따라서 적절한 모델을 구하기 위한 방편으로 식 6으로 표시되는 AIC( Akaike Information Criterion )를 이용하고자 한다.

$$AIC(k) = (-2) \ln \{f_k(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}_k)\} + 2 \dim(\boldsymbol{\theta}_k) \quad (6)$$

여기서,  $\dim(\boldsymbol{\theta}_k)$ 는 매개변수의 갯수이며,  $f_k(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}_k)$ 는 k번째 단계에서의 예측모델이다.

각 모델에 따라 매개변수의 숫자가 다르게 되는데, 최적의 모델은 각 모델로부터 구한 AIC 값들중 최소값을 갖는 모델이다.

## 2.3 매개변수 설정

지하구조물의 탄소성 해석에서 입력치로 사용되는 주된 지반계수는 탄성계수(E), 토압계수( $K_0$ ) 혹은 수평방향응력( $\sigma_{ho}$ ), 지반의 전단 저항각( $\phi$ ), 점착력(c), 단위중량( $\gamma$ ), 포아송 비( $\nu$ ) 등이다. 이는 물론 가장 많이 통용되는 Mohr-Coulomb 파괴이론을 사용하는 경우에 한하며, 암반역학에서 많이 사용하는 Hoek & Brown 모델을 사용하는 경우는 c,  $\phi$  대신에 m, s 등의 지반계수가 필요하게 된다.

단위중량과 포아송 비는 일정하다고 가정하면 매개변수는 다음의 벡터로 표시할 수 있다.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \begin{pmatrix} \hat{E} \\ \hat{K}_0 \text{ 혹은 } \hat{\sigma}_{ho} \\ \tan \hat{\phi} \\ \hat{c} \end{pmatrix} \quad (7)$$

이의 평균벡터  $\mathbf{p}$ 와 매개변수 사이에 상관관계가 없다고 가정할 때의 공분산 행렬  $V_p$ 는 다음 식과 같다.

$$p = \begin{pmatrix} \overline{E} \\ \overline{K_o} \text{ 혹은 } \overline{\sigma_{ho}} \\ \tan \overline{\phi} \\ \overline{c} \end{pmatrix} \quad (7a)$$

$$V_p = \begin{bmatrix} \text{Var}(E) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \text{Var}(K_o) \text{ 혹은 } \text{Var}(\sigma_{ho}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \text{Var}(\tan \phi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \text{Var}(c) \end{bmatrix} \quad (7b)$$

여기서,  $(\overline{\cdot})$  와  $\text{Var}(\cdot)$  는 각각  $(\cdot)$  의 평균과 분산을 의미한다.

만일의 경우, 지반 자체가 견고하여 소성영역이 일부 제한된 구간을 제외하고 발생하지 않는 경우는 탄성해가 지배적이며, 이 때는 매개변수를 다음과 같이 설정하여도 문제가 없을 것이다.

$$\hat{\theta} = \begin{pmatrix} \hat{E} \\ \hat{K_o} \text{ 혹은 } \hat{\sigma_{ho}} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$p = \begin{pmatrix} \overline{E} \\ \overline{K_o} \text{ 혹은 } \overline{\sigma_{ho}} \end{pmatrix} \quad (8a)$$

$$V_p = \begin{bmatrix} \text{Var}(E) & 0 \\ 0 & \text{Var}(K_o) \text{ 혹은 } \text{Var}(\sigma_{ho}) \end{bmatrix} \quad (8b)$$

## 2.4 불확정성 평가

실내시험 및 현장시험을 토대로 산정된 지반계수는 필연적으로 오차를 수반하고 있으며, 이의 보완을 위해 수행되는 현장계측값 역시 오차를 수반할 수 밖에 없다. 따라서 이러한 오차값에 대한 불확정성을 평가하여 지반계수 추정에 대한 신뢰성 평가는 필수적이라 할 수 있다. Extended Bayesian Method에서는 공분산행렬을 이용하여 계측치와 모델변수에 대한 불확정성의 평가작업 수행이 가능하다.

