

## 유니사이클 로봇의 링크 시스템에 대한 운동학적 해석

김 중 완, 김 현 수, 진 언 찬, 강 대 기\*

동아대학교 기계공학과

\* 동아대학교 대학원

### Abstract

In view of physical mechanics, unicycle's dynamical system is a very sensitive system. Mechanical unicycle's structure has mechanical components of wheel, body frame, driving actuator and several mechanical elements. Mechanical unicycle is closed link system. Each component is chained with the others. For design of unicycle robot, we must decide the sizes, masses, positions of mechanical components throughout kinematics and kinetics analysis of unicycle robot. In this paper, we analyzed driving and closed link mechanism of unicycle robot,

#### 1. 서론

최근 인간의 지능을 모방하는 지능적인 시스템에 대한 연구가 컴퓨터 기술의 발전과 더불어 더욱 가속화되고 있다. 규칙에 기반을 둔 인공지능 이론은 신경망, 퍼지 이론, 유전자 알고리즘 및 PID 제어기와와의 융합 모델로 결합되는 추세에 있다. 이것은 각각의 장점들을 극대화하여 최적의 시스템을 구현하려는 시도인 것이다. 인간의 탁월한 능력 중의 하나는 운동과 연관된 지적 능력을 들 수 있다. 그 중에서도 인간은 물리적으로 대단히 불안정한 시스템인 바퀴가 한개 있는 유니사이클을 능숙하게 조종할 수 있다. 인간은 자신의 감각기관을 잘 활용하여 유니사이클을 넘어지지 않게 운전하는 추론 능력을 갖고 있다. 그러나 기계인 로봇이 인간의 추론 능력을 갖고 유니사이클을 조종하는 것은 쉽지 않다. 이것을 가능하게 하려면 제어 알고리즘은 시스템에 입력되는 작용력과 시스템이 갖는 관성력의 상호작용이 시스템에 미치는 거동에 대한 지식 기반을 갖고 있어야 한다. 이 같은 지식 기반은 시스템의 물리적 특성과 시스템의 외부환경에 따라 달라짐은 물론이다. 동역학적으로 유니사이클 로봇은 작용력과 관성력에 대하여 매우 민감하다. 인간을 닮은 기계적인 유니사이클 로봇은 휠, 구동 모터, 몸체 프레임, 크랭크 및 레버의 링크 메카니즘으로 구성된다. 이들은 기구학적으로 클로드드 링크 메카니즘으로 구속되어 있다. 기계 요소들의 사이즈와 무게 및 물리적 매개변수들은 시스템의 물리적 특성을 좌우한다. 이같은 물리적 특성은 시스템의 동적 거동에 직접적인 영향을 미친다. 그러므로 본 연구에서는 유니사이

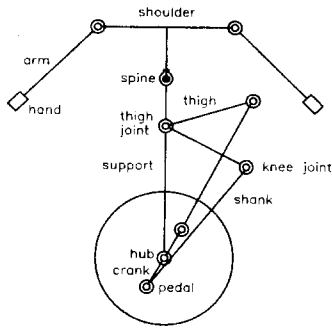
클 로봇의 휠 구동부와 인간의 다리에 해당하는 링크부를 운동학적 관점에서 해석하고 고찰한다. 이 결과는 앞으로 유니사이클 로봇을 제어하는 인공지능 제어 알고리즘에 사용할 지식 기반의 구축에 응용될 것으로 기대한다.

#### 2. 유니사이클 로봇의 인간-기계 시스템

그림1은 유니사이클에 탑승한 인간과 기계적인 유니사이클 로봇의 모습을 도시한 것이다. 인간의 신체는 유니사이클을 조종할 때 감각의 도움을 받아 직관적으로 여러가지 자세를 취한다. 인간의 하반신은 유니사이클의 속도를 조절하며 상반신은 유니사이클이 넘어지지 않도록 자세의 안정을 도모한다.



