

원통결합부의 열특성 해석 (제1보)

- 주축베어링 내륜계의 수치해석을 중심으로 -

(Analysis of the thermoelastic behavior on the contact joint of compound cylinder)

김 선민*, 박 기환, 이 선규(광주과학기술원 기전공학과)
Sun Min Kim, Kyi Hwan Park, Sun Kyu Lee(K-JIST)

Keywords Contact Heat Conductance, Thermal Analysis, Structural Analysis, Contact Pressure, Thermoelastic Behavior

Abstract Heat generation in machine operating condition makes thermal deformation and thermal stress in the structure, which results in the change the contact characteristics of machine joint such as change of shrinkage fit, contact heat conductance and contact pressure. As the change of contact pressure is related to variation of static, dynamic and thermal characteristics, the prediction of transient contact pressure is strongly required. This paper presents some analytical results which will be effective to predict static and dynamic characteristics of the compound cylindrical structure.

1. 서론

최근 제조산업에 있어서 자동화의 발달과 함께 동일한 생산 라인에서 다양한 형상과 사이즈의 부품을 가공 또는 조립하는 사례가 많아지고 있다. 이는 라인중에 가동중인 정밀생산기계에 있어서 운전부하가 끊임없이 변동하는 결과를 초래하게 되고 아울러 결합부나 접촉부의 예압에 민감한 구조물의 정적, 동적 특성의 변동요인으로 작용하는 경우가 많아졌다. 이에 대한 대처방안으로서 NC에 대한 의존도가 커지고 있지만, 시스템의 불안정성을 유발하는 구조물 특성을 원천적으로 개선할 필요가 대두되었다. 즉, 무인운전하에서의 복잡한 운전상황속에서도 가공부품의 정밀도를 지속적으로 허용수준 이내로 유지하기 위해서는 생산기계의 설계단계에서 이러한 운전조건하의 열영향에 의한 구조물 동특성변화를 예측하고, 이 특성을 최적화할 수 있는 설계가 이루어져야 한다.

따라서, 본 연구에서는 운전조건변화에 의하여 가장 많은 영향을 받을 것으로 예상되는 베어링주위의 원통조립 유닛을 대상으로 결합부의 초기최임새(initial negative clearance)에 따라 접촉원주면상의 전열조건 및 접촉압력의 과도상태 변화를 수치해석적인 방법으로 예측함으로써 접촉결합부의 동적모델 선정을 위한 설계자료를 제시하고자 한다. 본 논문에서는 베어링내륜과 주축간의 접촉결합부에 있어서 베어링 발열에 의한 접촉상태의 변화를 예측하기 위해 Fig.1과 같이 최임새결합된 부쉬(bush)와 축(shaft)을 모델링하고 이에 대한 열전도, 열용력해석을 접촉요소모델을 사용하여 수행한 결과에 대해서 보고한다.¹⁾²⁾³⁾

2. 유한요소법에 의한 열변형해석

본 연구에서는 축에 고정되어 있는 베어링 내륜과 같이 부쉬의 외주면상에 유입되는 열이 축과의 접촉결합부에 미치는 열적, 역학적 영향을 고려하고자 한다. 기계운전중에 발생하는 열은 부쉬의 외면으로부터 축에 전달된다. 이렇게 전달된 열은 축의 내외부를 흐르는 냉매로 전달된다. 열변형해석은 이러한 유입열량과 접촉열전달계수, 냉매의 온도와 냉각표면의 열전달 계수를 사용하여 유한요소법(FEM)에 의한 해석결과로 부쉬-

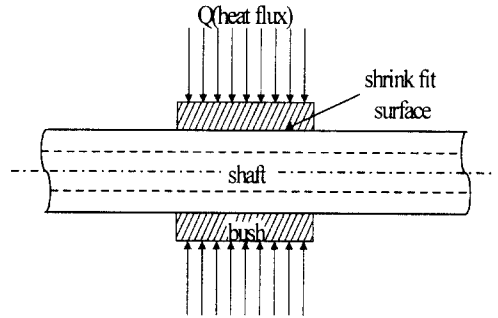


Fig. 1 Shaft and Bush

축 시스템의 온도분포를 구하고 이 온도분포를 부하조건으로 하여 응력변형해석을 수행하게 된다.