지하공동의 굴착으로 인해 발생하는 변형량은 지반계수에 대해 비선형 거동을 나타내므로 모델변수(  $\theta$  )의 분포는 정규분포의 양상을 보이지 않는다. 따라서 공분산행렬을 직접적으로 구할 수 없으나,  $u^*$ 를 선형화시켜 다변수의 정규분포 형태로 나타내면, 그에 따른 공분산행렬을 구할 수 있게 된다. 선형화된  $u^*$ 를 이용하여 Bayes' 이론에 의하여 공분산 행렬을 구하면 식 9와 같다.

$$\Sigma_p = \left\{ \sum_{k=1}^K S^{(k)T} V_u^{-1} S^{(k)} + \beta V_p^{-1} \right\} \quad (9)$$

식 9에서  $\Sigma_p$ 는 와 계측오차의 공분산행렬(  $V_u$  )과 초기 추정치에 대한 공분산 행렬 (  $V_p$  )의 조합으로 이루어져 각각의 오차율에 따른 불확정성의 평가기준이 된다.

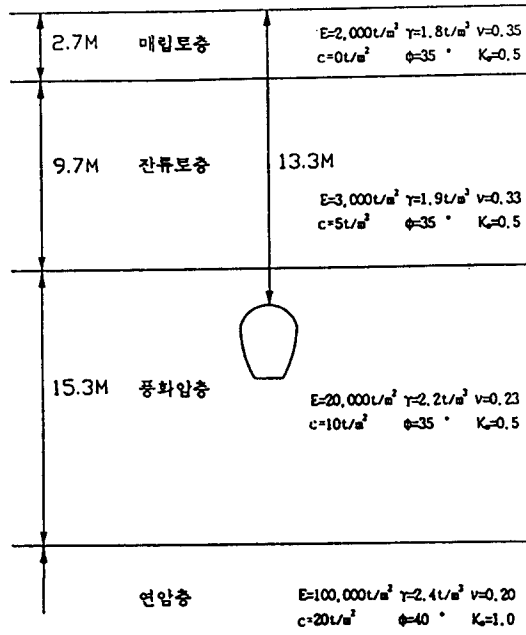
## 3. 적용사례

본 논문에서는 앞 절에서 서술한 지반계수 추정방법의 적용사례로서 제안된 방법을 부산지하철 현장에 적용하여 그 효용성을 검토하였다. 이 지역은 대보조산운동으로 형성된 퇴적층 위로 백악기 후기에 산성 및 염기성 암맥의 관입 그리고 후속하여 불국사 화강암류의 관입이 진행된 곳으로 화강암과 화강편마암이 주된 분포양상을 보인다.

### 3.1 지반조건 및 지반계수 설정

본 지역의 지층분포는 매립토층, 잔류토층, 풍화암과 연암순으로 되어있으며, 터널통과구간의 단면도는 그림 1에 나타내었다. 그림 1에서 알 수 있듯이 터널통과구간은 풍화암층으로 RMR값이 37인 Poor Rock 구간이다. 터널의 지보형태는 그림 2와 같은 PD-3형식으로 설계되었으며, 굴착공법은 Long Bench Cut 공법으로 굴진량은 0.7m/일 이다. 해석은 지반조건 및 공사조건이 거의 동일한 인접한 두 구간을 선정하여 수행하였다.

본 현장의 거동특성을 알아보기 위하여 우선 Hoek & Brown 모델에서 대표적인 정수값을 이용하여 소성영역의 분포양상을 알아보았다. 그 결과 인버트의 양 모서리 부분을 제외하고는 소성영역이 존재하지 않음을 알 수 있었다(이 등, 1994). 따라서, 대부분 탄성적인 거동을 보임을 감안하여 본 연구에서 구하고자 하는 지반계수는 지반의 탄성계수와 토압계수로 선정하였다.



