

# 동위형 축전 센서가 장착된 자기베어링의 4축 분산식 제어

## 4-Axis Decentralized Control of Magnetic Bearing Equipped with Collocated Capacitance Sensor

신동원\*, 유선중\*\*, 김종원\*\*\*

\*서울대학교 대학원 기계설계학과

\*\*서울대학교 대학원 기계설계학과/ERC-ACI

\*\*\*서울대학교 기계설계학과

### ABSTRACT

This paper presents the development of a collocated capacitance sensor and its application to the decentralized PID controller design for 4-axis magnetic bearing system. The main feature of the sensor is that it is made of a compact printed circuit board (PCB) so that it can be built into the actuator coil of the magnetic bearing unit. The signal processing unit has been also developed. Then, decentralized PID controller is designed using simplified rotor system model. Finally, the experimental results on the performance of the collocated sensor based decentralized PID controller for a magnetic bearing rotor system is presented.

### 1. 서론

자기베어링은 전자기력을 능동적으로 제어함으로써 비접촉식으로 회전축을 지지하는 기계 요소이다. 자기베어링은 유향, 마모, 밀폐 등의 문제가 없을 뿐만 아니라, 회전축의 진동을 능동적으로 억제할 수 있는 장점을 가지고 있다. 그러나 자기베어링은 기본적으로 불안정한 시스템이므로, 궤환제어기를 사용하여 안정화시켜야 한다. 궤환제어기를 구현하기 위하여는 자기베어링의 자극과 회전제 사이의 간격을 실시간으로 측정하기 위한 변위 센서가 필요하다.

기존의 자기베어링에는 와전류형(eddy current type) 변위 센서가 사용되었다. 그러나, Allaire<sup>(1)</sup> 등에 의하면, 와전류형 변위 센서는 자기베어링의 구동 코일이 발생시키는 자기장의 영향을 쉽게 받기 때문에 코일의 외부에 설치되어야 하는데, 이러한 설치상의 제약은 센서와 구동 코일 간의 비동위(noncollocation) 문제를 일으킨다. Barrett<sup>(2)</sup>, Maslen<sup>(3)</sup> 등에 의하면 비동위형 센서가 장착된 자기베어링 시스템은 연성축의 자기베어링인 경우, 고속 회전시 불안정한 응답을 나타낼 수 있다. 이에, 본 연구에서는 자기베어링의 구동 코일 내부에 PCB 기판을 소재로 하는 축전 센서(capacitance sensor)를 장착하는 방식으로, 비동위 문제를 해결하고자 한다. 축전센서는 자기장의 영향을 받지 않

으므로 자기베어링과 동위하여 사용할 수 있다.

Chapman<sup>(4)</sup>은 축전 센서를 이용하여 공기 베어링 지지 회전축 중심의 변위를 측정할 수 있음을 보여 주었다. Salazar<sup>(5)</sup> 등은 유도기기의 회전자를 지지하기 위한 자기베어링의 제어에 축전 센서를 이용하였다.

본 연구에서는 Chapman의 방법을 기본으로 하여, 자기베어링의 제어에 사용되는 동위형 축전 센서 시스템을 개발하였다. 특이한 점은 PCB 제작 방법을 응용하였다는 데 있으며, 이 방법을 사용하여 Chapman 방법의 활동 센서판에 비하여 1/100 정도의 비율로 작은 크기의 센서판을 제작할 수 있었다.

개루프 상으로 불안정한 자기베어링 시스템을 안정시키기 위한 궤환제어기로는 분산식 PID 제어기가 널리 사용된다. Allaire<sup>(1)</sup> 등은 분산식 PID 제어기를 자기베어링 지지 연성축에 적용하여, 자기베어링의 강성 및 감쇠 계수를 구하였다. Humphris<sup>(6)</sup> 등은 대역폭이 다른 2개의 PD 제어기를 이용하여 그 강성 및 감쇠 계수를 비교하였다. Histani<sup>(7)</sup> 등은 디지털 PID 제어기를 구현하여 아나로그 제어기와 그 성능을 비교 평가하였다. D'Addio<sup>(8)</sup> 등은 자기베어링 전용 DSP 보드를 설계, 그 성능을 연구하였다. Keith<sup>(9)</sup> 등은 디지털 PD 제어기를 연성축에 적용하여 1,4000rpm 까지 작동 실험을 하였다.