(a) human riding unicycle



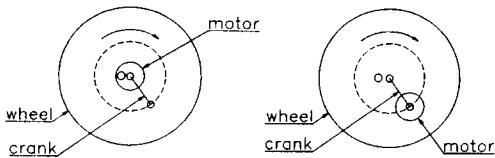
(b) unicycle robot

Fig.1 Comparison structure between human riding unicycle and unicycle robot.

3. 휠 구동부의 운동 메커니즘

3-1. 휠 구동부의 구조

그림2는 유니사이클 로봇의 휠과 허브 및 크랭크로 이루어진 휠 구동부를 도시한 것이다. 구동모터가 장착될 수 있는 위치는 그림2와 같이 두가지 방식이 가능하다. 그림2(a)는 구동모터를 허브의 축에 직접 장착한 것이고 그림2(b)는 에피사이클릭 기어 트레인을 응용하여 구동모터를 크랭크 조인트에 장착한 것이다.



(a) mounted at hub (b) mounted at crank joint

Fig.2 Possible cases of motor mounted.

그림2로 부터 볼 때, 구조적으로는 그림2(a)의 쪽이 간단하고 취급도 간편해 보인다. 이 경우에 구동 모터에 감속비를 주기 위해 기어헤드를 부착하는 방식과 부착하지 않는 방식을 생각할 수 있다. 기어헤드의 감속비는 3.2에서 3000 까지 여러 종류가 있으나 선정된 모터의 모델에 따라 부착 가능한 기어 헤드가 제한되므로 취할 수 있는 감속비도 제약된다. 기어헤드의 감속비가 15이고 구동모터의 회전수가 5400rpm이라면 휠의 회전수는 초당 6회전이다. 그러나 감속기어를 사용하지 않으면 휠의 회전수는 초당 90회전이다. 유니사이클 로봇이ダイナミック하게 동작할 때 몸체는 피치, 롤, 요오 운동을 일으키므로 고속회전에 의한 가속도의 급격한 변화는 자세를 불안정하게 하는 요인

이 된다. 그러므로 감속을 위한 기어헤드의 사용이 일반적이라고 생각된다.

3-2. 링크 메커니즘 및 에피사이클릭 유성기어 트레인

한편 인간이 페달을 밟는 동작을 유니사이클 로봇이 흉내 내도록 하려면 그림2(b)의 방식이 더 자연스럽게 보인다. 그러나 그림2(b)와 같이 크랭크 조인트에 모터를 장착할 때는 모터 하우징의 자전을 방지하여 전선이 꼬이지 않도록 해야 한다. 이것은 크랭크 및 레버와 에피사이클릭 기어 트레인의 작동원리를 응용하면 가능하다. 그림3에 유니사이클 로봇의 휠과 크랭크, 커넥팅로드 및 레버로 구성되는 클로즈드 링크 메커니즘을 도시하였다.

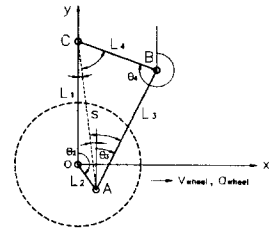


Fig.3 Wheel and closed link mechanism of unicycle robot.

그림에서  $L_2$ 는 크랭크 길이,  $L_3$ 는 크랭크와 레버를 연결하는 커넥팅로드의 길이,  $L_4$ 는 레버의 길이이다. 4절 링크 장치가 크랭크 및 레버로서 동작할 수 있는 조건식은 다음과 같다.