유한요소법에 의한 열용력해석을 위해 먼저 열전달의 푸리에 방정식(Fourier equation)을 살펴보면,

$$\{\nabla\}^T([\lambda]\{\nabla T\}) + Q = c\rho\dot{T} \quad (1)$$

이 되며, 여기에 외부로부터의 열원과 대류에 의한 열전달을

고려하여 범함수(Functional) π 를 정리하면 다음과 같다.

$$\pi = \frac{1}{2} \{T\}^T \{ [K] + [H] \} \{T\} + \{T\}^T [[C] \{ \dot{T} \} - [R_q] - [R_c] - [R_h]] \quad (2)$$

여기에서 온도 T 에 대한 평형상태(stationary)를 취하면,

$$([K] + [H])\{T\} + [C]\{\dot{T}\} = [R_q] + [R_c] + [R_h] = [R] \quad (3)$$

$$\text{간단히, } [C]\dot{T} + [K]T = [R] \quad (4)$$

로 나타내어진다. 여기서

$$\begin{aligned} [C] &= \rho c && : \text{열용량} \\ [K] &= ([K] + [H]) = \left[\pm \frac{1}{R_{ij}} \right] && : \text{열전달계수} \\ [R] &= q_{ij} && : \text{열부하} \end{aligned}$$

이다. 이를 수치해석적으로 풀면 온도분포(T)를 구할 수 있게 되며, 이 온도분포를 부하조건으로 한 열용력을 계산할 수 있다. 이때 스트레인과 변위 사이의 관계는

$$\{\epsilon\} = [A] \{U\} \quad (5)$$

로 나타낼 수 있다.

여기에서 응력과 스트레인 사이에는 다음과 같은 관계식을 가진다. 먼저 스트레인은

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon^e\} + \{\epsilon^t\} \quad (6)$$

이며, 여기서 $\{\epsilon\}$:strain, $\{\epsilon^e\}$:elastic strain vector, $\{\epsilon^t\}$: thermal strain vector로 나타내어지며,

$\{\sigma\}$ 와 $\{\epsilon\}$ 는 Hooke의 법칙에서

$$\{\sigma\} = [D^e][\epsilon^e] \quad (7)$$

의 식으로 나타낼 수 있다. 이때 $[D^e]$ 는 탄성 응력 - 스트레인 매트릭스(elastic stress-strain matrix)이다. 위의 두 식을 사용하면

$$\{\sigma\} = [D^e](\{\epsilon\} - \{\epsilon^t\}) \quad (8)$$

를 얻을 수 있다.

이때 물체를 FEM에서 요소(element)로 분할하였을 때, 요소 내부의 변위 $\{U\}$ 는 절점의 변위벡터 $\{d\}$ 를 사용하여 $\{U\} = [N]\{d\}$ 로 나타내어지며, $[N]$ 은 형상함수(Shape function matrix)이다. 이 관계를 변위량-변위 관계와 $\{U\}$ 에 대입하면 $\{\epsilon\} = [A][N]\{d\} = [B]\{d\}$ 로 나타나게 되며, 이때 $[B]$ 는 변위량-변위 매트릭스(strain - displacement matrix)라고 한다. 이를 가상일의 원리에 의하여 정리하면 다음과 같다.

$$\int_{V^e} [B]^T [D^e] [B] dV \{d\} = \int_{S_f} [M]^T \{\bar{T}\} dS + \int_{V^e} [M]^T \{\bar{F}\} dV + \int_{V^e} [B]^T [D^e] \{\epsilon^t\} dV \quad (9)$$

여기서, $[k] = \int_{V^e} [B]^T [D^e] [B] dV$: 요소의 강성매트릭스

$\{f_s\} = \int_{S_f} [M]^T \{\bar{T}\} dS$: 표면력(Surface force)

$\{f_v\} = \int_{V^e} [M]^T \{\bar{F}\} dV$: 체적력(Body force)

$\{f_t\} = \int_{V^e} [B]^T [D^e] \{\epsilon^t\} dV$: 열변형에 의한 외관상

절점 하중벡터(Pseudo nodal force vector due to thermal strain)가 된다.