본 연구에서는 자기베어링 지지 로터축에의 모델을 대

상으로 하여 극점배치 방법을 이용하여 분산식 PID 제어 기의 이득을 결정하였으며, 설계된 제어기는 DSP 보드를 이용하여 구현하였다. 마지막으로, 분산식 PID 제어기를 이용한 제어 실험을 통하여 동위형 축전 센서가 장착된 자기베어링 지지 로터축계의 성능을 확인하였다.

## 2. 동위형 축전 센서 시스템의 설계

Fig.1은 센서판의 전체적인 모양과 자기베어링의 구동 코일 내부에 설치된 모습을 나타낸 것이다. 센서판의 소재는 두께 0.1mm의 구리막이 코팅된 FR4 애피시 수지판이다.

구리막은 에칭 공정을 거쳐 원하는 형상으로 만들어지는데 이것은 PCB 기판 제작 방법과 동일하다. 에칭 공정을 거쳐 제작된 구리막의 형상은 센서 요소(sensor element)와 보호 영역(guard area)으로 나뉘어진다. 센서 요소를 둘러싸고 있는 보호 영역은 자기베어링의 구동 코일로부터 센서요소로 들어오는 자기장의 영향을 차단하여 센서 요소를 보호하는 역할을 한다. Fig.1에서와 같이 센서판은 자기베어링의 자극 사이에 차례대로 삽입되는데, 센서판을 자기베어링의 구동 코일의 내부에 설치함으로써, 센서의 비동위 문제를 해결한다.

Fig.2는 개발된 센서판의 상세도이다. 센서판의 길이는 장착될 자기베어링의 자극의 길이를 고려하여 48.5, 68.5mm의 두 가지로 하였으며, 폭 8.0mm, 두께 1.6mm로 제작되었다. 센서 요소의 전기용량(capacitance)은 회전축과 센서가 0.4mm 떨어져 있을 때 1.96pF이다. 한편, 센서판의 표면은 절연재로 코팅 처리되어 있다.

Fig.3의 구조도에서 보는 바와 같이 마주보는 한 쌍의 센서는 각각 한 세트의 신호 처리 장치와 연결된다. 서로

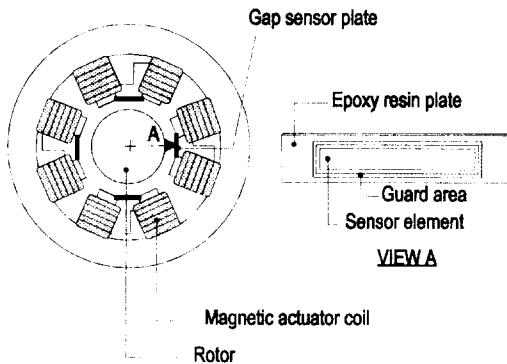


Fig.1 Cross section of the magnetic bearing and the overall shape and location of the gap sensor plate

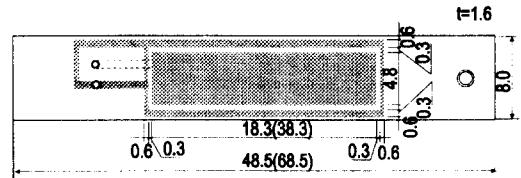


Fig.2 Detail geometric dimensions of the sensor plate(unit : mm)

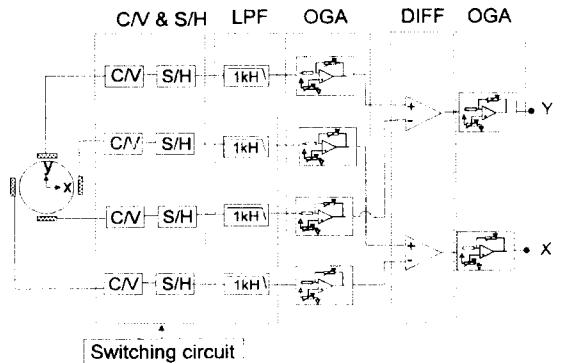


Fig.3 Schematic diagram of the signal processing circuit

마주보고 있는 두 쌍의 센서를 사용하여  $x$ ,  $y$  각 죽의 변위를 측정한다. 신호 처리 장치는 두 부분으로 구성되어 있다. (1) 네 채널의, 각 센서의 전기용량을 전압으로 변환하는 회로 (C/V), 각 센서 신호의 샘플링 및 유지 회로 (S/H), 저역 통과 필터 (LPF), 그리고 각 센서 신호의 오프셋과 게인 조정 회로 (OGA)와, (2) 두 채널의, 변위 신호 차분 회로 (DIFF), 그리고 차분된 변위 신호의 오프셋과 게인 조정 회로 (OGA).