$$L_2 + L_3 + L_4 > L_1$$

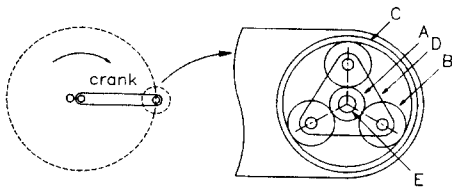
$$L_2 + L_1 + L_4 > L_3$$

$$L_2 + L_3 - L_4 < L_1$$

$$L_3 - L_1 + L_4 > L_1$$

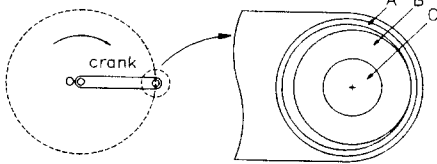
한편 모터를 커넥팅로드에 장착하고 모터축에 내접기어를 붙이고 크랭크 조인트에 외접기어에 붙여서 조합시키면 휠의 회전축을 중심으로 회전하는 에피사이클릭 유성기어 트레인이 된다. 이 때, 커넥팅로드는 근사 병진 운동을 하므로 모터 하우징은 크랭크 조인트가 그리는 궤도를 따라 이동하지만 자전은 하지 않는다. 그러므로 전원 케이블과 데이터 통신선이 꼬이지 않게 되는 것이다. 에피사이클릭 유성기어 트레인의 종류는 여러가지가 있으나 크랭크 및 커넥팅로드의 사이즈를 고려하면 그림4에 도시한 것과 같은 방식이 가능하다. 그림4(a)는 모터축에 크기가 작은 구동기어의 회전을 아이들 기어를 통하여 내접기어에 전달하는 방식으로써 감속비를 크게 할 수 있고 회전력도 크게 할 수 있으며 크랭크 조인트의 중심과 모터축 중심이 일치한다. 그림4(b)는 하모닉 드라이브 감속기어를 응용한 형식으로 구조가 간단한 반면 크랭크 조인트의 중심과 모터축 중심이

일치하지 않으므로 설계제작에 세심한 주의가 필요하다.



- A : driving gear
- B : idle gear
- C : inscribed gear
- D : arm
- E : motor shaft

(a) planetary gear train type



- A : inscribed gear
- B : circumscribed gear
- C : motor shaft

(b) harmonic drive gear train type

Fig.4 Epicyclic gear train types.

그림4에서 기어 트레인이 공동기어를 사용하고 있고 내접기어의 반지름을  $r_i$ , 구동기어의 반지름을  $r_d$ , 크랭크의 길이를  $l_c$ 라고 하자. 어느쪽이나 내접기어가 크랭크에 고정되어 있으므로 크랭크가 1회전 하면 내접기어도 1회전한다. 모터는 크랭크 조인트 부분에서 커넥팅로드에 고정되어 있다. 크랭크가 1회전 할 때 커넥팅로드는 작은 요동각을 갖고 병진운동에 근사하는 주기운동을 한다. 즉 크랭크의 위상에 관계없이 유성기어의 아암은 모터축 중심에 대하여 약간의 요동각만 있고 근사적인 병진운동으로 크랭크 조인트가 그리는 궤도를 일주한다. 전체적인 감속비는 다음식으로 표현된다.

$$\text{감속비} = \frac{\text{크랭크 길이}}{\text{구동기어 반지름}} = \frac{l_c}{r_d}$$

#### 4. 클로즈드 링크 메커니즘의 운동 해석

유니사이클 로봇의 이상적인 주행 상태는 휠은 회전하고 몸체는 병진운동만 하는 것이다. 그러나 로봇이 이동하는 동안 각각의 기구부가 갖는 관성력과 중력의 영향으로 로봇의 자세는 기울게 되고 기운 자세를 복원시키지 못하면 마침내 옆으로 넘어지게 될 것이다. 완벽한 인공지능 제어는 유니사이클 로봇의 자세를 총체적으로 안정시킬 수 있다고 확신할 수 있다. 고유 불안정 특성을 갖는 유니사이클 로봇을 인공지능 알고리즘을 사용해서 제어하는 경우에 있어서 인공지능 알고리즘에는 이동체의 물리적

특성에 대한 정밀한 지식 베이스가 포함되어 있어야 한다. 특히 유니사이클 로봇의 경우 관성력은 일반좌표계에서 각부의 질량, 위상, 속도 및 가속도들간의 벡터적을 이루므로 정확한 운동방정식의 유도가 쉽지않다. 그러나 조인트되어 있는 링크된 기구들의 상대운동을 해석하면 알 수 있는 하나의 링크의 위상과 속도 및 가속도로 부터 다른 링크의 운동을 해석할 수 있다.