위의 식은 요소의 평형방정식이며 이는 다음과 같이 쓸 수 있다.

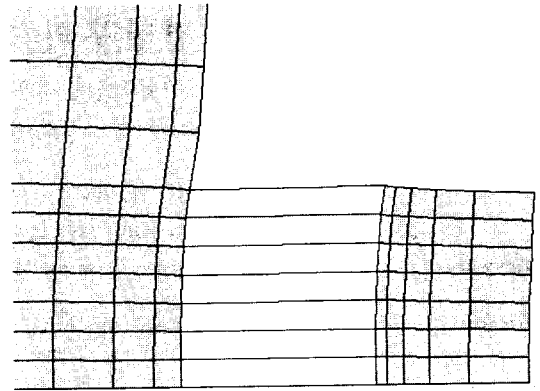
$$[k]\{d\} = \{f_s\} + \{f_v\} + \{f_t\} \quad (10)$$

위에서 구한 요소에 대한 평형방정식을 전체에 대하여 구하고 이것들을 합하여 전체시스템의 평형방정식을 얻는다. 본 연구에서 대상으로 삼고 있는 회전체는 온도분포, 접촉압력이 축대칭이라 가정하고 축대칭 2차원모델을 사용하였다.

3. 접촉결합부의 열변형해석

3.1 열적·역학적 경계조건

FEM 해석시 접촉면의 비선형탄성특성을 계산하는데는 접촉면의 성질을 나타내도록 이상화하여 모델링할 필요가 있다.⁴⁾ 이때 경계면의 열적, 기계적 컴플라이언스(compliance)를 이상화하여 모델링한것을 접촉요소(contact element)라 하며, 이는 Fig.2와 같이 두 절점(node)을 연결하는 트러스(truss)요소로 나타낼 수 있다.⁵⁾



SHAFT CONTACT ELEMENT BUSH

Fig.2 Contact Finite Element Model of Shrink Fit Structure

접촉면에서의 열전달을 모델링하는 방법으로는 두 개의 접촉면의 접촉열저항을 나타내는 열적접촉요소(thermal contact element)를 이용하며, 접촉면의 상대절점을 연결하는 접촉요소가 접촉열저항, $R = \frac{1}{h_c}$ [m^2K/W]을 가지도록 모델링을 하면 실제의 접촉부위에서의 접촉열전달을 해석할 수 있게 된다.

실제의 접촉열저항은 접촉면의 조도, 재질, 윤활상태, 접촉압력 등에 따라 결정되며, J.Jedrzejewski⁷⁾ 등이 제안한 접촉열전달에 관한 기존의 연구의 결과에 의해 제시된 다음 식(11)에 의해 구해진다.

$$h_c = \frac{6.67 \times 10^4 \times \left(\frac{P}{HB}\right)^{0.75}}{\frac{r_{z1}}{\lambda_1} + \frac{r_{z2}}{\lambda_2}} + \frac{5.65 \times 10^4}{\left(\frac{r_{z1} + r_{z2}}{\lambda_p}\right)^{0.4} + [1 + 0.178 \times \left(\frac{k}{\lambda_p}\right)^{0.25}]} \quad (11)$$

이 접촉열전달계수를 구하기 위하여 접촉압력 P는 ANSYS의 계산결과에 의한 값을 사용하며, 이외의 계산에 사용한 수치는⁸⁾ 다음과 같다.

