

H_∞ 제어법을 이용한 부유식 플랫폼의 동위치 제어

유휘룡*, 김성민*, 김상봉**

(* : 부산수산대학교 대학원, ** : 부산수산대학교)

Dynamic Positioning Control of Floating Platform Using H_∞ Control Method

Hui Ryong Yoo, Seung Min Kim, Sang Bong Kim

Abstract

This paper presents a design method of dynamic positioning control system for floating platform with rotatable and retractable thruster using H_∞ control technique. The norm band of uncertainty is captured by multiplicative perturbation between nominal model and reduced order model. A controller robust to the uncertainty is designed applying H_∞ synthesis. The control law satisfying robust stability and nominal performance condition is determined through the mixed sensitivity approach. The evaluation for the resultant controller obtained by H_∞ synthesis is done through simulations of the closed loop system. The results of H_∞ synthesis are compared to those of the traditional LQ synthesis method.

Key Words : Dynamic Positioning System(동위치 제어 시스템), Mixed Sensitivity Problem(혼합 감도 문제), Semi-submergible Platform(반잠수식 작업선), Multiplicative Perturbation(승법적 섭동)

1. 서론

1970년대 이후로 세계적으로 석유자원의 부족 때문에 산유국의 수출 제한도 생기게 되었고, 대륙붕의 굴삭 작업은 심해역으로 확대되었다. 굴삭용 플랫폼 혹은 선박의 위치를 유지하기 위한 계류수단으로써 종래의 앵커, 체인과 윈치의 결합시스템이 사용되어 왔지만, 굴삭작업이 수심 500[m]이상의 해역에서 이루어지게 됨으로서 기존의 방식으로는 플랫폼의 정위치 유지가 기술적, 경제적으로 곤란해졌다. 그래서 플랫폼의 새로운 계류수단으로서 동위치제어시스템(Dynamic Positioning System)이 연구 대상으로 되어 실용화에 대한 연구들이 활발하게 진행되어 왔다.^{[1][2]}

플랫폼의 정위치유지를 위한 제어법으로는 최적레귤레이터 이론에 의한 설계법^[1], 칼만필터를 이용한 설계법^[3], 적응제어이론에 의한 설계법^[2], 그리고 서보계 구성법에 의한 설계법^[7] 등이 있다. 그러나 이들 설계법은 평형점 근방에서의 각 파라미터에 맞추어 위치제어기를 설계하기 때문에 제어대상을 모델링할 때 나타나는 모델링 불확실성(Uncertainty)에 대한 안정도, 로바스트성(Robustness)의 문제를 제어기 설계시 직접 고려할 수 없게 되는 문제점을 가지고 있다.

본 논문에서는, DP 시스템의 적용을 위한 모델로서 수진식 Thruster를 채용한 반잠수식 2-Lower Hull 플랫폼^[1]을 택하여, 정점 유지 제어를 위한 제어계 설계법으로 모델링 오차에 의한 불확실성과 로바스트성을 고려할 수 있는 H_∞ 제어법을 사용하였다. 그리고 그 유효성을 검토하기 위하여 본 논문에서 제안한 설계방법에 의한 수치 시뮬레이션 결과와 기존의 최적 레귤레이터에 의한 결과를 비교하였다.

2. 반잠수식 플랫폼의 모델

2.1 운동 방정식

본 논문에서 고려된 모델은 2-Lower 반잠수식 모델로서 기본 방정식은 Table 1에 나타난 것과 같다.

Table 1 Basic Dimension of Model

Description	Scale	Unit
Length	430	mm
Breath	330	mm
Depth	280	mm
Draft	170	mm

위치제어 실험을 위하여 실험모델은 설계파장 500[mm]를 기준으로 설계되었으며, 그 모형은 Photo. 1에 보인 것과 같다. 추진을 위한 4개의 모터는 Lower Hull 밑 4곳의 모서리 근방에 장착 되었으며, 추진기의 회전을 위한 4개의 모터는 갑판의 4곳에 설치하였다.