그림5에 크랭크 및 레버의 4절 링크장치를 도시하였다.

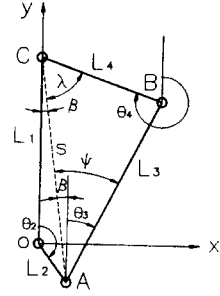


Fig.5 Four bar linkage of crank and lever.

그림5에서 링크의 각위치는 물체좌표계의 y축을 기준으로 측정한다. 링크2의 각위치  $\theta_2$ , 각속도  $\omega_2$ , 각가속도  $\alpha_2$ 는 물체 프레임에 장착된 자세 센서와 휠 축에 장착된 엔코더로부터 측정해서 계산할 수 있다고 가정한다. 4절 링크장치가 이루는 다각형을 삼각형으로 분할하고 삼각형의 변의 정리와 정현법칙을 사용하여 링크3, 링크4의 각위치, 각속도, 각가속도를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta_3 = \phi - \beta$$

$$\theta_4 = 2\pi - \lambda - \beta$$

$$\omega_3 = -\frac{L_2 \sin \delta}{L_3 \sin \epsilon} \omega_2$$

$$\omega_4 = \frac{L_2 \sin \gamma}{L_4 \sin \epsilon} \omega_2$$

$$\alpha_3 = \frac{\omega_3}{\omega_2} \alpha_2 - \frac{L_2 \omega_2^2 \cos \delta + L_3 \omega_3^2 \cos \epsilon + L_4 \omega_4^2}{L_3 \sin \epsilon}$$

$$\alpha_4 = \frac{\omega_4}{\omega_2} \alpha_2 + \frac{L_2 \omega_2^2 \cos \gamma + L_3 \omega_3^2 + L_4 \omega_4^2 \cos \epsilon}{L_4 \sin \epsilon}$$

여기서

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{L_2}{s} \sin \theta_2\right)$$

$$s = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta_2}$$

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{c^2 + s^2 - d^2}{2cs}\right)$$

$$\lambda = \sin^{-1}\left(\frac{c}{d} \sin \phi\right)$$

$$\delta = \theta_2 - \theta_4$$

$$\epsilon = \theta_3 - \theta_4$$

$$\gamma = \theta_2 - \theta_3$$

위에서 유도한 결과는 링크1에 대한 다른 링크들의 상대 운동을 해석한 것이므로 절대 좌표계를 사용하여 표현할 때에는 링크1의 운동을 고려하여야 한다. 윗식은 유니사이클 로봇이 이동할 때 레버의 요동운동, 커넥팅로드의 근사 병진운동, 크랭크의 회전운동 때문에 물체가 받는 관성력 계산에 이용되므로써 운동방정식의 모델링 오차를 줄일 수 있다.

### 3-3. 휠의 운동방정식과 동특성 고찰

유니사이클 로봇은 휠과 물체의 운동상태에 의해 안정성이 좌우된다. 평면에서 서있는 자세를 유지할 수 있는 조건을 해석하는 것은 안정성을 보장하는 제어칙의 확정에 결정적인 지식 베이스를 제공할 것이다.

그림5에 휠이 평면 위를 주행하는 상태를 도시하였다.

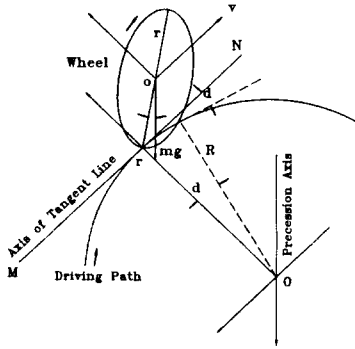


Fig.5 Coordinates and Path of wheel's motion.