$HB = 1667 \text{ MPa}$: Brinell Hardness
$r_{z1} = r_{z2} = 1 \mu\text{m}$: Surface roughness
$\lambda_1 = \lambda_2 = 50.8 \text{ W/mK}$: Heat conductivity
$\lambda_{p \text{ air}} = 0.02533 \text{ W/mK}$: conductivity of air
$\lambda_{p \text{ oil}} = 0.1435 \text{ W/mK}$: conductivity of oil

식 (11)의 열전달계수는 접촉부위의 열변형에 의한 압력의 변화에 따라 변화하므로 실제 해석에서는 이를 반복적으로 계산함으로써, 열적접촉요소가 열변형에 의한 접촉열저항의 변화를 모델링할 수 있도록 하였다.

또한, 변형접촉요소모델에 있어서의 등가탄성계수는

$$E' = \frac{1}{\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}} \quad (12)$$

이며, E_1, E_2 는 두 접촉면의 탄성계수를 사용하여 접촉면의 역학적접촉요소(Mechanical contact element)를 구한다.⁹⁾

다음 Table.1은 본 해석에서 축과 부위의 재료로 사용한 SM45C의 물성치와 해석에 사용된 초기조건 및 경계조건을

나타낸다¹⁰⁾.

Table. 1 thermal B.C & I.C

Young's modulus	190 Gpa
density	7850 kg/m ³
thermal expansion coeff.	11.6*10 ⁻⁶ [1/°C]
poison's ratio	0.3
thermal conductance	50.8 W/mK
specific heat	486 J/KgK
convection coeff.	5 W/m ² K (축 내측) 75 W/m ² K (축 외측)
convection film temperature	20 °C

3.2 계산방법

앞에서 설명한 바와 같은 열접촉요소와 역학적접촉요소를 사용한 이중결합원통의 유한요소모델에 열적, 역학적 초기경계조건을 가하여 온도분포와 열변형을 구하고, 각 계산스텝마다 접촉압력에 따른 접촉열전달계수를 산출하여 접촉면에서의 새로운 열적경계조건으로하여 다음 시간스텝의 온도분포와 열변형을 계산한다.

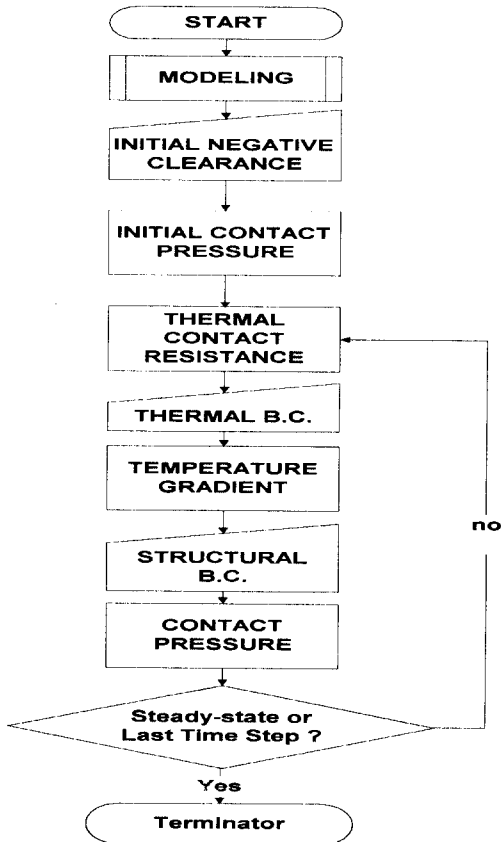


Fig. 3 Analysis Flow Chart

이 계산과정은 Fig.3에 보인 바와 같으며,¹¹⁾ 본 연구에서는 접촉결합부의 특성변화에 주목하고 있으므로 Fig.4와 같은 186

개의 절점(node)과 153개의 요소(element)로 구성된 축대칭요소를 사용하여 열변형계산을 Table.2와 같은 여러 가지 조건에 대하여 ANSYS를 사용하여 30분(1800초)간의 해석을 수행하였다

