

상계요소법에 의한 External Spline의 Near-Net 단조해석 (An Analysis of Near-Net Forging of External Spline by an Upper Bound Elemental Technique)

양 정 호*(경남대학교 대학원), 김 용 조(경남대학교 기계설계학과)
J.H. Yang*(Graduate School, Kyungnam Univ.), Y.J. Kim(Kyungnam Univ.)

Abstract

Closed-die forging of external spline is analysed using an upper bound elemental technique. The kinematically admissible velocity field for three-dimensional deformation in forging of the external spline with trapezoidal teeth was obtained. The upper bound to the deforming load necessary and the deformed configurations are predicted using integration of the formulation of energy expressions which were obtained from the presented velocity fields. Two different forging methods denoted here as A(side extrusion method) and B(upset forging method) were considered in the present analysis and the theoretical results compared with experimental ones. Experiments were carried out on plasticine as model material at room temperature where taicium powder was used as a lubricant. The present investigation revealed that the analytical method B predicts a reduced forging load and improved configuration better than method A for the forged products.

Key words: Upper Bound Elemental Method(상계요소법), Spline(스플라인), Closed-Die Forging(밀폐단조)

1. 서론

최근 금속성형공정에서는 거의 정형(Near-net shape) 또는 정형(Net shape)의 부품을 생산하는 정밀냉간단조 공정에 대한 관심이 높아지고 있다. 일반적으로 냉간단조법에 의해 원하는 최종 부품을 얻기 위해서는 다단계 성형공정이 필요하다. 그러므로 어떤 제품의 성형공정을 개발함에 있어서 소요되는 시간과 비용을 줄이기 위하여, 실제로 사용될 금형을 제작하기 전에 소재의 유동 및 성형하중 등의 상세한 정보가 필요하다. 최근 단조공정에서는 제품의 생산성 향상, 소재 손실의 최소화, 다단계 성형 공정수의 감소와 후처리 공정의 최소화를 통한 생산비의 절감에 대한 관심이 높아지고 있다.

토오르크를 전달하는 동력축에 기어를 고정하기 위하여 키이 홈을 사용한다면 축의 유효단면적이 감소하여 축의 강도가 감소하고, 키이 홈이 노치와 같은 역할을 하여 응력집중이 발생함으로 축이 약해진다. 더구나 여러개의 키이 홈을 사용하게 되면 이러한 현상은 더욱 심각해진다. 따라서 동력축에 키이 홈을 이용하여 기어를 부착하는 대신에 축의 원주상에 일정한 형태의 치형을 배치한 스플라인 축 또는 스플라인 커플링을 사용한다. 스플라인 축 또는 커플링은 큰 토오르크를 전달하는 동시에 축 방향으로 이동시킬 수도 있으며 내구성이 뛰어나 선반의 변속장치, 자동차의 변속기 및 클러치, 항공기 및 공작기계 등의 속도변환 기구 등에 널리 사용되고 있다.

단조공정의 이론적 해석방법중에서 동적 가용속도장을 이용하는 상계요소법은 소재의 변형영역을 단순한 요소들로 분할하고, 이 요소들에 대한 에너지를 조합하여 전체에너지를 최소화하는 방법이다. 상계요소법은 Kudo

[1,2]가 단위 변형영역의 개념을 도입하여 축대칭 및 평면 변형문제를 해석하면서 시작되었으며, 최근까지 이 분야에 대한 연구[3-9]가 활발하게 진행되어 왔다. 스피어 기어의 냉간단조에 대한 상계해석[10-14]은 많이 수행되었지만, 스플라인 단조에 관한 연구[15,16]는 많지 않다. Juneja[10]는 기어의 치형을 사다리꼴로 가정하여 상계해석하였고, Dean[11]은 스피어 기어의 상계해석에서 치형을 반경방향에 평행한 직선으로 가정하였다. 이들의 연구는 사다리꼴 치형의 스플라인에 대한 속도장과 같은 것이었다. 최근에는 Cho[16]등이 중공 및 중실소재를 이용한 스플라인의 밀폐단조에 관하여 상계해석한 바가 있다. 이상에서와 같이 선행 연구자들이 스플라인의 냉간단조에 대한 상계해석을 수행하였으나 샹크(Shank)가 없는 스플라인에 관한 것이기 때문에 제시된 동적 가용속도장은 단순한 치형으로 가정된 스피어기어의 냉간단조에 관한 속도장과 같은 것이었다. 이와 같이 샹크(Shank)가 없는 스플라인에 대한 밀폐단조해석은 지금까지 많이 수행되어 왔지만 상대적으로 샹크부를 갖는 스플라인 커플링의 단조해석은 거의 찾아 볼 수 없었다.

