

# 정성 추론에 의한 절삭 시스템의 개념 설계

## Conceptual Design of Cutting System by Qualitative Reasoning

김성근\*, 최영석\*\*

\*호서대학교, \*\*대우전자 OM 연구소

### ABSTRACT

Computer aided conceptual solution of engineering problems can be effectively implemented by qualitative reasoning based on a physical model. Qualitative reasoning needs modeling paradigm which provides intelligent control of modeling assumptions and robust inferences without quantitative information about the system. We developed reasoning method using new algebra of qualitative mathematics. The method is applied to a conceptual design scheme of an adaptive control system of cutting process. The method identifies differences between proportional and proportional-integral control scheme of cutting process. It is shown that unfeasible investment could be prevented in the early conceptual stage by the qualitative reasoning procedures proposed in this paper.

#### 1. 서론

컴퓨터 응용 소프트웨어 및 하드웨어의 기술개발이 빠른 속도로 진행됨에 따라 산업 현장에서 쓰이는 기계 생산 시스템은 복잡하고 다양한 작업을 능률적으로 또한 쉽게 처리할 수 있도록 발전되어 왔다.

이러한 시스템의 설계에서부터 시스템의 운용, 그리고 시스템의 고장 진단 등의 분야에 컴퓨터 응용 소프트웨어가 많이 사용되게 되는데, 엔지니어의 정량적인 해석 도구로 사용되는 소프트웨어는 많이 개발되어 왔으나, 속성상 정성적인 것, 그리고 정량적인 것과 정성적인 것이 혼합되어 있는 정보를 처리하기 위한 소프트웨어의 개발은 부진한 상태이다.

이러한 엔지니어의 의사결정 과정을 휴리스틱이 아닌 실제의 엔지니어링 모델에 기초를 하여 보다 효율적으로 처리하고자 하는 것이 정성 모델링 및 정성 추론의 목표이다. 본 연구에서는 정성 모델링 구조(qualitative ontology), 정성 대수학(qualitative algebra), 한계 해석(limit analysis) 기법<sup>(1)</sup>을 적용하여 적응 제어 절삭 시스템의 개념 설계 단계에 대한 정성 추론 모델과 절차를 구성하였다. 절삭 시스템의 제어 모델로서 비례 제어를 사용한 경우와 비례 적분 제어를 사용한 경우를 비교하여, 비례 제어의 문제점이 제어 시스템의 개념 설계 단계에서 파악되어 경제적인 개념 설계가 이루어질 수 있음을 밝혔다.

#### 2. 정성 대수

구분시간 t에서의 정성변수 f의 정성상태값 Q(f,t)는 <qval,qdir>으로 나타내며, qval과 qdir은 다음과 같이 정의한다.<sup>(1)</sup>

qval = (<l<sub>j</sub>, l<sub>j+1</sub>>, l<sub>j</sub>, P1), if f(t) = l<sub>j</sub>, a landmark value

- (<l<sub>j</sub>, l<sub>j+1</sub>>, centroid, PL), if f(t) ∈ [l<sub>j</sub>, l<sub>j+1</sub>] and left-centroided
- (<l<sub>j</sub>, l<sub>j+1</sub>>, centroid, PC), if f(t) ∈ [l<sub>j</sub>, l<sub>j+1</sub>] and centered-centroid
- (<l<sub>j</sub>, l<sub>j+1</sub>>, centroid, PR), if f(t) ∈ [l<sub>j</sub>, l<sub>j+1</sub>] and right-centroided;

- qdir = +L (positive large)
- +N (positive normal)
- +S (positive small)
- 0 (near zero)
- S (negative small)
- N (negative normal)
- L (negative large)

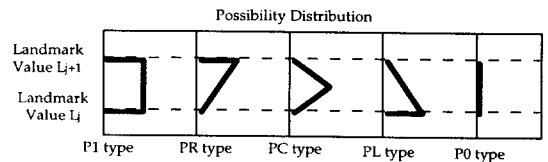


Fig. 1 Possibility Types of Centroid-oriented Interval

a = t<sub>1</sub> <...< t<sub>n</sub> = b 가 f의 구분시간이라 할 때, s, t ∈ (a,b)이고 어떤 i에 대하여, t<sub>i</sub> < s < t < t<sub>i+1</sub>이면 QS(f,t) = QS(f,s)이다.<sup>(2,3,4)</sup>