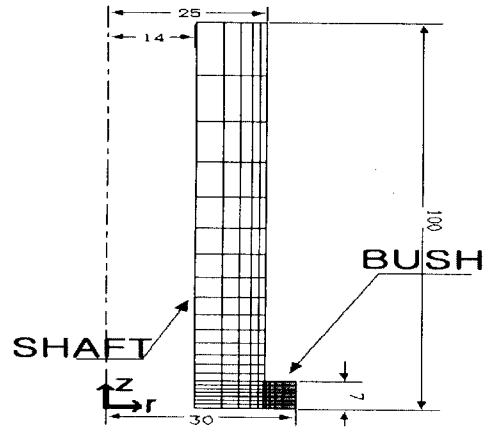


Fig. 4 Finite Element Model of Compound Cylinder

Table. 2 Simulation Condition

	초기 죄임새 [μm] (initial negative clearance)	유입열량 [W] (heat generation)
CASE 1	5	50
CASE 2	8	50
CASE 3	12	50
CASE 4	15	50
CASE 5	8	30
CASE 6	8	100

4. 해석결과

4.1 초기 죄임새(Initial shrinkage fitting)

일반적으로 베어링 내륜과 주축스핀들의 조립에 사용되는 직경 8 μm 정도의 초기죄임새에 대해 50W의 발열이 존재할 경우(CASE 2)에 대한 온도와 접촉압력의 변화는 Table.3.과 Fig.5. 에 보이는 바와 같다.

Table. 3 Results of CASE 2

	열유입후 30 분	
	부쉬(bush)	축(shaft)
온도	54.152	53.689
	평균접촉압력 (MPa)	
초기상태	4.18	
최저치	3.93	
열유입 30분후	3.95	
과도변화율 (Percent Overshoot)	8.7 %	
접촉압력감소를	5.5 %	

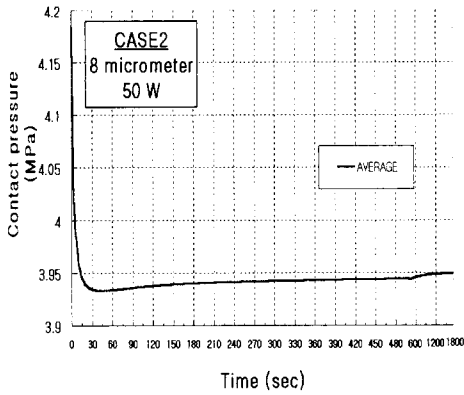


Fig.5 Contact pressure change (CASE2)

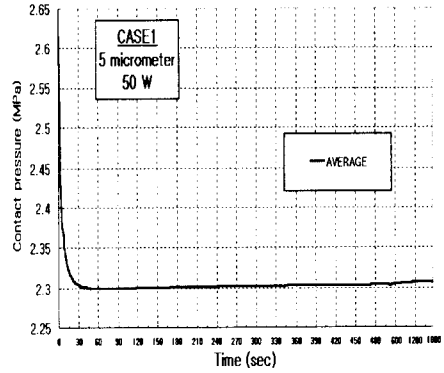


Fig.6 Contact pressure change (CASE1)

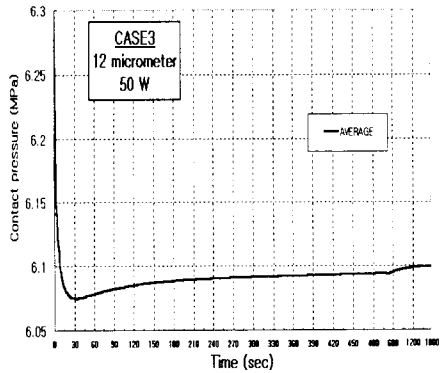


Fig.7 Contact pressure change (CASE3)

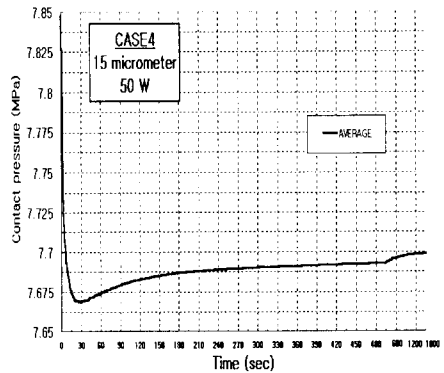


Fig.8 Contact pressure change (CASE4)

접촉면압의 변화는 결과에서 볼 수 있듯이 열유입후 초기 1분내외의 시간경과시 접촉압력이 최저치를 나타낸 후 다시 상승하여 30분경에는 정상상태를 이루며 안정되는 것을 볼 수 있다.