Photo. 1 Photograph of Model Apparatus

플랫폼의 비선형 운동 방정식은 Fig. 1에 보인 좌표계로부터 다음식으로 주어진다.^[1]

$$\begin{aligned}
 (m + m_x) \frac{du}{dt} = & (m + m_y) v \cdot r + X_1 + X_w \\
 & + T_{B1} \cos \theta_{B1} + T_{B2} \cos \theta_{B2} \quad (2.1) \\
 & + T_{S1} \cos \theta_{S1} + T_{S2} \cos \theta_{S2}
 \end{aligned}$$

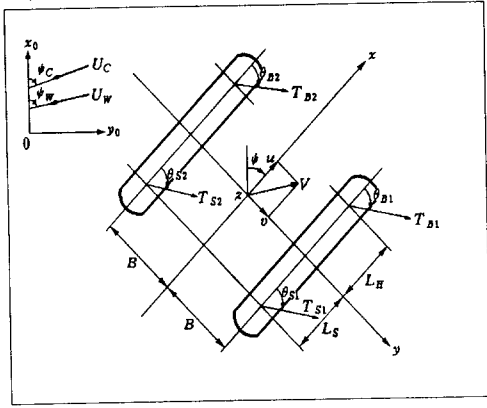


Fig. 1 Coordinate Axis of a Platform Motion

$$(m + m_y) \frac{dv}{dt} = -(m + m_x)u \cdot r + Y_1 + Y_2 + T_{B1} \sin \theta_{B1} + T_{B2} \sin \theta_{B2} + T_{S1} \sin \theta_{S1} + T_{S2} \sin \theta_{S2} + Y_w \quad (2.2)$$

$$(I_{zz} + J_{zz}) \frac{dr}{dt} = (m_x - m_y)u \cdot v + N_1 + N_2 + N_w + L_B(T_{B1} \sin \theta_{B1} + T_{B2} \sin \theta_{B2}) + B(-T_{B1} \cos \theta_{B1} + T_{B2} \cos \theta_{B2}) - L_S(T_{S1} \sin \theta_{S1} + T_{S2} \sin \theta_{S2}) + B(-T_{S1} \cos \theta_{S1} + T_{S2} \cos \theta_{S2}) \quad (2.3)$$

$$u_a = \frac{dx_0}{dt} = u \cos \phi - v \sin \phi \quad (2.4)$$

$$v_a = \frac{dy_0}{dt} = u \sin \phi + v \cos \phi \quad (2.5)$$

$$r = \frac{d\phi}{dt} \quad (2.6)$$

- $0(x_0, y_0, z_0)$: 공간 고정 좌표계
- $G(x, y, z)$: 플랫폼의 고정좌표계
- m : 플랫폼의 질량
- m_x, m_y : 플랫폼의 x, y 축 방향 부가질량
- I_{zz} : 플랫폼의 z 축 주위 관성모우먼트
- J_{zz} : 플랫폼의 z 축 주위 부가관성 모우먼트
- u, v : x, y 축 주위의 속도성분
- ϕ : 플랫폼의 방위각
- $X_i, Y_i, N_i(i=1,2)$: 플랫폼의 x, y 축 방향의 유체력 및 z 축 주위의 유체모우먼트
(1 : Wave Exciting Force & Moment, 2 : Current Force & Moment)
- X_m, Y_m, N_m : 플랫폼의 x, y 축 방향의 계류력 및 z 축 주위의 계류모우먼트
- X_w, Y_w, N_w : 플랫폼의 x, y 축 방향의 풍압력 및 z 축 주위의 풍압모우먼트
- $T_{Bi}, T_{Si}(i=1,2)$: 선수 및 선미 추진기의 추력크기
- $\theta_{Bi}, \theta_{Si}(i=1,2)$: 선수 및 선미 추진기의 선회각

2.2 상태 방정식

반감수식 플랫폼의 상태 방정식은 2.1절의 비선형 운동 방정식을 $\frac{du_a}{dt}, \frac{dv_a}{dt}, \frac{dr}{dt}$ 에 대해서 정리한 후 평형점 근방에서 선형화 하여 다음과 같은 식(2.7)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= Ax(t) + Bu(t) + \delta(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (2.7)$$