\* 지반계수는 모두 초기 추정치임

그림 1. 대상구간 단면도 ( CASE I )

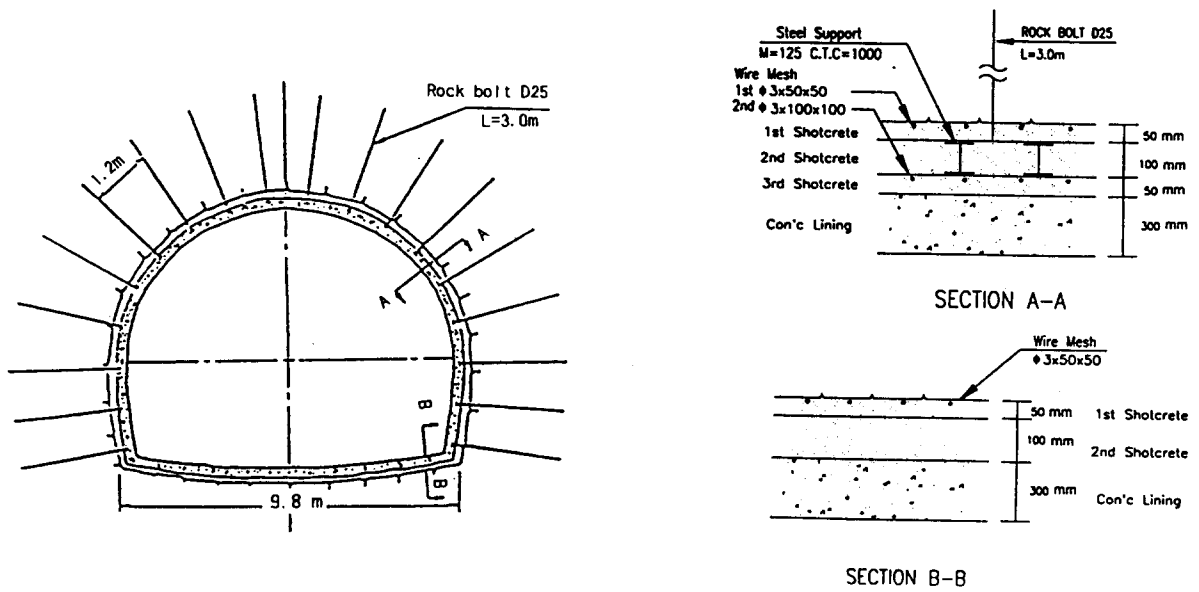


그림 2. 터널단면 형상

### 3.2 계측결과

본 현장의 터널내 변위는 Tape Extensometer를 사용하여 측정하였으며, 막장도달 후의 미계측 변형량은 근사해법을 이용하여 추정하였다(이 등,1996). 막장 도달전 변위는 지반종류, rheological model 및 단면형상에 따라 차이를 보이나, 최등의 연구결과(1995) 풍화암 지반의 막장도달전 변형량은 전체변형량의 49% 정도임을 알 수 있다.

측정지점은 그림 3에 나타내었으며, 산정한 전체변형량은 표 1에 수록하였다. 표 1에서 STATION I, II란 인접한 두 구간을 각각 의미하며, EBM의 적용에서는 두 구간 사이가 거의 homogeneous한 점을 감안하여 두 구간을 한 개로 묶어서 산정한 대표값을 구하였다.