이러한 초기의 운전조건중 발열에 의한 평균압력의 최저치는 부쉬의 축에 대한 급격한 온도상승에 의해 초기간극이 급격히 줄어들기 때문이다. 또한 평균 압력의 변화가 초기 40초경에서 최저치를 가진 후 약간 상승하며 정상상태에 이르게 되는 것을 볼 수 있는데, 이는 축과 부쉬의 시정수의 차이에 의한 반경방향 열변형의 시간차에 기인하는 것으로 생각할 수 있다. 이때 이 최저치와 정상상태압력의 과도변화율은 7%정도로 나타난다. 이는 열원의 변동이 있을 때 결합부에 있어서 정상상태의 압력저하와 함께 시간에 따른 압력변화의 과도응답특성도 동시에 고려해야 한다는 것을 의미한다.

다음으로 초기최임새를 5 μm , 8 μm , 12 μm , 15 μm 으로 변화시킨 경우에 대한 결과를 Fig.6~Fig.8에 나타내며, 각각의 결과를 정리하면 Table 4.와 같다.

Table 4 Results of all CASE

50 W Heat generation	평균접촉압력 (MPa)			
	CASE1 5 μm	CASE2 8 μm	CASE3 12 μm	CASE4 15 μm
초기상태	2.614	4.184	6.277	7.847
최저치	2.299	3.933	6.075	7.669
열유입 30 분후	2.307	3.949	6.099	7.699
과도변화율 Percent	2.6	6.8	13.5	20.3
Overshoot (%)				
감소율 (%)	11.7	5.6	2.8	1.9

Fig.5 ~ Fig.8 및 Table 4의 결과에서 알 수 있듯이, 열유입이 존재하는 원통결합부에 있어서 초기 최임새량에 따라 동일한 열유입에 대한 접촉압력감소율은 2%~12% 정도를 나타내며, 과도변화율은 3%~20%로 큰 차이를 나타낸다. 즉 초기최

임새량이 큰 경우는 정상상태의 압력감소율이 2%정도로 작은 반면, 압력의 과도변화율은 상대적으로 큰 값을 나타내고 있으며, 이는 운전조건에 따른 접촉부설계의 중요성을 시사하고 있다.

4.2 열유속

동일한 초기궤임새의 조립조건에 있어서 유입열량을 30W, 50W, 100W로 변화시켰을때, 접촉면압의 특성변화를 Fig.9, Fig.10과 Table 5에 나타낸다.

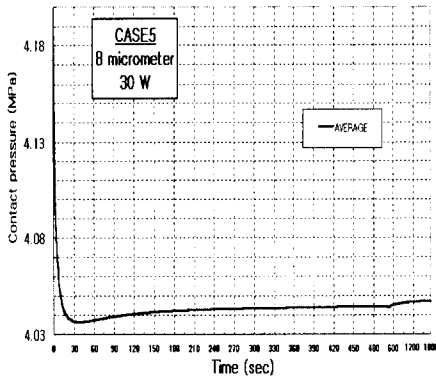


Fig.9 Contact pressure change (CASE5)

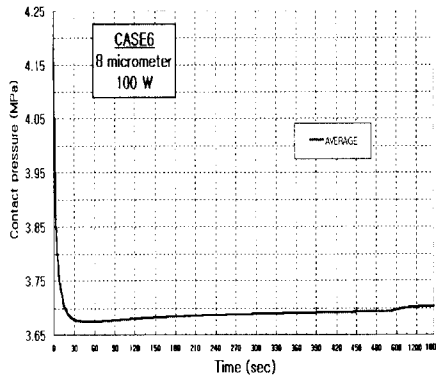


Fig.10 Contact pressure change (CASE6)

Fig.9, Fig.10 및 Table 5의 결과로부터 유입열량의 조건에 따라 접촉결합부의 접촉압력이 크게 달라짐을 알 수 있다. 특히 100W정도의 큰 열원에 있어서 접촉압력은 11%정도의 큰 압력의 감소를 나타낸다.