## 3. 자기베어링 지지 로터축계의 모델링

Fig.4는 자기베어링 지지 로터축계의 자유물체도이다. 수직으로 장착된 로터축은, 하단부와 상단부가 자기베어링에 의하여 지지되는 구조이다.

실험에 사용하는 로터축은 질이에 비하여 반경이 상대적으로 작기 때문에 강체로 가정한다. 로터축의 자이로 효과를 고려한 명진 및 회전 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{cases} m\ddot{y}_r = F_{sy1} + F_{sy2} + F_{dy} \\ m\ddot{z}_r = F_{sz1} + F_{sz2} + F_{dz} \\ J_r \ddot{\theta}_z - J_a \omega_x \dot{\theta}_y = L_2 F_{sy2} - L_1 F_{sy1} + T_{dz} \\ J_r \ddot{\theta}_y + J_a \omega_x \dot{\theta}_z = -L_2 F_{sz2} + L_1 F_{sz1} + T_{dy} \end{cases} \quad (1)$$

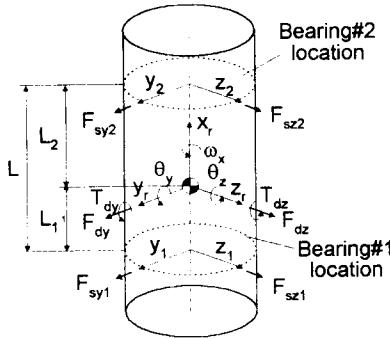


Fig.4 Freebody diagram of the vertical spindle supported by 4-axis magnetic bearing

식(1)에서  $y_r, z_r$ 는 질량 중심의 병진 변위이고,  $\theta_x, \theta_z$ 는 회전 변위이다.  $y_1, z_1$ 은 하단부 자기베어링 위치에서의 로터축의 병진 변위이고,  $y_2, z_2$ 는 상단부 자기베어링 위치의 병진 변위이다. 그리고  $F_{dy}, F_{dz}, T_{dy}, T_{dz}$ 는 로터축의 질량 중심에 인가되는 외란이며,  $\omega_x$ 는 로터축의 회전 속도이다.  $F_{sy1}, F_{sy2}, F_{sz1}, F_{sz2}$ 는 자기베어링이 발생하는 자기력으로서, 병진 변위  $y_1, z_1, y_2, z_2$ 와 섭동 전류  $I_{py1}, I_{pz1}, I_{py2}, I_{pz2}$ 에 대한 선형화된 식으로 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} F_{sy1} &= K_{M1}y_1 + K_{I1}I_{py1}, \quad F_{sz1} = K_{M1}z_1 + K_{I1}I_{pz1} \\ F_{sy2} &= K_{M2}y_2 + K_{I2}I_{py2}, \quad F_{sz2} = K_{M2}z_2 + K_{I2}I_{pz2} \end{aligned} \quad (2)$$

식(2)에서  $K_{M1}, K_{M2}$ 는 자기베어링의 위치 강성(positional stiffness)이고  $K_{I1}, K_{I2}$ 는 실제 전류 이득(actual current gain)이다. 한편, 식(1)은 로터축의 질량 중심에 대하여 표현된 운동 방정식이다. 이를 자기베어링 위치에서의 병진 변위  $y_1, z_1, y_2, z_2$ 에 대한 운동 방정식으로 표현하기 위하여, 식(3)과 같은 좌표 간의 관계식을 이용한다.

$$\begin{aligned} y_1 &= y_r - L_1\theta_z, \quad y_2 = y_r + L_2\theta_z \\ z_1 &= z_r + L_1\theta_y, \quad z_2 = z_r - L_2\theta_y \end{aligned} \quad (3)$$