따라서, 본 연구에서는 스플라인 커플링의 냉간단조에 대해 2가지의 밀폐단조법을 제안하고 각 단조방법에 대한 동적 가용속도장을 제시하여 상계요소법에 의한 단조하중과 변형형태를 서로 비교 및 검토하여 제품의 품질향상 및 생산성 향상 등의 관점에서 유리한 밀폐단조법을 제시하고자 한다.

2. 이론해석

원형 단면의 빌렛(Billet)을 사용한 스프라인 커플링의 밀폐단조에서 초기소재의 외경은 스프라인의 이뿌리 원의 직경과 일치하게 한다. 본 연구에서는 스프라인의 밀폐단조해석에 상계요소법을 사용하고, 단조방법을 달리한 2가지의 방법(A 및 B라 함)에 대해 수행한다. Fig.1(a,b)과 같이 단조방법 A는 일종의 측면압출법(Side extrusion method)이라 할 수 있으며, 스프라인과 같은 형상 및 잇수를 갖는 콘테이너(Female die)가 있고 움직이는 편치는 스프라인의 이뿌리원과 같은 치수를 갖는다. 반면에 단조방법 B는 엷셋단조법(Upset forging method)이라 하며 편치 뿐만 아니라 콘테이너(Container or stationary female die)도 스프라인과 똑 같은 형상과 잇수를 갖는다.

재료는 비압축성, 등방성, 강소성체 및 von Mises의 항복조건을 따른다고 가정하며, 변형중 재료의 관성효과를 무시하고 공구와 재료의 접촉부분에서 마찰력은 일정하다고 가정한다.

2.1 동적 가용속도장

상계해석의 에너지식을 유도함에 있어서 소성변형 영역내에 속도 불연속면 또는 불연속선을 구분하는 것이 필요하다. 밀폐단조에서 소성류 및 속도 불연속면은 소성변형이 진행함에 따라 연속적으로 변하지만 본 해석에서는 동적 가용속도장의 유도에 대한 편리성을 고려하여 속도 불연속면이 변하지 않는다고 가정한다. 스프라인의 축 대칭성을 고려하여 치형의 1/2 피치만을 해석영역으로 취급한다. Fig. 1(a,b)는 1/2 피치에 대한 변형영역을 나타낸 것이다.

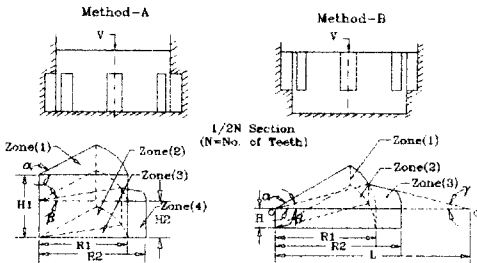


Fig. 1. Subdivision of a deforming region: (a) Method A, a side extrusion method, (b) Method B, an upset forging method.

(a). 단조방법 A (측면압출법)

소재의 전체 소성변형 영역을 Fig. 1(a)와 같이 4개의 영역으로 나누고, 각 변형영역에 대하여 경계조건과 체적일정 조건을 만족하는 속도장을 유도하면 다음과 같다.

1). 변형영역 I의 속도장

$$U_r = U_\theta = 0, \quad U_z = -V_o \quad \text{--- (1)}$$

2). 변형영역 II의 속도장

$$U_r = 0, U_\theta = -\frac{r}{H_2}(\alpha - \theta)V_o, U_z = -\frac{z}{H_2}V_o \quad \text{--- (2)}$$

3). 변형영역 III의 속도장

$$U_r = \frac{\alpha r}{2\beta R_2}V_o, U_\theta = -\frac{r\theta}{H_2}\left(\frac{\alpha}{\beta} - 1\right)V_o, U_z = -\frac{z}{H_2}V_o \quad \text{--- (3)}$$