단,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ 0 & 0 & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ 0 & 0 & a_{63} & a_{64} & a_{65} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} & b_{45} & b_{46} & b_{47} & b_{48} \\ b_{51} & b_{52} & b_{53} & b_{54} & b_{55} & b_{56} & b_{57} & b_{58} \\ b_{61} & b_{62} & b_{63} & b_{64} & b_{65} & b_{66} & b_{67} & b_{68} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$D = 3 \times 8$ 의 영행렬

$$x^T(t) = [x_0, y_0, \phi, u_a, v_a, r]$$

$$u^T(t) = [\theta_{B1}, \theta_{B2}, \theta_{S1}, \theta_{S2}, T_{B1}, T_{B2}, T_{S1}, T_{S2}]$$

x_0, y_0 : 서지(Surge) 및 스웨이(Sway)방향 위치성분

u_a, v_a : 서지(Surge) 및 스웨이(Sway)방향 속도성분

$T_{Bi}, T_{Si} (i=1, 2)$: 선수 및 선미 추진기의 추력크기

$\theta_{Bi}, \theta_{Si} (i=1, 2)$: 선수 및 선미 추진기의 선회각

$r = \frac{d\phi}{dt}$: 요(Yaw) 방향 각속도

3. 로바스트 위치제어기의 설계

3.1 모델의 불확실성

식(2.7)의 시스템 행렬 A, B의 요소에 대한 연산식에 Table 2에 보인 모델의 파라미터와 Table 3에서와 같은 평형점 근방의 조건을 대입하여 다음과 같은 공칭모델을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= A^*x(t) + B^*u(t) + \delta(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (3.2)$$

단,

$$A^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 \\ 0 & 0 & -2.4E-3 & -2.6E-5 & -1.2E-3 & 6.4E-3 \\ 0 & 0 & 3.1E-3 & -9.7E-4 & 2.6E-5 & 6.1E-3 \\ 0 & 0 & -7.0E-5 & -4.6E-2 & -5.7E-2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^* = [B_1, B_2]$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -7.7E-4 & -7.7E-4 & -7.7E-4 & -7.7E-4 \\ 6.3E-4 & 6.3E-4 & 6.3E-4 & 6.3E-4 \\ 1.6E-3 & 1.7E-19 & -1.7E-19 & -1.6E-3 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6.1E-2 & 6.1E-2 & 6.1E-2 & 6.1E-2 \\ 7.9E-2 & 7.9E-2 & 7.9E-2 & 7.9E-2 \\ -1.1E-17 & 1.6E-1 & -1.6E-1 & 1.1E-17 \end{bmatrix}$$

Table 2 Specification of Model Platform

Symbol	Description	Values
m	Mass of platform	7.520kg
m_x	Added mass of x-axis direction	1.504kg
m_y	Added mass of y-axis direction	3.760kg
I_{zz}	Inertia moment around z-axis direction of platform	0.97kgf-m
J_{zz}	Added inertia moment around z-axis direction of platform	0.24kgf-m
L_B	Length between y-axis and thruster	0.14m
B	Length between x-axis and thruster	0.14m

로바스트 제어 시스템 설계의 첫 단계는, 모델의 불확실성에 대하여 검토하는 것이다. 불확실성은 일반적으로

- 1) 고차 다이내믹스의 무시
- 2) 물리 파라미터의 측정 오차
- 3) 주행조건 변화에 따른 물리 파라미터의 변동

때문에 일어난다^[9]. 본 논문에서 고려된 플랫폼에 대해서는, 이들의 검토가 아직 충분하지 않다. 본 논문에서는 조작입력 u 로부터 관측출력 y 까지의 8입력 3출력 6차원 공칭모델 식(3.1)의 전달함수 $G(s)$ 을, 플랫폼의 전반적인 특징을 나타내기 위해 4차원으로 저차원화 시킨 전달함수 $\bar{G}(s)$ 를 고려하여, 이 두개의 전달함수의 차이로부터 불확실성을 구한다^[8]. Fig. 2에서 실선은 $\overline{\sigma}(G(j\omega))$ 를, 점선은 $\overline{\sigma}(\bar{G}(j\omega))$ 를 나타낸다. 여기서 $\overline{\sigma}(\cdot)$ 는 최대 특이치를 나타낸다. $G(s)$ 로부터 $\bar{G}(s)$ 로의 저차원화 방법은 슈어(Shur)의 Balanced Model Reduction법을 사용하였다^[9].