즉, 구분시간의 단위 구간 내에서는 f의 정성 상태값이 동일하다. 또한, 무게중심 복합구간의 집합을 다음과 같이 정의한다.

$$I_B = (\langle a, b \rangle, \text{centroid}, p_{a,b}) \mid a \leq \text{centroid} \leq b \\ \cup (\langle a, a \rangle, \text{centroid}, p_{a,a}) \mid \text{centroid} = a$$

$P$ 는 Fig.1에서 정의된 가능성 분포의 집합으로서  $p_{a,b} \in P: [a,b] \rightarrow [0,1]$ 의 함수 집합이다<sup>(5,6)</sup>.  $P$ 의 함수 유형을 다양하게 구성할 수 있으나, 정성 모델링과 추론의 효율성을 위해서  $p$ 가 제한된 유형만을 갖게 되는 유한 집합으로 구성하고자 하며, 본 연구에서는 Fig. 1의 PL, PC, PR, P1, P0 다섯 가지 유형을 사용하고자 하며, 연산 정의와 동치 클래스 다음과 같이 정의하여 정성 대수를 구성하는데 사용한다.

$I_1 = (\langle a, b \rangle, \delta, p_f) \in I_B, I_2 = (\langle c, d \rangle, \zeta, p_g) \in I_B$ 에 대하여 다음과 같이 정의한다.

$$I_1 + I_2 := (\langle \max x \in |x \leq \delta + \zeta, \min x \in |x \geq \delta + \zeta \rangle, \delta + \zeta, p') \\ I_1 - I_2 := (\langle \max x \in |x \leq \delta - \zeta, \min x \in |x \geq \delta - \zeta \rangle, \delta - \zeta, p') \\ I_1 \times I_2 := (\langle \max x \in |x \leq \delta * \zeta, \min x \in |x \geq \delta * \zeta \rangle, \delta * \zeta, p') \\ I_1 / I_2 := (\langle \max x \in |x \leq \delta / \zeta, \min x \in |x \geq \delta / \zeta \rangle, \delta / \zeta, p')$$

동치 관계(equivalence class)의 정의는  $I_1 = (\langle a, b \rangle, \delta, p_f) \in I_B, I_2 = (\langle c, d \rangle, \zeta, p_g) \in I_B$ 에 대하여 구간의 경계가 같고 가능성 분포가 동일하다는 정의를 사용한다.

필드 공리를 보면 다음과 같이 만족됨을 알 수 있다.<sup>(1)</sup>

$$A1: x + y = y + x \\ x + y = (\langle \max b \in |b \leq \alpha + \beta, \min b \in |b \geq \alpha + \beta \rangle, \alpha + \beta, p') \\ = (\langle \max b \in |b \leq \beta + \alpha, \min b \in |b \geq \beta + \alpha \rangle, \beta + \alpha, p') \\ = y + x$$

$$A2: (x + y) + z = x + (y + z) \\ (x + y) + z \\ = (\langle \max b \in |b \leq (\alpha + \beta) + \gamma, \min b \in |b \geq (\alpha + \beta) + \gamma \rangle, (\alpha + \beta) + \gamma, p') \\ = (\langle \max b \in |b \leq \alpha + (\beta + \gamma), \min b \in |b \geq \alpha + (\beta + \gamma) \rangle, \alpha + (\beta + \gamma), p') \\ = x + (y + z)$$

$$A3: \exists 0 \in I_B \text{ s.t. } \forall x \in I_B x + 0 = x \\ 0 \in I_B := (\langle 0, 0 \rangle, 0, p_1)$$

$$x + 0 = (\langle \max b \in |b \leq \alpha + 0, \min b \in |b \geq \alpha + 0 \rangle, \alpha + 0, p') \\ = (\langle \max b \in |b \leq \alpha, \min b \in |b \geq \alpha \rangle, \alpha, p') = x$$

$$A4: \forall x \in I_B \exists ! w \in I_B \text{ s.t. } x + w = 0$$

$$w := (\langle \max b \in |b \leq -\alpha, \min b \in |b \geq -\alpha \rangle, -\alpha, p') \\ x + w = (\langle \max b \in |b \leq \alpha - \alpha, \min b \in |b \geq \alpha - \alpha \rangle, \alpha - \alpha, p') \\ = (\langle 0, 0 \rangle, 0, p_1) = 0$$