4). 변형영역 IV의 속도장 (Fig. 2 참조)

$$U_r = \frac{U_{R_1} R_1 \beta}{r \Theta(r)}V_o, \quad U_\theta = -\frac{U_{R_1} R_1 h_o \beta \theta}{r \Theta^2(r) \sqrt{r^2 - h_o^2}}V_o$$

$$U_z = 0 \quad \text{--- (4)}$$

$$\text{여기서 } U_{R_1} = \frac{\alpha R_1}{2\beta H_2}, \quad \Theta(r) = \sin^{-1}\left(\frac{h_o}{r}\right) - \gamma \quad \text{--- (5)}$$

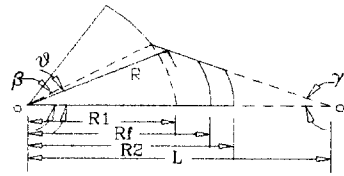


Fig. 2. Details of zone (IV) for method A and zone (III) for method B.

(b). 단조방법 B (엷셋단조법)

소재의 전체 소성변형 영역을 Fig. 1(b)와 같이 3개의 영역으로 나누고, 각 변형영역에 대하여 동적 가용속도장을 유도하면 다음과 같다.

1). 변형영역 I의 속도장

$$U_r = 0, U_\theta = -\frac{r}{H}(\alpha - \theta)V_o, U_z = -\frac{z}{H}V_o \quad \text{--- (6)}$$

2). 변형영역 II의 속도장

$$U_r = \frac{\alpha r}{2\beta R_2}V_o, U_\theta = -\frac{r\theta}{H}\left(\frac{\alpha}{\beta} - 1\right)V_o, U_z = -\frac{z}{H}V_o \quad \text{--- (7)}$$

3). 변형영역 III의 속도장 (Fig. 2 참조)

$$U_r = \frac{V_o \beta R_1}{r \Theta(r)} \left[U_{R_1} - \frac{\beta R_1}{2H \Theta(r)} \right]$$

$$+ \frac{V_o}{2H} \left[r + \frac{h_o}{r \Theta(r)} \left\{ \sqrt{r^2 - h_o^2} - \sqrt{R_1^2 - h_o^2} \right\} \right]$$

$$U_\theta = \frac{V_o U_{R_1} h_o \theta}{\Theta(r) \sqrt{r^2 - h_o^2}}, \quad U_z = -\frac{z}{H}V_o \quad \text{--- (11)}$$

$$\text{여기서, } U_{R_1} = \alpha R_1 / 2\beta H \quad \text{--- (12)}$$

2.2 에너지 소비율

Prager와 Hodget[16]는 완전 강소성체의 변형에 관한 모든 동적 가용속도장 중에서 실제공정에 필요한 에너지 소비율은 다음에 주어진 J 값을 최소화하는 것이라 하였다.

$$J = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \int_V \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^*} dv + \int_S d\Delta v^* |dS - \int_{S_T} T_i v_i^* dS_T \quad \text{--- (13)}$$

여기서, J 는 실제 성형공정에서 필요한 에너지 소비율의 상제이며, *표시는 동적 가공속도장에서 얻어진 값을 표시한다. 본 연구에서는 UBET의 개념을 도입하여 다음 식으로 성형공정의 에너지 소비율을 계산하였다.

$$J = \sum W_P + \sum W_S + \sum W_F \quad \text{--- (14)}$$

여기서, W_P 는 내부 변형 에너지 소비율, W_S 는 변형 영역과 영역 사이의 전단 에너지 소비율, W_F 는 다이와 재료사이의 마찰 에너지 소비율이다.

2.2.1 내부 변형 에너지 소비율

각 변형영역의 속도장을 사용하여 유효 변형률속도를 구하고 다음식으로 내부 변형에너지 소비율을 구한다.

$$W_i = \int_V \bar{\sigma} \bar{\epsilon} dv \quad \text{--- (15)}$$

여기서 $\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{2}{3} \sigma_{ij} \sigma_{ij}}$, $\bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}}$ ($i, j = r, \theta, z$)

단조방법 A의 변형영역 IV와 방법 B의 변형영역 III의 내부 변형에너지 소비율은 다음식으로 계산된다.

$$\dot{E}_i = \bar{\sigma} \int_{R_i}^{R_f} \int_0^{2\pi} \bar{\epsilon} r dr d\theta \quad \text{--- (16)}$$