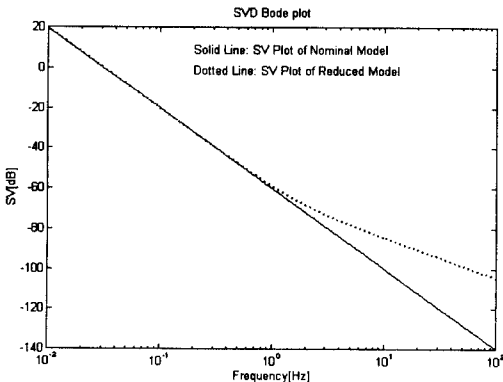


Fig. 2 Floating Platform SVD Bode Plot

Table 3 Values of Equilibrium Point

Symbol	Values
ϕ^*	-1.2E-002 [rad]
u_a^*	3.13E-002 [m/sec]
v_a^*	2.49E-002 [m/sec]
r^*	-4.83E-003 [rad/sec]
$T_{B_i}, T_{S_i}(i = 1, 2)$	0.01 [N]
$\theta_{B_i}^*, \theta_{S_i}^*(i = 1, 2)$	pi/4 [rad]

승법적 섭동(Multiplicative Perturbation) ΔG 는 식(3.2)에 의해 정의된다^[8].

$$G'(s) = (I + \Delta G(s))G(s) \quad (3.2)$$

$\overline{\sigma}(\Delta G(s))$ 의 계인을 Fig. 3에 실선으로 나타내었다. Fig. 3에서와 같이 일반적으로 승법적 섭동은 고주파 영역에서 크게 되는 성질을 가진다. 본 논문에서 제어기 설계법으로 고려한 혼합 감도문제에 있어서 불확실성 경계(Uncertainty Bound) W_3 는 식(3.3)이 만족되도록 구한다.

$$W_3(j\omega) = W_3^*(j\omega) I_3 \quad (3.3)$$

$$W_3^*(j\omega) = \{ |W_3^*(j\omega)| \geq \Delta G(j\omega), \forall \omega \}$$

W_3 를 식(3.3)이 만족되도록 식(3.4)와 같이 구하고 Fig. 4에 점선으로 나타낸다.

$$W_3^* = \frac{5s^2 + s}{10s + 1} \quad (3.4)$$

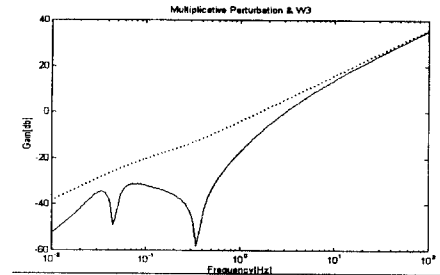


Fig.4 The Multiplicative Perturbation and $\overline{\sigma}(W_3)$

3.2 제어기 설계

혼합감도 문제에서 제어목표는 Fig. 5에 나타난 일반화된 시스템을 안정화하면서 식(3.5)를 만족하는 H_∞ 제어기를 $K(s)$ 를 구하는 것이다^[8]. H_∞ 제어문제에서 하중함수를 포함하는 일반화 플랜트 $P(s)$ 와 제어기 $K(s)$ 로 구성되는 일반적인 제어 시스템을 Fig. 5에 나타낸다.

$$\|T_{ref,z}\|_\infty \leq 1 \quad (3.5)$$

단,

$$T_{ref,z} \triangleq \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda} W_1 S(j\omega) \\ W_2 K(j\omega) S(j\omega) \\ W_3 T(j\omega) \end{bmatrix}$$

$$S(j\omega) = [I + G(j\omega)K(j\omega)]^{-1},$$

$$T(j\omega) = G(j\omega)K(j\omega) [I + G(j\omega)K(j\omega)]^{-1}$$

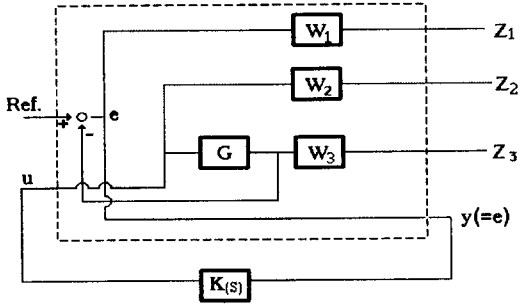


Fig. 5 Generalized Plant with Controller

Fig. 5에서 W_2 는 일반적인 H_∞ 제어문제에서 제어기 설계의 복잡성을 피하기 위하여 영행렬로 두는 것이 보편적이다. 본 논문에서 고려한 플랫폼의 경우는 조작 입력수(8)가 관측 출력수(3)보다 많기 때문에 H_∞ 제어문제의 가해조건을 만족시키기 위해 식(3.6)처럼 W_2 를 설계한다.