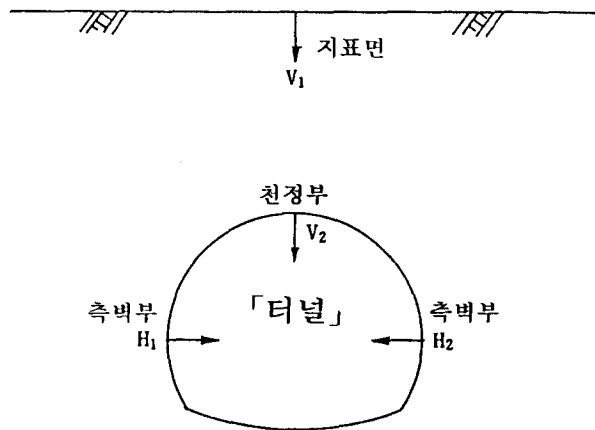


그림 3. 계측지점

표 1. 회귀분석 결과

(단위 : mm)

		함 수 식	전체변형량 (mm)
STATION I	터널 천정부	$u(x)=7.316(1-e^{-0.126x})$	13.42
	터널 측벽부	$u(x)=2.593(1-e^{-0.098x})$	6.47
	지표면	-	6.20
STATION II	터널 천정부	$u(x)=7.756(1-e^{-0.122x})$	14.12
	터널 측벽부	$u(x)=2.833(1-e^{-0.165x})$	6.32
	지표면	-	6.20

### 3.3 최적모델의 선정

본 논문에서는 최적의 모델 선정을 위하여 그림 1의 원지반 상태( CASE I )와 그림 4에서 보는 바와 같이 터널통과 구간인 풍화암층과 터널 통과로 인한 영향권인 잔류토층을 하나의 풍화대로( CASE II ) 가정하여 AIC값을 비교하였다. 해석시 사용한 지반계수값은 CASE I의 경우는 초기예측치의 평균값을 이용하였으며, CASE II의 경우는 풍화대의 탄성계수값을 변화시키면서 해석을 수행하였다.

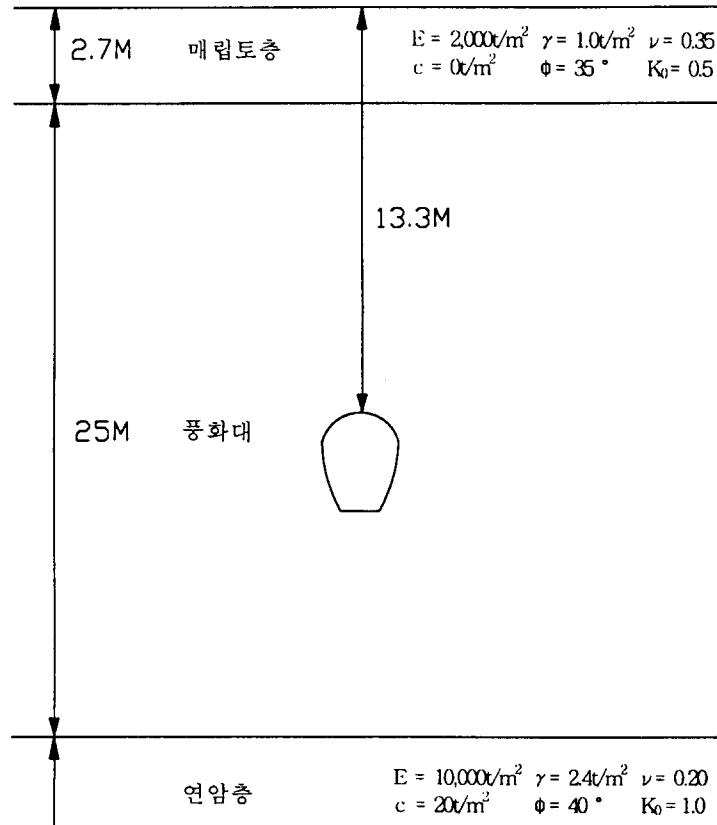


그림 4. 해석 단면도 ( CASE II )

해석결과는 그림 5에 원지반 상태의 AIC를 나타내었으며, 그림 6에 풍화대로 가정한 경우의 AIC를 나타내었다. 그림에서 알 수 있듯이 잔류토층과 풍화암층을 하나의 풍화대로 간주하여 해석한 CASE II의 경우가 더 작은 AIC값을 보인다. 즉 정확한 역해석을 위해서 복잡한 모델의 설정이 반드시 적절하다고는 할 수 없다.