여기서, 적분 상한값 R_f 는 매 단계마다 변하는 자유 외면의 반경을 나타내며, i 번째 단계에서 값은 다음과 같이 계산한다.

$$R_f^{(i+1)} = R_f^{(i)} + U_r^{(i)} \Delta t \quad \text{--- (17)}$$

2.2.2 전단 에너지 소비율

서로 이웃한 변형영역의 경계에서 속도 불연속량에 의한 전단변형 에너지 소비율은 다음식에 의해 구해진다.

$$W_S = k \int_S |\Delta V| dS \quad \text{--- (18)}$$

여기서, $k = \bar{\sigma} / \sqrt{3}$ 이고, k 및 $|\Delta V|$ 는 항복전단응력과 속도 불연속면에서의 속도 불연속량이다.

2.2.3 마찰 에너지 소비율

다이와 소재 사이에서 마찰 손실에 의한 에너지 소

비율은 다음 식과 같이 표시된다.

$$\dot{W}_f = \int_{S_f} d\Delta V_f |dS_f = m k \int_{S_f} |\Delta V_f| dS_f \quad \text{--- (19)}$$

여기서, $|\Delta V_f|$ 는 마찰 경계면에서의 속도 불연속량이고, m 은 마찰 경계면에서의 마찰상수이다.

2.2.4 총 에너지 소비율

스플라인 커플링의 밀폐단조에 대한 전체 에너지 소비율은 1/2편치에 대한 전체 에너지 소비율을 총 잇수에 대한 총합으로 구해지며 다음과 같이 된다.

$$J = 2N (W_i + W_S + W_f) \quad \text{--- (20)}$$

여기서, N 는 스플라인의 잇수이다. 그리고 편치하중은 다음 식으로 구해진다.

$$F = \frac{J}{V_0} \quad \text{--- (21)}$$

여기서, V_0 는 편치의 이동속도이다.

3. 결과 및 고찰

이론해석의 타당성을 검토하기 위하여 플라스틱인의 모델재료를 사용하여 상온에서 실험을 하였다. 모델재료의 유동응력을 표시하기 위하여 실린더 압축시험을 하였고, 시험편의 치수는 $\phi 38.1\text{mm} \times 38.1\text{mm}$ 로 하였으며 윤활제는 바셀린(baseline)을 사용하였다. 상온 19°C에서 편치의 하강속도를 10.0mm/min로 하고 일정 변형률 속도를 유지 하면서 압하율 50%까지 압축하여 얻어진 응력과 변형률의 관계는 다음 식과 같이 표시된다.

$$\bar{\sigma} = 0.168 \bar{\epsilon}^{0.072} \text{ (MPa)}$$

잇수 8, 이높이 3.9mm, 이나비 9.62mm인 사다리꼴 스플라인 커플링의 밀폐단조실험에서 소재를 직경 38.1mm, 높이 15.2mm로 가공하고 탈크 파우더(Talcum powder)를 윤활제로 사용한 실험에서 얻은 형상을 Fig. 3(a,b)에 나타 내었다. 실험 결과에 의하면 단조가 진행되면서 치형을 채우는 자유면이 이나비 방향으로 벌징과 같은 형상을 볼 수 있다.

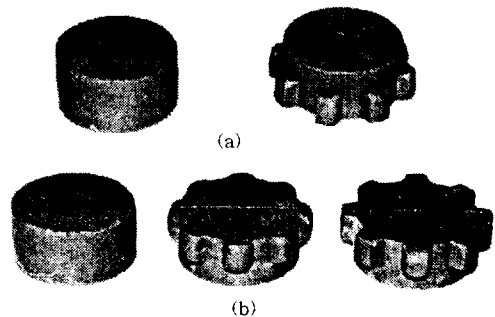


Fig. 3. Products of forged spline coupling:
(a) Method A and (b) Method B

식(20) 및 (21)은 성형공정에 필요한 펀치하중의 상계치를 나타내며, 성형중에 변형형태를 확인하기 위하여 변형영역에 Grid를 새기고 전체 성형공정을 일정한 시간간격으로 나누어 에너지 소비율을 계산하였다. 계산과정에서 재료의 가공경화의 효과는 무시되었다.