$$W_2 = \text{diag}\{0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1\} \quad (3.6)$$

식(3.7)은 평형점에서의 공칭모델 식(3.1)의 전달함수 $G(s)$ 중 첫번째 요소를 나타낸다. 혼합감도 문제를 적용하는데 있어서 식(3.7)에서처럼 플랜트가 $j\omega$ 축에 극점(Pole)과 영점(Zero)을 갖는 것을 허락하지 않는 문제점이 있다.

$$G_{11}(s) = \frac{(s-z_1)\cdots(s-z_4)}{(s-p_1)\cdots(s-p_6)} \quad (3.7)$$

단,

$$z_1 = -1.215148336103859E-002$$

$$z_2, z_3 = 1.228132296093181E-002 \pm 7.687824228515461E-002j$$

$$z_4 = 0$$

$$p_1, p_2 = 0$$

$$p_3, p_4 = 1.743745723378971E-002 \pm 4.057498075039389E-002j$$

$$p_5 = -3.532432332315853E-002$$

$$p_6 = 4.494088555790688E-004$$

이와 같은 문제점을 다음과 같이 해결한다^[9].

1) 식(3.8)과 같은 쌍선형변환을 이용하여 플랜트 $G(s) = (ag, bg, cg, dg)$ 를 s 영역으로 사상한다. 이것은 식(3.9)와 같이 $j\omega$ 축을 ϵ_1 만큼 왼쪽으로 쉬프트(Shift)하는 것과 동가이다.

$$s = \frac{\hat{s} + \epsilon_1}{\frac{\hat{s}}{\epsilon_2} + 1} \quad (3.8)$$

단, $\epsilon_2 = \infty, \epsilon_1 < 0$

$$ag \leftarrow ag - \epsilon_1 I \quad (3.9)$$

2) 쉬프트된 $G(\hat{s})$ 에 대해서 혼합감도 H_∞ 제어기 $K(\hat{s}) = (acp, bcp, ccp, dcp)$ 를 구한 후 다시 ϵ_1 만큼 역으로 쉬프트한다. 이러한 $j\omega$ 축 쉬프트(Shifting)은 제어기 $K(s)$ 가 프로퍼(Proper)하도록 만든다.

$$acp \leftarrow acp + \epsilon_1 I \quad (3.10)$$

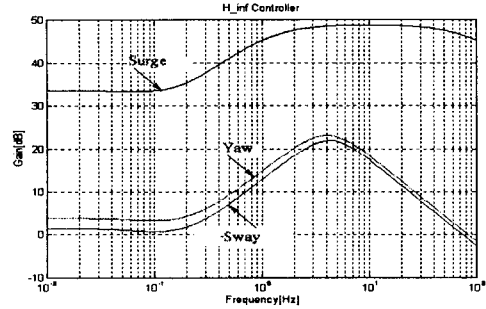


Fig. 6 Bode Plot for the Designed Controller

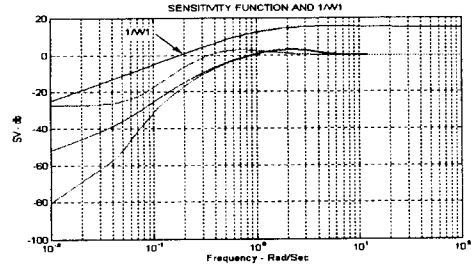


Fig. 7 Bode Plots for Sensitivity of Closed Loop & W_1^{-1}

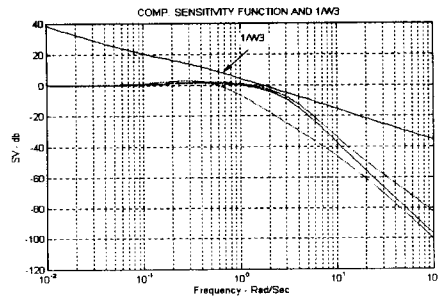


Fig. 8 Bode Plots for Comp. Sensitivity & W_3^{-1}

4. 시뮬레이션 및 결과

식(4.1)과 같은 성능사양(Performance Specification)과 식(3.5)의 γ 를 식(4.2)로 하여 혼합감도 H_∞ 제어기 $K(s)$ 를 구하여 Fig. 6에 나타낸다.