$$A5: x * y = y * x$$

$$x * y = (\langle \max b \in |b \leq \alpha * \beta, \min b \in |b \geq \alpha * \beta \rangle, \alpha * \beta, p')$$

$$= (\langle \max b \in |b \leq \beta * \alpha, \min b \in |b \geq \beta * \alpha \rangle, \beta * \alpha, p') \\ = y * x$$

$$A6: (x * y) * z = x * (y * z)$$

$$(x * y) * z$$

$$= (\langle \max b \in |b \leq (\alpha * \beta) * \gamma, \min b \in |b \geq (\alpha * \beta) * \gamma \rangle, (\alpha * \beta) * \gamma, p') \\ = (\langle \max b \in |b \leq \alpha * (\beta * \gamma), \min b \in |b \geq \alpha * (\beta * \gamma) \rangle, \alpha * (\beta * \gamma), p')$$

$$= x * (y * z)$$

$$A7: \exists 1 \in I_B \text{ s.t. } \forall x \in I_B 1 * x = x$$

$$1 \in I_B := (\langle \max b \in |b \leq 1, \min b \in |b \geq 1 \rangle, 1, p_1)$$

$$x * 1 = (\langle \max b \in |b \leq \alpha * 1, \min b \in |b \geq \alpha * 1 \rangle, \alpha * 1, p')$$

$$= (\langle \max b \in |b \leq \alpha, \min b \in |b \geq \alpha \rangle, \alpha, p') = x$$

$$A8: \forall x \in I_B \exists ! w \in I_B \text{ s.t. } x * w = 1$$

$$w := (\langle \max b \in |b \leq 1/\alpha, \min b \in |b \geq 1/\alpha \rangle, 1/\alpha, p')$$

$$x * w = (\langle \max b \in |b \leq \alpha / \alpha, \min b \in |b \geq \alpha / \alpha \rangle, \alpha / \alpha, p')$$

$$= (\langle \max b \in |b \leq 1, \min b \in |b \geq 1 \rangle, 1, p_1) = 1$$

$$A9: x * (y + z) = x * y + x * z$$

$$x * (y + z)$$

$$= (\langle \max b \in |b \leq \alpha * (\beta + \gamma), \min b \in |b \geq \alpha * (\beta + \gamma) \rangle, \alpha * (\beta + \gamma), p')$$

$$= (\langle \max b \in |b \leq \alpha * \beta + \alpha * \gamma, \min b \in |b \geq \alpha * \beta + \alpha * \gamma \rangle, p')$$

$$= x * y + x * z$$

순서 공리도 또한 만족되며, 메트릭  $\rho(x,y)$ 는 다음과 같이 정의할 수 있으며 메트릭의 성질을 만족하는 것을 볼 수 있다.

$$\rho(x,y) := \text{pseudo\_centroid}(x) - \text{pseudo\_centroid}(y)$$

$\text{pseudo\_centroid}(x)$ 는  $x = (\langle a, b \rangle, \delta, p_a) \in I_B$ 에 대하여 다음과 같이 정의한다.

$$\text{pseudo\_centroid}(x) = a + (b-a)/4 \text{ if } (p_a = p_L)$$

$$= a + (b-a)/2 \text{ if } (p_a = p_C)$$

$$= a + 3(b-a)/4 \text{ if } (p_a = p_R)$$

$$= a \text{ if } (p_a = p_1)$$

$$i) \rho(x,y) = \text{pseudo\_centroid}(x) - \text{pseudo\_centroid}(y)$$

$$\Rightarrow \rho(x,y) \geq 0$$

$$ii) x = y \Leftrightarrow$$

$$\rho(x,y) = \text{pseudo\_centroid}(x) - \text{pseudo\_centroid}(y) = 0$$

$$iii) \text{pseudo\_centroid}(x) - \text{pseudo\_centroid}(y)$$

$$= \text{pseudo\_centroid}(x) - \text{pseudo\_centroid}(y)$$

$$\Rightarrow \rho(x,y) = \rho(y,x)$$

$$iv) \text{pseudo\_centroid}(x) - \text{pseudo\_centroid}(y)$$

$$\leq \text{pseudo\_centroid}(x) - \text{pseudo\_centroid}(z) +$$

$$\text{pseudo\_centroid}(z) - \text{pseudo\_centroid}(y)$$

$$\Rightarrow \rho(x,y) \leq \rho(x,z) + \rho(z,y)$$

시간의 변화 자체를 단순구간으로 하였을 때에는 상태변환 규칙을 다음의 2가지 경우로 구성하며 일반적인 정성 추론에서는 이 규칙을 사용하게 된다.<sup>(1,7,8)</sup>