유도된 속도장으로부터 단조방법 A 및 B에 대해 치형의 대칭단면에서 마찰상수 $m=0.2$ 일 때 Grid의 변형형태를 각각 Figs. 4(a,b)에 나타내었다. 압하율이 증가함에 따라 이뿌리의 코너부분에서 Grid의 찌그러짐이 심하게 나타나고 있다. 따라서 만일 성형중에 재료의 파손이 발생한다면 이 부분에서 발생할 수 있는 가능성을 알 수 있다. 성형중에 치형의 자유면이 곡선으로 나타나지 않고 직선인 것은 별장이 없다는 것을 의미한다. 이것은 이론해석에서 별장효과가 무시되었기 때문이라 생각 된다. 그럼에서 변형중의 소성류가 이뿌리의 코너부분으로 채워지고 있음을 알 수 있다.

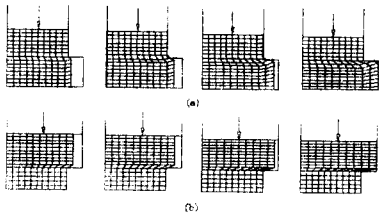


Fig. 4. Grid distortion patterns ($H_1R_1=1.0$, $H_1/H_2=2.0$, $m=0.2$): (a) method A, (b) method B

Figs. 5(a,b) 및 Fig. 6(a,b)는 잇수 $N=8$, 마찰상수 $m=0.2, 0.4, 0.8$ 일 때 상대압력($\sigma_d/2k$)과 단조하중을 펀치의 이동거리에 따라 나타낸 것이다. 다이와 재료사이의 마찰조건이 단조하중에 상당한 영향을 미치고 있으며, 변형이 진행함에 따라 단조하중에 대한 마찰효과는 현저하게 나타나고 있다. 단조방법 A에 대해 예측된 상대하중은 단조방법 B에 대한 것보다 훨씬 크다. 이러한 현상은 아마도 이뿌리의 코너부분에서 변형형태가 서로 다르기 때문이라 생각된다. Fig. 4(a,b)에서 나타난 Grid의 찌그러짐을 살펴보면 방법 A의 경우에 이뿌리 부분에서 Folding이 발생할 수 있음을 예측할 수 있다. 반면에 방법 B의 경우에는 찌그러짐의 정도가 심하지 않다. Fig. 6에 의하면 마찰상수 $m=0.2$ 의 경우에 단조하중이 실험결과에 가까운 것을 알 수 있으며, 재료가 이뿌리 코너의 채워진 단계에 이를 때 실험결과와 잘 일치한다. 그러나 변형 초기에 상당한 차이를 보이는 것은 계산과정에서 재료의 가공경화가 무시되고 소성류는 완전 강소성이라 가정하였기 때문이라 생각된다.

금속성형공정의 상계요소해석에 의한 전체 에너지는 내부 변형에너지, 전단 변형에너지 및 마찰 에너지의 총합으로 주어지기 때문에 어떤 에너지 성분이 가장 큰 것인가를 파악할 필요가 있다. Fig. 7(a,b)는 펀치의 이동거리에 따라 전 에너지 및 각 성분 에너지를 나타내고 있다.

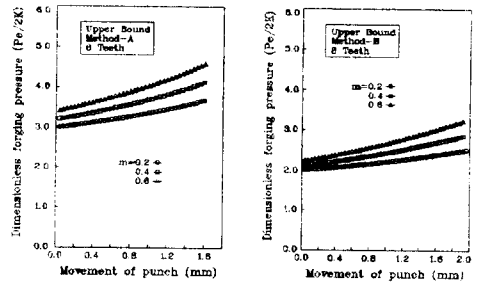


Fig. 5. Relative pressure vs punch movement: (a) method A, (b) method B.

전체 에너지중에서 전단 변형에너지가 가장 크다는 것을 알 수 있으며, 특히 방법 A에 대한 전단 변형에너지는 다른 두 에너지 성분보다 훨씬 크게 나타난다. 이러한 현상은 단조방법 A에 대한 상계요소해석의 수식화 과정에서 속도불연속이 얼마나 중요한가를 보여주고 있다

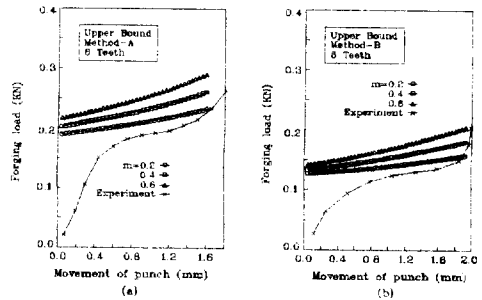


Fig. 6. Variation of forging load vs punch movement: (a) method A, (b) method B.