식(3)의 좌표 간의 관계식을 이용하면, 식(1)로 표현되는 운동 방정식은 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 &= -\frac{L_1 J_z \omega_x}{J_r (L_1 + L_2)} \dot{z}_1 + \frac{L_1 J_z \omega_x}{J_r (L_1 + L_2)} \dot{z}_2 + \frac{(J_r + m L_1^2)}{m J_r} F_{sy1} - \frac{(L_2 m L_1 - J_r)}{m J_r} F_{sy2} + \frac{1}{m} F_{dz} - \frac{L_1}{J_r} T_{dz} \\ \ddot{z}_1 &= -\frac{L_1 J_z \omega_x}{J_r (L_1 + L_2)} \dot{y}_1 - \frac{L_1 J_z \omega_x}{J_r (L_1 + L_2)} \dot{y}_2 + \frac{(J_r + m L_1^2)}{m J_r} F_{sz1} - \frac{(L_2 m L_1 - J_r)}{m J_r} F_{sz2} + \frac{1}{m} F_{dy} + \frac{L_1}{J_r} T_{dy} \\ \ddot{y}_2 &= -\frac{L_2 J_z \omega_x}{J_r (L_1 + L_2)} \dot{z}_1 - \frac{L_2 J_z \omega_x}{J_r (L_1 + L_2)} \dot{z}_2 + \frac{(J_r + m L_2^2)}{m J_r} F_{sy2} - \frac{(J_r + m L_2^2)}{m J_r} F_{sy1} + \frac{1}{m} F_{dz} + \frac{L_2}{J_r} T_{dz} \\ \ddot{z}_2 &= -\frac{L_2 J_z \omega_x}{J_r (L_1 + L_2)} \dot{y}_1 + \frac{L_2 J_z \omega_x}{J_r (L_1 + L_2)} \dot{y}_2 - \frac{(L_1 m L_1 - J_r)}{m J_r} F_{sz1} + \frac{(J_r + m L_2^2)}{m J_r} F_{sz2} + \frac{1}{m} F_{dy} - \frac{L_2}{J_r} T_{dy} \end{aligned} \quad (4)$$

식(4)로 표현되는 자기베어링 지지 로터축계의 모델은 다음 절의 분산식 PID 제어기의 설계에 이용된다.

#### 4. 분산식 PID 제어기의 설계

분산식 PID 제어기란 자기베어링의 네 축,  $y_1, z_1, y_2, z_2$ 를 각각 독립된 PID 제어기를 이용하여 제어하는 방식을 말하는데, 제어기 설계의 간편성 및 안정성으로 인하여 상용의 자기베어링 제어에 널리 사용된다. 본 연구에서는 제어 대상계의 모델을 간단히 한 후, 이를 이용한 극점배치 방법을 사용하여 PID 제어기의 이득을 구하였다.

식(4)의 각 축에 대한 운동 방정식에서, 자이로 효과항을 무시하고 각 축의 변위는 해당 축의 자기력에 의해서만 영향을 받는다는 가정을 하면, 외란력을 무시할 경우 각 축에 대해서 식(5)와 같은, 비연성된 운동 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} M_{e1}\ddot{y}_1 &= F_{sy1} = K_{M1}y_1 + K_{I1}I_{py1} \\ M_{e1}\ddot{z}_1 &= F_{sz1} = K_{M1}z_1 + K_{I1}I_{pz1} \\ M_{e2}\ddot{y}_2 &= F_{sy2} = K_{M2}y_2 + K_{I2}I_{py2} \\ M_{e2}\ddot{z}_2 &= F_{sz2} = K_{M2}z_2 + K_{I2}I_{pz2} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서,  $M_{e1}, M_{e2}$ 는 식(6)로 정의되는 등가 질량이다.

$$M_{e1} = \frac{m}{1 + \frac{L_1^2}{J_r}}, \quad M_{e2} = \frac{m}{1 + \frac{L_2^2}{J_r}} \quad (6)$$

네 축에 대한 운동 방정식이 식(5)의 비연성된 식으로 표현되었으므로, 각 축에 대하여 독립적으로 PID 제어기를 설계할 수 있다. 따라서, 이하에서는 각 축에 대한 구분은 생략한다.

PID 제어기를 사용할 경우 자기베어링의 코일에 공급되는 섭동 전류  $I_p$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$I_p = K_p(y_r - y) + K_d(\dot{y}_r - \dot{y}) + K_i \int (y_r - y) dt \quad (7)$$

식(7)에서  $K_p, K_d, K_i$ 는 각각 PID 제어기의 비례이득, 미분이득 그리고 적분이득이며,  $y_r$ 은 변위 지령치이다.

식(5)와 식(7)을 이용하면 다음과 같이 변위 지령치에 대한 실제 변위의 전달함수를 구할 수 있다.

$$\frac{y}{y_r} = \frac{K_i}{Ms^3 + K_p K_d s^2 + (K_p K_i - K_m)s + K_i} \quad (8)$$

식(8)로부터 전달함수의 특성방정식  $G(s)$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$G(s) = s^3 + \frac{K_l K_d}{M} s^2 + \frac{K_l K_p - K_m}{M} s + \frac{K_l}{M} \quad (9)$$

자기베어링 시스템의 특성은 식(9)의 특성방정식의 근의 위치에 의하여 결정된다. 비연성된 자기베어링 지지 로터 계의 모델이 3 차식으로 표현 되었으므로, PID 제어기의 이득  $K_p$ ,  $K_d$ ,  $K_i$  을 조정하여 식(9)의 근을 원하는 위치에 배치할 수 있다. 자기베어링의 네 축에 대하여 이와 같은 방법으로 각각 PID 제어기의 이득을 결정하였다. 모델 변수 및 제어기의 이득은 Appendix에 제시하였다.