i) PI 변환 : 점에서 구간 사이의 시간으로의 변환<sup>(9,10)</sup>

$$[QS(f, t_i) \Rightarrow QS(f, t_i, t_{i+1})]$$

ii) IP 변환 : 구간 사이에서 점의 시간으로의 변환

$$[QS(f, t_{i-1}, t_i) \Rightarrow QS(f, t_i)]$$

특히 PI 변환에서 기준점에서의 이동은  $qdir$  값에 의하여 Fig. 2와 같이 제한하여 특정한 가능성 분포를 갖는 정성 값으로 이동하는 것으로 한다.

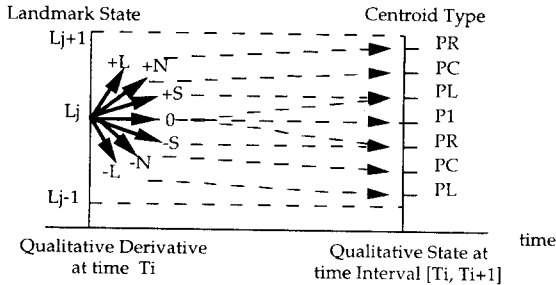


Fig. 2 Restrictions of PI Transition

### 3. 구속 적용 제어 절삭 시스템에 대한 개념 설계

시스템의 목적으로부터 시스템 구성의 후보들을 자동적으로 이끌어내는 연구 분야는 아직 미진한 상태이다. 따라서 본 장에서는 절삭력을 균일하게 하기 위하여 비례 적분 제어기를 사용한 적응 제어, 비례 제어기를 사용한 적응 제어의 두 가지 후보가 엔지니어에 의하여 선정되었다고 가정하고, 개념 단계에서, 즉 전혀 정량적인 정보가 없는 상태에서 정성 추론을 사용하여 균일 절삭력의 제어 기능이 수행되는지를 정성 추론하였다. 결과를 보면, 비례 적분 제어기를 사용한 경우의 정성 추론 결과에서는 절삭력이 균일하게 될 수 있음이 파악되나, 비례 제어기를 사용한 경우에는 절삭 깊이가 증가할 때 절삭력이 증가하여 안정화되는 경우가 있음이 드러나게 된다.

#### 3.1 절삭 정성 모델

정상 상태로만 가정하고 구속 적용 제어 공작기계 시스템의 블록 다이어그램을 정성 관계로 모델링하면 다음과 같다. 여기서 사용된 절삭력 모델은  $F=K_{saf}a^2$ 의 가장 간단한 형태를 적용하여  $F=X*Y$ ,  $MONO+(X, Feed)$ ,  $MONO+(Y, Depth)$ 의 정성 관계로 모델링 하였다. 비례 제어기를 사용하는 경우는 Fig. 3과 같으며 비례 적분 제어기를 사용하는 경우는 Fig. 4와 같다.

구속 적용 제어 시스템의 구속 방정식은 다음과 같다.