휠의 롤각 ( $\theta$ )과 요오각 ( $\phi$ )에 대한 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$I_{MN} \frac{d^2\theta}{dt^2} = mgr \theta - mr^2 \omega \frac{d\phi}{dt} - C\omega \frac{d\phi}{dt} \quad (1)$$

$$A \frac{d^2\phi}{dt^2} = C\omega \frac{d\theta}{dt} \quad (2)$$

여기서

$I_{MN}$  : wheel's inertial moment to MN line

$C$  : wheel's inertial moment to driving rotation axis

$A$  : wheel's inertial moment to radial line through center

$\omega$  : wheel's constant angular velocity

$\theta$  : wheel's inclined angle to vertical line

$r$  : wheel's radius

$m$  : wheel's mass

$g$  : gravitational acceleration

$v$  : wheel's linear velocity to forward direction

$R$  : curve path's curvature radius

윗식에서  $\theta$ 와  $\phi$ 에 대한 해를 구하면 휠의 이동궤적과 자세를 알 수 있게 된다. 휠의 각속도  $\omega$ 는 일정하고, 초기

조건으로 롤각  $\theta = \theta_0$ , 롤의 각속도  $\dot{\theta} = 0$ 로 두면

$$A \dot{\phi} - C\omega \theta = C_1 \quad (3)$$

여기서  $C_1$  적분상수이다.  $\theta$ 가 0일 때  $\dot{\phi}$ 이 0이므로  $C_1$ 도 0이다. 따라서

$$A \dot{\phi} = C\omega \theta \quad (4)$$

이 결과로 부터 롤각이 요오의 각속도를 제어함을 알 수 있다. 식(4)로 부터 아래식이 성립한다.

$$I_{MN} \ddot{\theta} + \left( \frac{Cmr^2\omega^2}{A} + \frac{C^2\omega^2}{A} - mgr \right) \theta = 0 \quad (5)$$

휠이 후프의 모양이라면 관성모멘트들은 다음과 같다.

$$I_{MN} = \frac{3}{2} mr^2, \quad C = mr^2, \quad A = \frac{mr^2}{2}$$

따라서 후프 타일의 휠의 롤 운동방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{\theta} + \frac{2}{3} \left( 4\omega^2 - \frac{g}{r} \right) \theta = 0 \quad (6)$$

윗식의 안정조건은  $4\omega^2 > \frac{g}{r}$ 이다. 식(6)으로 부터

$$\theta = \frac{\theta_0}{k} \sin(kt) \quad (7)$$

여기서

$$k = \sqrt{\frac{2}{3} \left( 4\omega^2 - \frac{g}{r} \right)}$$

롤의 각속도는 식(7)로 부터

$$\dot{\theta} = \theta_0 \cos(kt) \quad (8)$$

$f$ 를 롤운동의 진동수라고 하면  $k = 2\pi f$ 이므로

$$f = \sqrt{\frac{4\omega^2 - \frac{g}{r}}{6\pi^2}}$$

윗식으로 부터 휠의 각속도가 클 수록 휠의 롤운동의 진동이 많아짐을 알 수 있다. 한편 식(7)을 식(4)에 대입하면

$$\dot{\phi} = \frac{C\omega\theta_0}{Ak} \sin(kt) = \frac{2\omega\theta_0}{k} \sin(kt) \quad (9)$$

따라서

$$\phi = -2\omega\theta_0 \cos(kt) + C_2 \quad (9)$$

여기서  $C_2$ 는 적분상수이며 초기조건에서  $C_2 = 2\omega\theta_0$ 이다.

그러므로

$$\phi = 2\omega\theta_0 \left( 1 - \cos \sqrt{\frac{2}{3} \left( 4\omega^2 - \frac{g}{r} \right)} t \right) \quad (10)$$

식(10)은 휠이 안정성있게 주행할 때 휠의 요오각이 주기적으로 변함을 보여준다.

### 4. 결론

본 연구에서는 물리적으로 고유 불안정 시스템인 유니사이클 로봇의 주행에 관련된 구동부의 메커니즘을 해석하고 인공지능 알고리즘에 이용할 수 있는 지식베이스를 운동역학적 관점에서 고찰하였다.

참고문헌 생략