## 5. 제어 실험 결과

Fig.5는 실험장치의 구성도이다. 수직으로 장착된 로터 측은 커플링을 사용하여 브러시리스 직류 모터(brushless DC motor)에 연결되어 있으며 상단부, 하단부가 각각 반경 방향 자기베어링에 의하여 지지되고 있다. 모터의 내부에 장착된 인코더(encoder) 신호와 주파수/전압 변환기를 이용하여 축의 회전 속도를 측정한다. 회전축의 최상단부와 최하단부에는 백업 베어링을 장착하였다. 자기베어링 제어를 위한 계화제어 알고리즘은 TMS320C40 CPU가 장착된 디지털 신호 처리(DSP) 장치를 이용하여 구현하였다. 또한, DSP 보드는 12 비트의 A/D 변환기와 12 비트의 D/A 변환기를 통하여 센서 신호 처리 장치와 코일 전류 증폭기와 신호를 주고 받을 수 있다. DSP 보드는 486PC 내부에 장착되었으며, 486PC는 듀얼 포트 램(dual port RAM)을 통하여 DSP 보드와 내부 변수를 공유한다. DSP

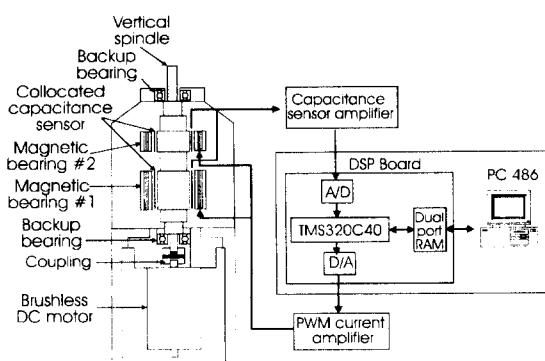


Fig.5 Schematic of the 4-axis magnetic bearing control experimental set-up

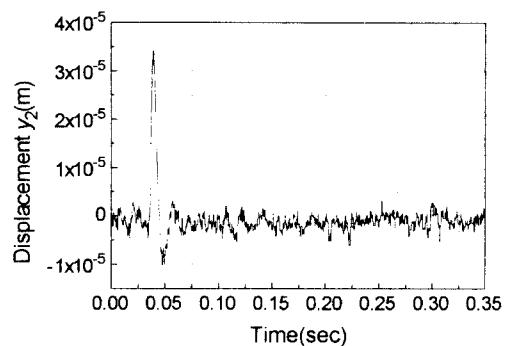
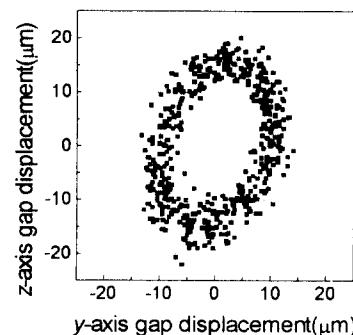
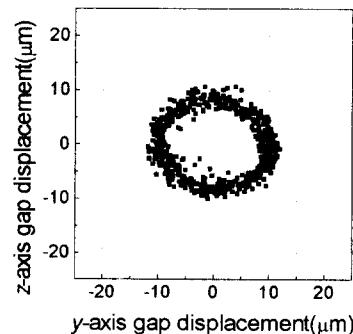


Fig.6 Impulse response of the 4-axis magnetic bearing system



(a) Upper bearing



(b) Lower bearing

Fig.7 Rotor orbits measured by collocated capacitance sensor at 2,000rpm

보드에서 계산된 제어 신호는 PWM 전류 증폭기를 구동하는데, PWM 전류 증폭기는 로터축의  $y, z$  변위를 각각 구속하는 자기베어링의 구동 코일에 제어 신호에 비례하는 전류를 공급한다.

