

충격성 잡음환경에 강인한 Kalman 시변 주파수 추정기법

김 한수^o, 임 준석, 송 준일, 성 평모
서울 대학교 전자 공학과

Robust Kalman based time varying spectral estimation in bursty noise environment

Hansu Kim, Junseok Lim, Junil Song, Koengmo Sung
Dept. of Electronics Engineering, Seoul National University

Abstract

본 논문에서는 시변 주파수를 추정하기 위한 방법으로 기존의 시간 가중 칼만 추정기법에 변형된 Huber함수를 적용하여 충격성 잡음환경 하에서도 강인한 칼만 추정기법을 제안하였다.

기존의 시간 가중 칼만 추정기법은 오차가 정규분포를 가진다고 가정된 상태에서는 적합한 파라메타 추정할 수 있지만 충격성 잡음이 존재하는 경우에는 수렴속도나 시변적응능력에서의 성능저하가 나타난다.

제안된 알고리즘은 영향함수 측면에서 충격성 잡음에 의해 생기는 오차의 크기를 제한함으로써 기포나 인위적인 충격성 잡음환경 하에서도 시변 주파수 추정을 할 수 있으며 알고리즘의 타당성은 모의실험을 통해 보였다.

I. 서론

능동 소나 시스템에서 기포나 인위적인 충격성 잡음환경 하에서도 수신된 신호의 변수를 추정하기 위해서는 고분해능이면서 강인한 시변 주파수 추정 기법이 필요하다.

충격성 잡음환경과 같은 비정규화 확률분포를 갖는 잡음 하에서 kalman기법과 같은 선형최소자승 추정법은 성능이 많이 저하됨이 알려져 있다[2]. 이러한 충격성 잡음이 존재하는 상황에서 칼만 추정기로서 주파수를 추정하는 경우 충격성 잡음으로 생긴 오차가 계속적으로 향후의 추정결과에 영향을 미치게된다. 따라서, 현재

의 데이터 위치에서 그 이전으로 갈수록 지수적으로 크기가 감소하는 가중치인 소멸인자의 도입이 필요하며 수렴속도와 시변적응능력의 향상을 위해서는 충격성 잡음에 의한 일시적인 큰 오차를 제한하는 과정이 필요하다.

본 논문에서는 기존의 칼만 추정기에 충격성 잡음에 강인한 Huber 함수[4]를 변형한 영향함수(influence function, 비용함수의 도함수)를 도입하여 충격성 잡음환경 하에서도 강인한 시변 주파수 추정기법으로 강인 칼만 추정기법을 제안한다.

본 논문은 제 2장에서 소멸인자를 도입한 시간 가중 칼만 추정기법에 대해 살펴보고 제 3장에서 변형된 Huber함수를 이용한 강인 칼만 추정기법을 제안하고 제 4장에서는 제안된 방법의 타당성을 모의실험을 통해 보이도록 하겠다.

II. 시간 가중 칼만 추정기

관측한 신호를 다음과 같이 AR(Autoregressive) 모델로 표시할 수 있다.

$$s(k) = \sum_{i=1}^p a_i(k) s(k-i) + \epsilon(k) \quad (1)$$

여기서 $a_i(k), i=1, \dots, p$ 는 시변 예측 계수이고 $\epsilon(k)$ 는 오차신호이다.

기존의 Kalman 추정기는 현재 분석하고자 하는 데이터와 무관한 이전의 데이터들의 영향으로 현재의 추정된 매개변수가 시변 특성을 갖는 신호 변수를 빠르게 따라가지 못하는 단점이 있다. 이러한 문제점을 해결하

기 위해서는 현재의 데이터 위치에서부터 과거로 갈수록 그 영향을 감소시키도록 시간 가중치를 부가하는 방법이 필요하다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\hat{E}_k = \sum_{i=1}^k \lambda^{i-k} R_i^{-1} [s(i) - S^T(i)A(i)]^2 \quad (2)$$

여기서 $A(i) = [a_1(k) \ a_2(k) \ \dots \ a_p(k)]^T$ 는 예측계수 벡터, $S^T(i) = [s(i-1) \ s(i-2) \ \dots \ s(i-p)]$ 는 시각 i 이전의 과거 신호들의 벡터, λ 는 가중값으로 소멸인자(forgetting factor)라고 하며 $1 < \lambda < 2$ 의 값을 갖게 된다.