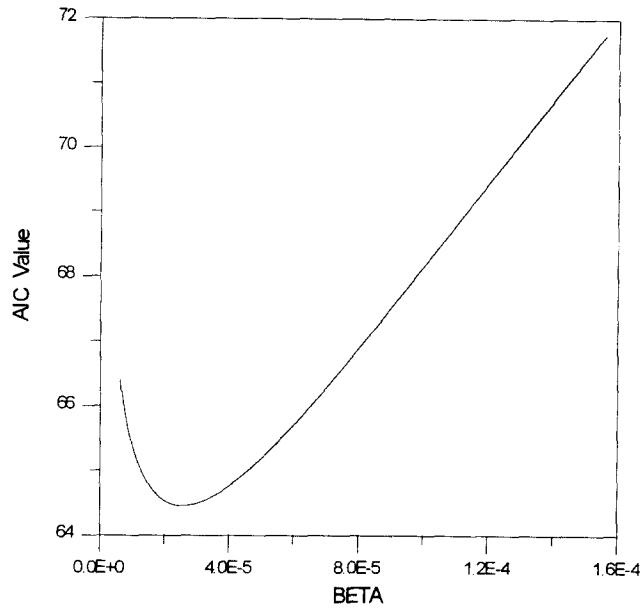


그림 5. 해석결과 ( CASE I )

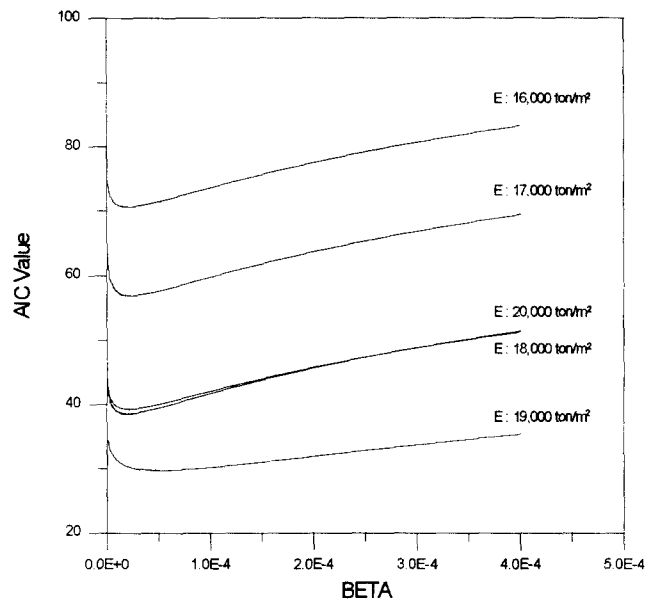


그림 6. 해석결과 ( CASE II )

### 3.4 역해석의 불확정성 평가

풍화산류토인 경우 불교란 시료의 채취가 거의 불가능하기 때문에 지반계수를 표준관입시험 N값으로부터 추정하거나 dilatometer와 같은 현장실험으로부터 구할 수 밖에 없다. 그림 1에 기록된 지반계수 값들은 위의 방법으로 구하거나 또는 경험적으로 사용하여 왔던 값들을 나타내고 있으며, 본 연구에서는 이 값들을 사전정보 예측치의 평균으로 하였다.

각 지반계수의 분산은 변동계수를 이용하여 산정하였으며, 변동계수란 표준편차를 평균으로 나누어준 불확실성의 정도를 나타내어 주는 지표라 할 수 있다. 표준관입시험의 경우 변동계수의 값이 0.27로 알려져 있으며(Harr, 1987), 본 연구에서 초기 입력치로 사용된 지반계수들은 표준관입시험 N값과의 상관관계 및 경험적인 방법에 의존하여 산정하였으므로 그 변동계수는 표준관입시험 자체의 변동계수보다 높은 0.3을 사용하였다. 분산값은 변동계수를 이용하여 다음 식으로 구할 수 있다.

$$Var(\cdot) = [\Omega(\bar{\cdot})]^2 = [0.3(\bar{\cdot})]^2 \quad (10)$$

여기서,  $\Omega(\cdot)$ 는  $(\cdot)$ 의 변동계수이다.