따라서, 실제해에 가까운 상계해를 얻기 위해서는 속도 불연속면의 선택이 잘 이루어져야 한다. 단조방법 B에 대한 전 에너지 소비율은 방법 A에 비해 거의 1/2에 불과하다. 이 결과에 의하면 단조방법 B가 방법 A보다 유리하다는 것을 알 수 있다. 따라서, 외접 스프라인 커플링의 밀폐단조에서 단조방법 B(엷판단조법)에 의하면 단조방법 A(측면압출법)보다 요구되는 변형에너지를 줄일 수 있을 뿐만 아니라 이뿌리의 코너부분에서 찌그러짐을 다소 완화시킬 수 있기 때문에 품질이 향상된 제품을 얻을 수 있을 것이라 생각된다. 그러나, 단조방법 B에서는 콘테이너(Container or stationary female die) 뿐만 아니라 펀치 또는 다이가 스프라인과 같은 형상, 크기 및 잇수를 가져야 함으로 금형가공에 따른 추가 비용과 시간이 요구 될 수 있다.

Fig. 8(a,b) 및 Fig. 9(a,b)는 마찰상수 $m=0.2$ 일 때 단조가 진행됨에 따라 치형의 형성과정을 3차원적으로 보기 위하여 해석 영역에 Grid를 새겨 나타낸 것이다. 실험 결과에 의하면 단조가 진행되면서 치형을 채우는 자유면이 이나비 방향으로 별징과 같은 형상을 볼 수 있으나,

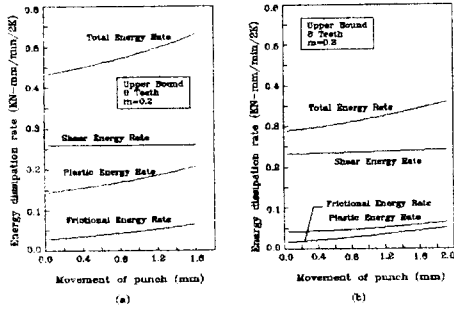


Fig. 7. Energy dissipation rates vs punch movement: (a) method A, (b) method B

이론해석에 의하면 치형의 자유면은 직선적이다. 이러한 결과는 이론해석에서 단순화 된 동적 가용속도장을 선택하였기 때문이라 생각된다. 따라서, 스플라인 커플링의 밀폐단조에 대한 상계해석에서 실제해에 가까운 결과를 얻기 위해서는 동적 가용속도장을 유도할 때 치형의 자유면에서 이나비 방향으로 별칭효과를 고려하는 것이 타당하다는 것을 알 수 있다.

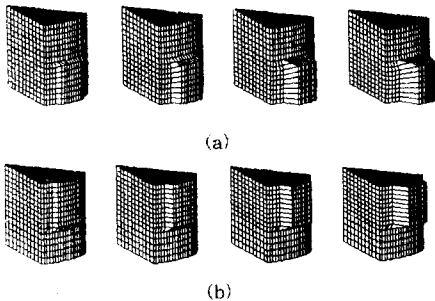


Fig. 8. Analytical processes of spline coupling (one pitch shape): (a) method A, (b) method B.

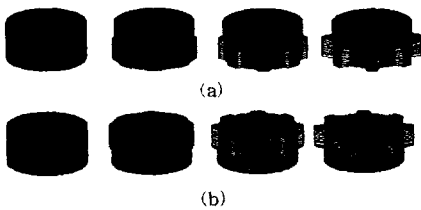


Fig. 9. Analytical processes of spline coupling (whole shape): (a) method A, (b) method B.

4. 결론

본 연구에서는 잇면이 사다리꼴인 외접 스플라인 커플링의 밀폐단조에 대해 두 가지의 단조방법을 제시하고 이에 대한 상계요소해석을 하여 서로 비교하였다. 속도

불연속면을 평면으로 고려하여 동적 가용속도장을 제시하고 단조 진행에 따른 단조하중 및 변형형태를 얻을 수 있었다.