##### ① 비례 제어기

$$MINUS( Error, F_{ref}, F_{signal} )$$

$$MONO+( Feed\_Command, Error )$$

$$MONO+( Feed\_Rate, Feed\_Command )$$

$$MONO+( Dummy\_X, Feed\_Rate )$$

$$MONO+( Dummy\_Y, Depth )$$

$$MULT( F_{real}, Dummy\_X, Dummy\_Y )$$

$$MONO+( F_{signal}, F_{real} )$$

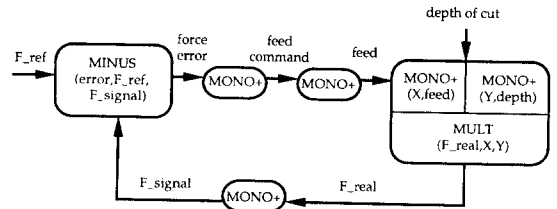


Fig. 3 Qualitative Modeling of ACC system for CNC machine with a P-Controller

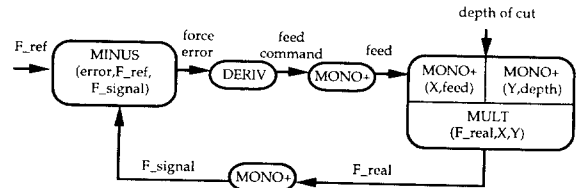


Fig. 4 Qualitative Modeling of ACC system for CNC machine with a PI-Controller

##### ② 비례 적분 제어기

$$MINUS( Error, F_{ref}, F_{signal} )$$

$$DERIV( Feed\_Command, Error )$$

$$MONO+( Feed\_Rate, Feed\_Command )$$

$$MONO+( Dummy\_X, Feed\_Rate )$$

$$MONO+( Dummy\_Y, Depth )$$

$$MULT( F_{real}, Dummy\_X, Dummy\_Y )$$

$$MONO+( F_{signal}, F_{real} )$$

#### 3.2 정성 추론 결과 비교

공작기계가 정상 상태에서 일정한 이송 속도와 절삭 깊이를 가지고 절삭을 하고 있을 때, 공작물의 절삭 깊이가 완만하게 증가하여 일정시간 후에 고정된 절삭 깊이를 갖게 되는 과정을 가상하여 정성 추론을 하였다. 구속 적용 제어 CNC 공작기계 시스템의 정성 추론을 한 결과 Fig. 5의 정성 추론 결과를 얻었다. 여기서  $t_0$ ,  $t_1$ 는 구분 시간이다. 즉 어떠한 정성 변수의 임계점에 도달한 시간이다.  $t_0$ 는 출발점이며 이때 절삭 깊이가 변환되는 시점이다.  $t_1$ 는 실제 절삭력이 증가하다 기울기가 0로 되는 지점이며, 대칭 상태에서 절삭력 오차도 같은 유형의 기능을 하게 된다.  $t_0 \rightarrow t_1$ 에서 세가지 유형의 거동이 나타내게

되면서 절삭력이 증가하다 정체되는 것이 드러나게 된다.  $t_0 \rightarrow t_1$ 에서 절삭 깊이가  $p\_small$ 로 증가함에 따라,  $t_0 \rightarrow t_1$ ①에서는 이송이 감소하고 그 기율기 상태는  $n\_small$ 인 것을 나타내게 되며,  $t_0 \rightarrow t_1$ ②에서는 이송이 감소하고 그 기율기 상태는  $n\_normal$ 인 것을 나타내게 되며,  $t_0 \rightarrow t_1$ ③에서는 이송이 감소하고 그 보다 정상상태의 절삭력이 작고 이송이 큰 상태이며,  $t_1$ ①과  $t_1$ ②는 원래 상태보다 절삭력이 증가하고, 이송이 감소한 상태에서 정상상태가 되는 것을 의미하게 된다. 즉 절삭력이 증가하다가 안정되는데 기준 절삭력과는 오차가 있음을 알 수 있다.

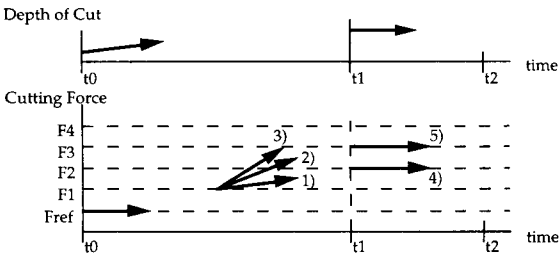


Fig. 5 Qualitative Behavior of Machining Parameters for ACC system with a P-Controller

비례 적분 제어기 경우의 정성 추론의 결과를 도시하면 세가지 유형의 Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8의 거동이 나타내게 된다. 이것은 정량적인 시뮬레이션 결과에서 보여지는 거동과 유사하며, 균일 절삭력의 기능이 수행될 수 있음을 개념 단계에서 확인할 수 있게 된다. Fig. 6는 절삭 깊이가 증가할 때, 절삭력도 증가하다 정체된 후, 다시 감소하다 절삭 깊이가 정체될 때, 원래의 기준 절삭력으로 회복되는 거동을 나타낸다.