계측오차는 계측기기의 정밀도 및 기기 자체가 필연적으로 수반하는 마찰, 온도 등에 의한 요인으로 발생하게 되며, 인위적인 측정작업중의 오차나 시공에 의한 계측기의 손상등으로 인해 커질 가능성이 크다. 본 현장에서 사용한 Tape Extensometer의 측정정밀도는 10 m 길이에  $\pm 1\sim 1.3\text{mm}$  이며(Dunnicliff, 1988), 일반적으로 기계식 측정장치의 경우 4 % 정도의 오차율을 갖는다(Hanna, 1985). 물론 이 값들은 여타의 오차는 없이 단순히 기계오차만을 의미하며, 인위적인 여건에 의한 오차는 이보다 훨씬 클 것이다.

본 연구에서는 식 9를 이용하여 EBM 적용시 초기추정치로 사용한 지반계수의 불확정성 평가를 수행하였으며, 이 때 계측오차는 측정기기 자체의 오차율 4%만을 고려한 경우와 터널계측시 발생가능한 오차율을 인위적인 오차 등을 포함하여 20%를 적용하였다. 해석결과는 표 2에 수록하였으며, 현장 계측치의 사용으로 지반계수의 불확정성을 감소시킬 수 있다. 특히 계측의 신뢰도가 증가할수록 지반계수의 불확정성이 감소함을 알 수 있었다.

표 2. 지반계수의 변동계수

		탄성계수의 변동계수	토압계수의 변동계수
초기추정 오차		0.3	0.3
최종예측 오차	계측오차 20 %인 경우	0.24	0.16
	계측오차 4 %인 경우	0.11	0.07

### 3.5 지반계수 결정

역해석시 사용할 최적모델을 찾기 위해 AIC 값을 비교한 결과 해석 CASE II가 해석에 적절한 모델임을 알 수 있었으며, 산정한 모델에 대해 역해석을 수행하여 원 지반(CASE I)상태와 비교하여 보았다. 해석은 Incremental에 의한

방법과 EBM 방법으로 수행하였으며, 결과 비교를 통하여 EBM 방법의 효용성을 검토하였다. Incremental 방법은 해석하고자 하는 지반계수의 값을 작은 값(또는 큰값)으로부터 증가(또는 감소)시키면서 목적함수를 계산하는 방법이다.

EBM 기법을 이용하여 지반계수를 산정하기 위해서는 우선적으로  $\beta$  값을 구하여야 하며, 이는 그림 5와 6으로부터 구할 수 있다. 산정한  $\beta$  값을 식 2에 대입하여 목적함수 값을 최소화시키면 최적의 지반계수를 산정할 수 있으며, 본 현장에 대한 역해석 수행결과는 표 3에 수록하였다.

표 3. 역해석 수행결과

			지층	탄성계수 (ton/m <sup>2</sup> )	토압계수	목적함수
Incremental	CASE I	STATION I	간류토	2,900	0.45	$9.1 \times 10^{-5}$
			풍화암	20,000	0.47	$8.4 \times 10^{-3}$
		STATION II	간류토	3,050	0.46	$9.0 \times 10^{-5}$
			풍화암	22,000	0.51	$8.5 \times 10^{-3}$
	CASE II	STATION I	풍화대	18,500	0.46	$1.2 \times 10^{-4}$
		STATION II	풍화대	18,800	0.52	$1.1 \times 10^{-4}$
EBM	CASE I	간류토	3,000	0.45	$2.1 \times 10^{-6}$	
		풍화암	20,500	0.50	$1.8 \times 10^{-4}$	
	CASE II	풍화대	18,990	0.49	$7.6 \times 10^{-5}$	