$$W_1 = W_1' I_3 \quad (4.1)$$

$$\text{단, } W_1 = 50 \frac{0.1s^2 + 1s + 1}{s^2 + 10s + 0.01}$$

$$\gamma = 0.03564 \sqrt{2} \quad (4.2)$$

$$|W_2(j\omega)S(j\omega)| < 1, \quad |W_3(j\omega)T(j\omega)| < 1 \quad (4.3)$$

Fig. 7과 Fig. 8은 페루프의 보드선도(Bode Plot)를 나타내고, 노미날 성능조건(Nominal Performance Condition)과 로바스트 안정조건(Robust Stability Condition)을 의미하는 식(4.3)을 만족하고 있다.

Fig. 9는 본 논문에서 고려한 혼합감도 H_∞ 제어기에 의한 페루프 시스템의 시뮬레이션 결과이다. 쌍선형 변환에 의해서 식(3.1)을 이산화 하였고, 샘플링 주기는 추후 실제 실험시 위치 계측을 위하여 적용 예정인 이미지 프로세싱(Image Processing) 기법을 고려하여 0.1[sec]로 하였다. Fig. 9의 (a), (b)는 20[sec] 후 크기 0.5[N]의 스텝형 외란이 주어질 때 페루프의 응답과 플랫폼에 가해지는 입력을 나타낸다. 실제를 고려하여 추력 크기는 식(4.4)를 적용해서 0.98[N]으로 제한하였고, 추진기의 선회각은 ± 180 도로 제한하였다.

$$T_{Bi} = T_{Si} = \rho n^2 D^4 K_T \quad (4.4)$$

단, ρ : 해수밀도, n : 프로펠러 회전수, K_T : 추력 보정 계수
 D : 프로펠러의 직경

Fig. 10은 Fig. 9와 동일한 시뮬레이션 조건하에서의 최적레규레이터에 의한 페루프 시스템에 대한 시뮬레이션 결과이다. Fig. 9에 비해서 외란을 제거하는 시간이 길고, 같은 외란에 대해서 서지방향의 변동은 비슷하게 나타나지만 스웨이(Sway) 방향과 요(Yaw)방향의 변동이 큰 것을 볼 수 있다. Fig. 13은 서지 방향과 스웨이 방향에 스텝 목표치를 주었을 때의 응답이고 그 응답치는 기존의 방법^[1]에 비해 빠른 수렴속도를 가지고 정상편차 없이 목표치에 수렴하는 것을 볼 수 있다.

5. 결론

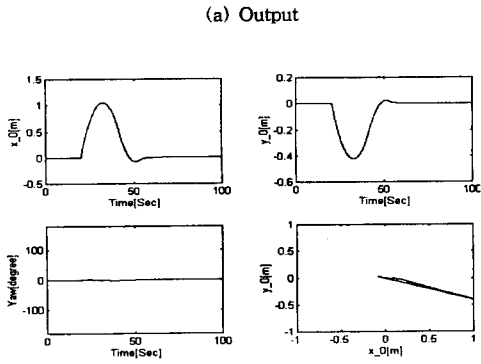
DP 시스템 제어용 모델로서 고려된 수진식 추진장치를 채용한 반잠수식 2-Lower Hull 플랫폼에 대해, 정점 유지 제어를 위한 제어계 설계법으로 모델링 오차에 의한 불확실성과 로바스트성을 고려할 수 있는 H_∞ 제어법을 사용하여 제어를 구하였다. 본 논문의 동위치 제어계 설계법이 실제적인 플랫폼의 동위치 제어에도 적용 가능한 방법임을 확인할 수 있었고, 기존의 LQ문제에 의한 설계법 보다 비교적 좋은 결과를 얻을 수 있었다.

앞으로의 연구과제로써, 실제적인 자연환경 또는 해양공학적인 수조실험을 통하여 발생하는 여러가지 문제점들을 수정 보완하면서, 실제시스템에 적용할 수 있는 통합시스템적인 설계 알고리즘의 연구개발과 더불어 정확한 위치신호를 얻기 위한 계측시스템의 개발도 병행되어야 할 것으로 생각된다.