따라서 같은 초기궤임새에 대해, 위와같이 다른 열원과 냉각 조건에 의하여 접촉압력은 비선형적인 변화를 가져오기 때문에 설계시 운전조건에 따른 열유속의 변화에 의한 접촉결합부의 열적, 역학적 변화를 고려할 필요가 있음을 시사하고 있다.

Table 5 Results of CASE 2,5,6

Initial negative clearance 8 μm	접촉압력 (MPa)		
	CASE 5 30 W	CASE 2 50 W	CASE 6 100 W
초기상태	4.184		
최저치	4.036	3.933	3.675
열유입후 30분후	4.047	3.949	3.704
과도변화율 (Percent Overshoot)	8.0 %	6.8 %	6.0%
압력감소율 (%)	3.3	5.6	11.6

4.3 축방향 압력분포

간극의 변화와 열유속이 다른 경우에 있어서의 해석결과에 따르면, Fig.11. ~ Fig.13에서 나타낸 것과 같이 부쉬접촉면의 중심으로부터 축방향(z방향)의 접촉압력의 분포가 시간에 따라 변화한다. 열유입 30분 경과후 CASE2(초기간극 8 μm , 열유입 50W)의 접촉면에서의 압력의 분포는 Fig.11과 같은 경향을 보인다. 즉, 열유입초기에는 부쉬중심부의 압력강하가 먼저 발생하기 때문에 부쉬외측부위에 최대압력이 발생하며 시간이 경과함에 따라 부쉬외측의 압력강하가 더 큰 경향을 보이고 있다.

이에 대하여, 초기간극이 작은 CASE1과 열유속이 큰 CASE6의 경우에 있어서는 Fig.12와 Fig.13과 같이 부쉬외측의 압력 강하면적이 훨씬 더 큰 경향을 보여주고 있으며 이 결과 접촉면에 있어서의 평균압력감소율이 커지는 결과를 초래한다고 생각된다.

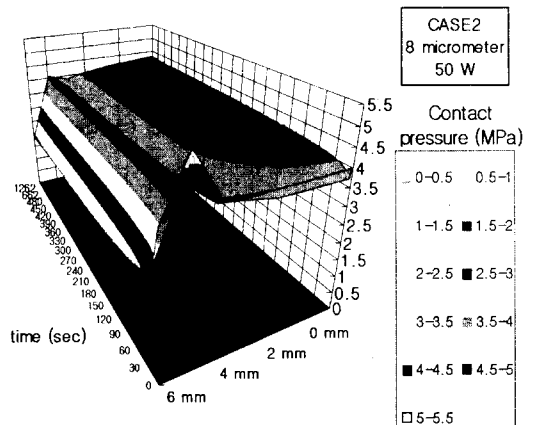


Fig.11 Contact pressure contour (CASE2)

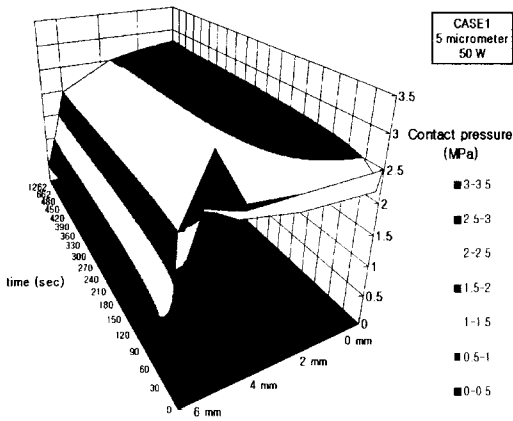


Fig.12 Contact pressure contour (CASE1)