- (1). 단조방법 B(옆셋단조법)에 대한 단조하중은 단조방법 A(측면압출법)보다 거의 반으로 감소하였으며, 방법 B에 의하면 이뿌리의 코너에서 재료의 찌그러짐이 방법 A보다 심하지 않았다.
- (2). 상계요소해석에 의한 상대압력은 마찰상수 $m=0.2$ 일 때 방법 B의 경우에는 2.1-2.4이었고, 방법 A의 경우에는 3.1-3.7 사이의 값으로 나타났다.
- (3). 이론해석에 의한 결과는 단조공정의 초기를 제외하고는 실험결과와 잘 일치한다.
- (4). 가공비용, 단조하중, 단조품의 품질 및 소비 에너지 등을 고려할 때 방법 B가 적절한 밀폐단조법임을 알 수 있었다.

5. 참고문헌

- [1]. H. Kudo, "An Upper-Bound Approach to Plane-strain Forging and Extrusion-I,II", *Int. J. of Mech. Sci.*, Vol.1, pp.57-83, pp.229-252, 1960.
- [2]. H. Kudo, "Some Analytical and Experimental Studies of Axisymmetric Cold Forging and Extrusion-I,II", *Int. J. of Mech. Sci.*, Vol.2, pp.102-127, Vol.3, pp.91-117, 1960.
- [3]. S. Kobayashi, "Upper-Bound Solution of Axisymmetric Forming Problems-I,II", *J. Eng. for Ind. Trans.*, ASME, Vol.86, pp.112-126, pp.326-332, 1964.
- [4]. R.P. McDermott & A.N. Bramley, "An Elemental Upper-Bound Technique for General Use in Forging Analysis", 15th Int. Mach. Tool Des. & Res. Conf., Birmingham, pp.437-443, 1974.
- [5]. B. Avitzur, *Metal Forming: The Application of Limit Analysis*, Marcel Dekker Inc. New York, 1960.
- [6]. M. Kiuchi & S. Shigeta, "Application of Upper-Bound Elemental Technique to Axisymmetric Forging Process", *JSTP*, Vol.22, pp.1208-1214, 1981.
- [7]. M. Kiuchi & A. Karato, "Application of Upper-Bound Elemental Technique to Non-axisymmetric Forging Process", *Advanced Technology of Plasticity*, Vol.2, pp.967-872, 1984.
- [8]. Y.T. Lin & J.P. Wang, "A New Upper-Bound Elemental Technique Approach to Axisymmetric Metal Forming Process", *Int. J. Mach. Tools Manufact.* Vol.33, pp.135-152, 1993.
- [9]. J.P. Wang & Y.T. Lin, "The Load Analysis of the Plane-Strain Forging Process using the Upper-Bound Stream-Function Elemental Technique", *J. of Mat. Proc. Tech.*, Vol.47, pp.345-359, 1995.
- [10]. O.P. Grover & B.L. Juneja, "Analysis of Closed-Die Forging of Gear-Like Elements", *Advanced Tech. of Plasticity*, Vol.II, pp.888-893, 1984.
- [11]. N.A. Abdul & T.A. Dean, "An Analysis of the

- Forging of Spur Gear Forms", *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, Vol.26, pp.113-123, 1986.
- [12]. M. Kiuchi, H.K. Chung & J. Yanagimoto, "Analysis of Upsetting of Hollow Billets with Square and Gear-Type Dies", *J. of the JSTP*, Vol.31, pp.907-912, 1990.
- [13]. 최재찬, 허관도, 김창호, 최종용, "스피어 기어의 밑페단조에 관한 상계해석", *한국정밀공학회지*, 제11권, 제4호, pp.26-37, 1994.
- [14]. 조해용, 최재찬, 최종용, 민규식, "중공소재의 내경변화에 따른 스피어기어의 단조에 관한 연구", *한국소성가공학회지*, 제4권, 제3호, pp.257-266, 1996.
- [15]. B. L. Juneja & O. B. Grover, "Analysis of Forging Spiines", *J. Engng. Prod.*, Vol.4, pp.48-59, 1981.
- [16]. 조해용, 최종용, 민규식, "중공 및 중실소재를 이용한 스피어라인 단조에 관한 연구", *한국정밀공학회지*, 제13권, 제1호, pp.108-115, 1996.
- [17]. W. Proger & P.G. Hodge, *Theory of Perfectly Plastic Solids*, Chapman and Hall, London, 1951.