참고문헌

- [1] 赤坂則之, 岩崎 晃, 三和英一, "首振式スラストによる作業船のダイナミックポジショニング", 三菱重工技報, VOL.18 NO.2, 1981.
- [2] Patrick Tze-kwai Fung, Mike J. Grumble, "Dynamic Ship Positioning Control Using a Self-Tuning Kalman Filter", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.28, No.3, 1983.
- [3] 이 판목, 이 상무, 홍 사영, "칼만필터를 이용한 부유체운동의 최적 제어", 한국해양공학회지 제2권 제2호, 37-45, 1988.
- [4] S. G. Kim & R. S. Park, "The Method of Dynamic Position Control for Wave Energy Conversion Device", 10th Symposium on Ocean Engineering (Tokyo), 1991. 1

- [5] Masayuki Tamehiro, Hironao Kasai, "Experimental Study on Positioning Control for a semi-submergible Lower-hull Type Offshore Platform", 일본조선학회는문집제136호, 1980년.
- [6] 김성근, 유휘룡, 김상봉, "부유식 구조물의 동위치 제어에 관한 연구(1)", 한국해양공학회지 제7권 제2호, pp.257 - 268, 1993
- [7] 김성근, 유휘룡, 김상봉, "반잠수식 해양구조물의 동위치 제어에 관한 실험적 연구", 대한기계학회지, 제 19권 제3호, pp. 661-669, 1995
- [8] H. Kajiwar, et al., " H_∞ Synthesis of Depth Control Law for Towed ROV with Weight Shift Mechanism", The Proc. of ISOPE vol II, pp. 358-361
- [9] Andrew Grace, et al., "Control System Toolbox", The Math Works, pp.1-70 - 1-72, 1992



(b) Input

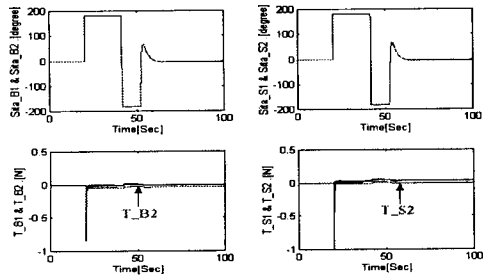
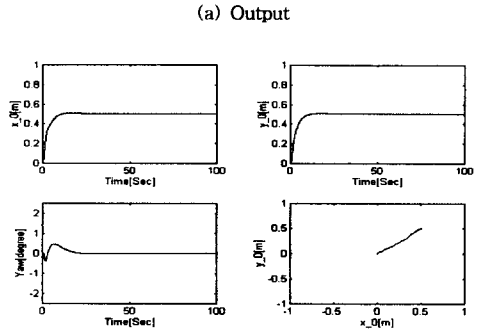


Fig. 9 The Simulation Results in the Case of H^∞ Synthesis



(b) Input

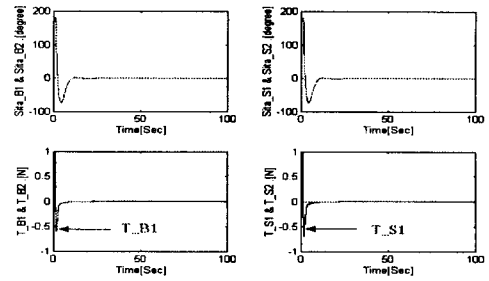
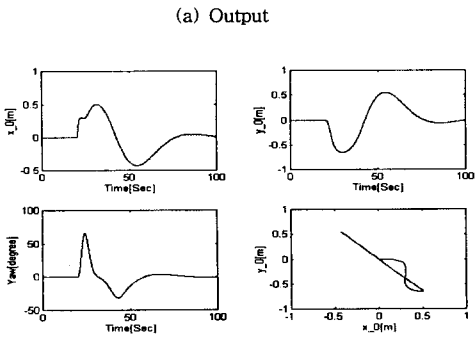


Fig. 13 The Simulation Results for the Step Reference in the Case of H^∞ Synthesis



(b) Input

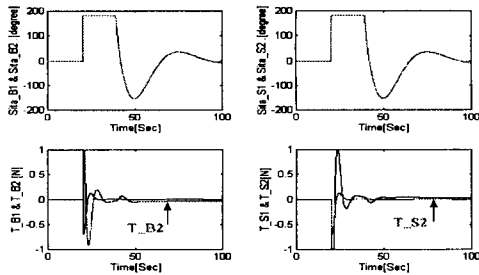


Fig. 10 The Simulation Results in the Case of LQ Synthesis