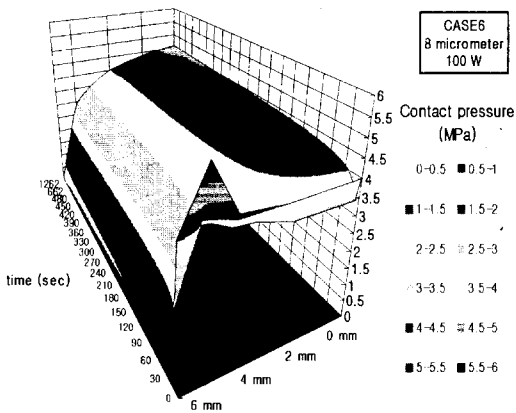


Fig.13 Contact pressure contour (CASE6)

5. 결론

본 연구에서는 정밀생산기계에 많이 사용되는 이중원통결합부에 있어서 주위의 발열에 의한 접촉압력의 과도특성변화에 주목하여 유한요소법을 이용하여 해석한 결과 다음과 같은 유의한 설계자료를 얻었다.

- (1) 열유입이 존재하는 이중원통결합부에 있어서 시간의 변화에 따라 접촉압력은 십수%까지 변화할 수 있다.
- (2) 동일한 열유입조건하에서 초기좌임세의 크기에 따라 접촉압력감소율과 과도변화율이 각각 2%~12%, 3%~20%로 크게 다를 수 있다.
- (3) 동일한 초기 좌임세조건하에서 운전조건에 따른 발열변화

로 인하여 큰 접촉면압의 변화와 접촉압분포의 변동이 일어난다. 특별히 큰 열유입에 대해서는 접촉압력의 변화가 10%를 초과할수 있으므로, 높은 열유입이 존재하는 원통결합부 설계시 이러한 압력변화작용을 미리 파악한 설계를 해야 한다.

- (4) 부쉬-축과 같은 원통결합부에 있어서 외부유입열이 존재할 경우, 초기에는 부쉬중앙부의 압력강하가 크고, 시간이 경과함에 따라 부쉬외측부의 압력강하가 커지게 된다.

참고문헌

- (1) 伊東 諒, 外, 構造解析 における 接觸面の取扱い方法, 日本機械學會論文集,49-443,pp.1282-1288
- (2) V.I.Ostrovskii, "The influence of the machining methods on slideway contact stiffness", Machines and Tooling,36-1,1965
- (3) R. connoly, et al, "Determining the normal stiffness of joint faces", Trans.of ASME,J.of Eng. for Ind. , 1967,p90
- (4) H.Fenech,W.M.Rohsenow, "Prediction of Thermal conductance of Metallic Surfaces in Contact", Journal of Heat Transfer , Feb,1963, pp. 15- 24
- (5) M.H.Attia, L Kops , "Nonlinear thermoelastic Behavior of structural joints - Solution to a missing Link for Prediction of Thermal Deformation of Machine tools ", Journal of Engineering for Industry , Transaction of the ASME , 1979
- (6) C.V.Madhusudana,L.S.Fletcher, "Contact Heat Transfer -The Last Decade ",AIAA Journal ,Vol.24,NO.3, March,1986
- (7) Jerzy Jedrzejewski,W.Modrzycki,"A new approach to modelling thermal behaviour of a machine tool under service conditions", Annals of CIRP, Vol.41/1/1992, pp.455-458
- (8) SKF Precision bearing catalog,1989
- (9) Timoshenko,S. , Goodier,J.N. 「Theory of elasticity」,1951,Mcgraw-Hill,New york
- (10) ASME, 'Metals Handbook Vol.1,2',10th ed.,ASM International,1990
- (11) 李 宜珪,新野秀憲,稻場 千佳郎,伊東 諒,「工作機械構造の熱適合設計のためのシミュレーション方法(主軸受周辺構造体と主軸臺構造特性解明への應用)」,日本機械學會論文集,57券53 8号,Jun,1991,pp2092-2099