#### 4. 결론

본 논문에서는 사전정보에 의한 지반계수와 현장 계측치로부터 예측된 값을 종합하여 가장 합리적인 지반계수 예측법(Extended Bayesian Method)을 도입하였다. 새로운 예측법을 부산지하철 현장에 적용하여 그 효용성을 평가하였으며, 각 정수값을 계속적으로 증가시켜 가며 최적값을 찾아내는 Incremental Method와 비교·검토 하였다. 또한 AIC 값을 평가하여 최적모델을 선정하는 방법을 제시하였으며, 역해석 수행과정중에 내포되어 있는 불확정성을 평가하였다.

본 연구의 결론은 다음과 같이 요약될 수 있다.

- 1) 최적 모델을 산정하기 위하여 원 지반 상태 ( 매립토 / 잔류토 / 풍화암 / 연암 ) 및 잔류토층과 풍화암층을 하나의 풍화대로 간주한 모델 (매립토 / 풍화대 / 연암 )에 대해 AIC 값을 평가하였다. 해석결과 본 현장에서는 후자의 모델이 해석에 적절함을 알 수 있었으며, 이는 반드시 복잡한 모델이 아니더라도 보다 나은 공학적 해를 얻을 수 있음을 보여주는 예라 할 수 있다.
- 2) 초기추정치에 대한 불확정성은 계측치의 사용으로 감소되며,  $\beta$  값의 도입으로 초기추정치와 계측치의 합리적인 조합이 가능함을 볼 수 있었다.
- 2) 새 예측법( EBM )으로 지반계수를 예측한 결과 Incremental Method와의 차이가 5% 이내로 큰 차이가 나지 않아서 계측치에 비중이 있음을 알 수 있었다.
- 3) 부산지하철 현장은 매립토 / 잔류토 / 풍화암 / 연암 / 경암으로 이루어지는 우리나라의 가장 대표적인 지반조건으로 볼 수 있다. 제한된 조건이기는 하지만 본 연구결과에 의하면 표 3과 같은 잔류토 및 풍화암의 지반계수를 구할 수 있었으며, 여타의 자료가 없는 한, 이를 그 초기추정치로 사용할 수 있을 것이다.

## 참 고 문 헌

1. 이 인모, 김 동현, 박 영진, 백 동호, 최 수일 (1994), "지하구조물 건설시 역해석에 의한 지반특성치 산정 ", '94 가을학술발표회 논문집, 한국지반공학회, pp 191-198
2. 이 인모, 김 동현, Lo, K.Y. (1996), " 지하공간 설계와 시공의 지반공학적 접근과 실무적용 ( I ) -지반계수의 합리적 추정-", 계재승인.
2. 최 항석 (1995), 응력집중을 고려한 터널의 3차원 거동에 관한 연구, 고려대학교 석사학위 논문
4. Ang.A.H-S. and Tang W.H. (1975), *Probability Concepts in Engineering Planning and Design*, Vol.I, John Wiley & Sons Inc.,
5. Beck, J.V. and Arnold, K. J. (1977), *Parameter estimation in engineering and science*, John Wiley & Sons, Inc
6. Dunncliff, J. (1988), *Geotechnical Instrumentation for Monitoring Field Performance*, John Wiley & Sons, Inc
7. Hanna, T.H. (1985), *Field Instrumentation in Geotechnical Engineering*, Trans Tech Publication
8. Harr, M.E. (1987), *Reliability-Based Design in Civil Engineering*, McGraw-Hill Book Company.
9. Honjo,Y. Wen-Tsung, L. and Guha, S. (1994a), " Inverse analysis of an embankment on soft clay by Extended Bayesian Method ", Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech., vol.18, pp 709-734
10. Honjo,Y. Wen-Tsung, L. and Sakajo, S. (1994b), " Application of Akaike information criterion statistics to geotechnical inverse analysis : the Extended Bayesian Method ", Structural Safety, vol.14, pp 5-29