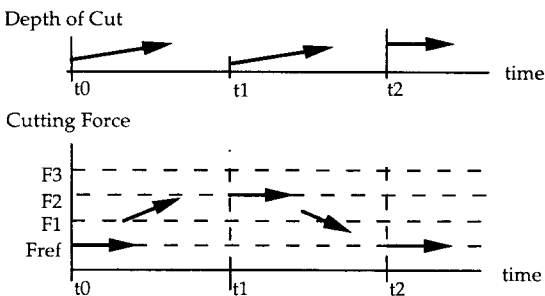


Fig. 6 Qualitative Behaviors of Cutting Parameters with a PI-controller (case 1)

Fig. 7은 절삭깊이가 증가할 때, 절삭력도 증가하다 정체된 후, 다시 감소하다 절삭 깊이가 정체된 후에, 원래의 기준

절삭력으로 회복되는 거동을 나타내며, Fig. 8는 절삭깊이가 증가할 때, 절삭력도 증가하다 정체된 후, 다시 감소하다 절삭깊이가 정체된 후에 증감을 반복하면서 기준 절삭력으로 향하여 가는 거동을 보여주고 있다.

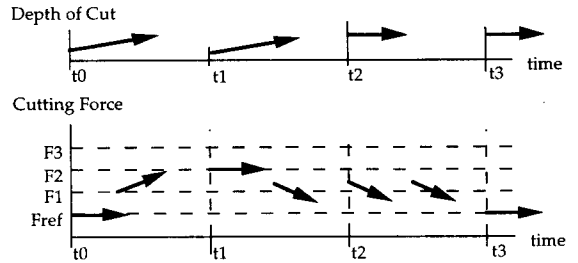


Fig. 7 Qualitative Behaviors of Cutting Parameters with a PI-controller (case 2)

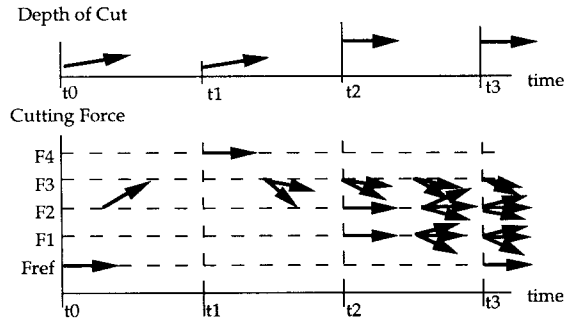


Fig. 8 Qualitative Behavior of Machining Parameters with a PI-Controller with Fluctuation (case 3)

$t_2$ 이나  $t_3$ 로 되는 과정을 살펴보면  $F\_ref$ 가 일정하고, 절삭 깊이가 완만한 증가를 하여 처음 상태보다 큰 절삭 깊이를 유지하게 되는 경우에는 실제 절삭력이  $F\_ref$ 보다 커지다가 임계점에 다다르면 기율기가 반대 부호로 변하여 감소하고 원래의  $F\_ref$ 로 돌아오는 것을 추론할 수 있다.

또한 절삭력 에러 신호도 0의 값에서 0보다 작아지다가 임계점에 다다르면 기율기가 반대 부호로 변하여 다시 0을 향하게 되고 원래의 0값으로 돌아오는 것을 추론할 수 있다. 그리고 이송속도는 처음의 값보다 작은 값으로 조정되는 것을 볼 수 있다.

이러한 추론 결과는 절삭 동작기계 시스템의 일반적인 거동과 그 유형이 일치함을 볼 수 있다. 따라서 수치 정보가 없는 정성 구속 방정식의 제한된 정보만을 가지고도 정성 시뮬레이션을 통해서 유용한 정보의 추출이 가능함을 알 수 있으며, 정성 추론을 통해 지능적으로 시스템을 파악할 수 있음이 확인된다.  $t_2 \rightarrow t_3$ 의 경우는  $t_0 \rightarrow t_1$ 의 시스템 상태와 유형이 일치하며 단지

다른 것은 실제 절삭력이 기준 절삭력에서 떨어져 있는 거리가  $t_0 \rightarrow t_1$  보다 작다는 것이다. 또한  $t_2 \rightarrow t_3$ 의 다른 경우도  $t_0 \rightarrow t_1$ 의 시스템 상태와 유형이 일치하며 단지 다른 것은 실제 절삭력이 기준 절삭력에서 떨어져 거리가  $t_0 \rightarrow t_1$  보다 작고 또  $t_2 \rightarrow t_3$ 의 경우보다도 작다는 것이다.

Fig. 8의 추론 과정을 살펴 보면, 유형이 일치하게 되는데, 위에서와 마찬가지로 절삭력과 절삭력 오차의 크기 차이만이 존재하게 된다. 이러한 결과는 반복하여 확산 및 축소 과정이 정성 추론에서 계속 생기게 됨을 의미한다.