Tustin 변환 방법으로써 0.1msec 샘플링 주기의 디지털 제어기로 변환한 PID 분산식 제어기를 이용하여 아래와 같은 실험을 행하여, 동위형 축전센서가 장착된 자기베어링의 성능을 평가하였다. Fig.6는 임펄스 충격을 가했을 시의 상단부 베어링의  $y$ 축 변위의 응답으로 0.05초 내에 진폭이 감쇠하고 있다. 그 이후의 5μm 내외의 멜림은 PWM 코일 앰프 및 모터 앰프에서 축전센서로 유입되는 노이즈 성분이다. Fig.7은 로터의 회전속도가 2,000rpm에서의 로터의 궤적으로, 노이즈 성분이 궤적 위에 떠 형태로 나타나며, 센서 요소의 면적이 넓은 하단부의 센서에 적은 노이즈가 유입됨을 알 수 있다.

## 6. 결론

본 연구에서는 동위형 축전센서를 이용하여 자기베어링 시스템을 제어함으로써 구동 코일과 센서 위치의 불일치에서 일어날 수 있는 비동위 문제를 해결하고자 했다. 이를 위하여 PCB 제조 방법으로 제작한 축전센서를 이용하여 센서가 구동 코일 내부에 삽입될 수 있도록 하였다. 분산식 PID 제어기를 4축 자기베어링 지지 수직형 로터 축계에 적용하여 제어실험을 수행하였고, 자기베어링 지지 로터축계의 충격 응답 결과 및 회전궤적을 실험 결과로 제시하였다.

## 참고문헌

- Allaire, P. E. and Humphris, R. R., "Dynamics of a Flexible Rotor in Magnetic Bearings," *4th Workshop on Rotor Dynamics Instability Problems in High Speed Turbomachinery*, Texas A&M Univ., 1986.
- Barrett, L. E., Brockett, T. S. and Maslen, E. H., "Analysis of Rotors with Non-Collocated Magnetic Bearings Using Transfer Matrices," *Proceedings of MAG'92*, pp144-154, 1992.
- Maslen, E. H. and Lefante, V. S., "Transfer Function Zeros in Noncollocated Flexible Rotor Models," *Proceedings of the 3rd International Symposium on Magnetic Bearings*, pp242-252, 1992.
- Chapman, P. D., "A Capacitive Based Ultra-precision Spindle Error Analyzer," *J. of Precision Engineering*, Vol. 7 No. 3, pp529-536, 1985.
- Salazar, A.O., Dunford, W., Stephan, R. and Watanabe, E., "A Magnetic Bearing Systems Using Capacitive Sensor for Position Measurement," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 26, No. 5, pp2541-2543, 1990.

6. Humphris R. R., Kelm R. D., Lewis D. W., Allaire P. E., "Effect of Control Algorithms on Magnetic Journal Bearing Properties," *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 108, pp624-632, 1986.

7. Histani M., Inoue Y., and Mitsui J., "Development of Digitally Controlled Magnetic Bearing," *Bulletin of JSME*, Vol. 29, No. 247, pp214-220, Jan. 1986.

8. John K. D'Addio, Ronald D. Williams, "An Integrated Digital Magnetic Bearing Controller," *ROMAG '91 at Alexandria*, VA, Mar. pp13-15, 1991.

9. Keith F. J., Williams R. D., Allaire P. E., Schafer R. M., "Digital Control of Magnetic Bearings Supporting a Multimass Flexible Rotor," *NASA Conference on Magnetic Suspension Technology*, NASA Langley, Feb. 1988.

## Appendix : Model & PID Controller Parameters

Rotor Mass:  $m=1.03\text{kg}$

Rotor inertia of moment :  $J_r=0.0028 \text{ kgm}^2$ ,  $J_a=1.43\times 10^{-4} \text{ kgm}^2$

Bearing location from C.M. :  $L_1=31\text{mm}$ ,  $L_2=41\text{mm}$

Positional stiffness :  $K_{M1}=2.25\times 10^5 \text{ N/m}$ ,  $K_{M2}=2.23\times 10^5 \text{ N/m}$

Actual current gain :  $K_{I1}=248 \text{ N/A}$ ,  $K_{I2}=174 \text{ N/A}$

Proportional gain :  $K_{P1}=1500 \text{ A/m}$ ,  $K_{P2}=2400 \text{ A/m}$

Integral gain :  $K_{I1}=3000 \text{ A/m}\cdot\text{sec}$ ,  $K_{I2}=5000 \text{ A/m}\cdot\text{sec}$

Derivative gain :  $K_{D1}=1.0 \text{ Asec/m}$ ,  $K_{D2}=1.7 \text{ Asec/m}$