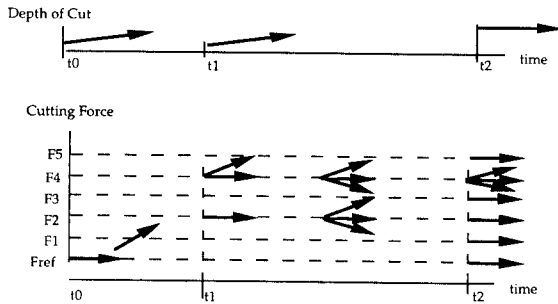


Fig. 9 Qualitative Behavior of Machining Parameters with a PI-Controller using QSIM

QSIM<sup>(5,6)</sup>과 본 연구의 결과를 비교하면, QSIM에 의한 결과가 Fig. 9에 나와 있다. QSIM에서는 절삭 깊이가 증가할 때, 절삭력도 증가하다가 정체된 후, 다시 감소하다가 절삭 깊이가 정체될 때, 원래의 기준 절삭력으로 회복되는 거동인 Fig. 6과 Fig. 8의 경우만이 추론되며, 또한 추론 과정에서 위의 상태 변환에서 나타난 바대로 앞의 상태를 반복하는 과정도 나타나게 된다. 그 반복과정에서 실제 절삭력과 오차의 확대된 기준 값이 계속 생성되게 되고 반복과정이 일어나게 되어 적응 제어 절삭 시스템의 거동을 설명하는 추론으로 설명하기 어려운 결과를 낳게 된다.

#### 4. 결론

엔지니어의 의사결정 과정을 컴퓨터에서 처리하기 위해서, 기존의 휴리스틱 매핑 관계에 의한 방법 대신에 엔지니어링 모델을 사용하여 정성적인 모델을 통하여 추론하기 위해 무게중심 복합 구간의 개념을 확립하여 필드 공리, 순서 공리를 만족하는 정성 대수학을 구성하였으며, 논리적 건실성을 개선하는 상태변환 규칙과 필터링 규칙을 구성하였다. 정성 모델로 구축 적응 제어 절삭 시스템을 구성하고 절삭 깊이의 변동이 있을 때, 시스템의 정성 변수가 어떻게 변화하는지 정성 추론을 하였다. 정성 추론 결과, 정성 모델로 이루어진 개념적인 단계에서도 정량적 모델과 유사한 구축 적응 제어

절삭 시스템의 거동을 파악할 수 있음이 밝혀졌다. 개념 설계 과정에서는 비례 제어기와 비례 적분 제어기에 대하여 그 기능을 개념 단계에서 미리 파악할 수 있었으며, 불필요한 정량적인 해석과 실험 등에 대한 투자를 개념 단계에서 정성 추론을 통하여 미리 방지할 수 있음을 밝혔다.

#### 참 고 문 헌

- [1] 박천경, 김성근, “무계중심 복합구간에 의한 정성추론 기법에 관한 연구”, 대한기계학회 논문집, Vol.16, No.7, pp. 1351-1362, 1992
- [2] Bylander, T., “A critique of qualitative simulation from a consolidation viewpoint”, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics,(18), pp. 252-263, 1988
- [3] J. de Kleer and Brown, J. S., “A qualitative physics based on confluence”, Formal Theories of the Commonsense World, pp. 109-183, 1985
- [4] Forbus, K.D., “The role of qualitative dynamics in naive physics. Formal Theories of the Commonsense World, pp. 185-226, 1985
- [5] Kuipers, B., “Qualitative simulation”, Artificial Intelligence,(29), pp. 289-337, 1986
- [6] Kuipers, B. and Berleant, D., “Using incomplete quantitative knowledge in qualitative reasoning”, Proceedings of AAAI-88, pp. 324-329, 1988
- [7] Murthy, S. S., “Qualitative reasoning at multiple resolutions”, Proceedings of AAAI-88, pp.296-300, 1988
- [8] Raiman, O., “Order of magnitude reasoning”, Artificial Intelligence, (51), pp. 11-38, 1991
- [9] Struss, P., “Mathematical aspects of qualitative reasoning”, Int. J. of Artificial Intelligence in Engineering,(3), pp.156-169, 1988
- [10] Weld, D.S., “Exaggeration”, Artificial Intelligence,(43), pp. 311-368, 1990