식(2)로 표현된 새로운 자승오차의 합을 최소로 하는 파라메타 $\hat{A}(i)$ 를 추정하는 칼만 알고리즘은 다음과 같다[3].

$$\bar{A}(k) = \hat{A}(k-1) \quad (3)$$

$$v(k) = s(k) - S^T(k)\bar{A}(k) \quad (4)$$

$$K_k = M_k S(k) [S^T(k)M_k S(k) + R_k]^{-1} \quad (5)$$

$$\hat{A}(k) = \bar{A}(k) + K_k v(k) \quad (6)$$

$$M_k = \lambda \Phi_k P_{k-1} \Phi_k^T \quad (7)$$

$$P_k = M_k - K_k S(k) M_k \quad (8)$$

여기서 $\bar{A}(k)$ 는 시점 $k-1$ 에서 예측된 파라메타 벡터, $\hat{A}(k)$ 는 시점 k 에서 추정된 파라메타 벡터, K_k 는 칼만 이득, M_k 는 예측오차의 분산, P_k 는 추정오차의 분산이다.

위와 같은 소멸인자 λ 의 도입으로 추정에 사용되는 데이터 샘플 구간은 제한되며 참조되는 이전 샘플 구간이 적을수록 시변적용능력은 향상되는 반면, 추정에 사용되는 데이터 수는 적어서 추정오차는 늘어나게 되는 단점이 있다.

III. 강인 칼만 추정기

수중에서의 버블이나 인공적인 충격음이 존재하는 상황에서 강인한 시변적용능력을 추정하는 칼만 알고리즘을 제안해본다. 기존의 칼만 알고리즘은 오차신호가 정규분포를 가진다고 가정한 것이므로 이와 같은 충격음이 존재하는 상황에서는 큰 오차가 발생한다. 이와 같은 충격성 잡음은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$f_s = (1 - \epsilon)N \cdot (0, R_1) + \epsilon N \cdot (0, R_2) \quad (9)$$

여기서 $N(x | m, R)$ 은 평균이 m 이고 분산이 R ($R_1 < R_2$)인 정규분포이고 ϵ 은 혼합계수로서 비정규분포의 정도를 나타낸다.

기존의 칼만 필터에서는 식(6)에서 보듯이 파라메타 추정시 오차 $v(k)$ 에 비례하는 결과가 나오게 되어 충격성 잡음환경에서는 추정된 파라메타가 큰 오차를 가지게 된다. 이렇게 추정된 파라메타의 동요는 수렴속도나 추정능력에서 성능의 저하가 나타난다.

이를 비용함수(cost function)와 그것의 도함수인 영향함수(influence function)측면에서 보면 그림1과 그림2와 같다.

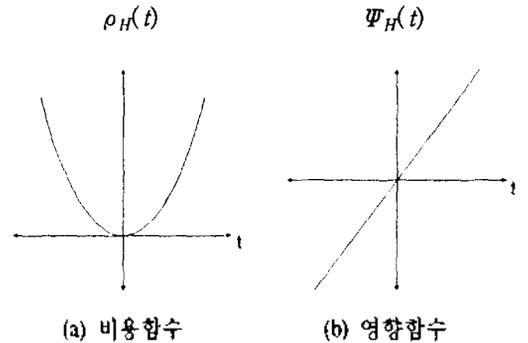


그림1 기존의 칼만알고리즘의 비용함수와 도함수

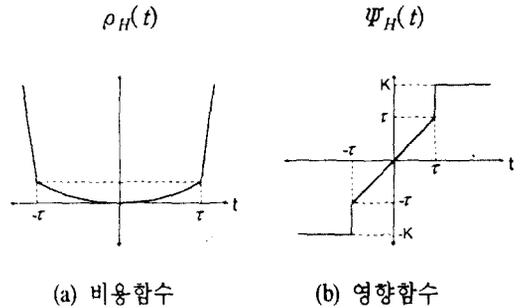


그림2 강인 칼만 추정기의 비용함수와 도함수

그림1은 기존의 칼만 알고리즘에 대한 것이고 그림2는 제안된 강인 칼만 알고리즘에 대한 것이다.

그림2의 b)에서 보듯이 정상상태일 때는 선형영역에서 동작하여 기존의 칼만 알고리즘과 동일하며 충격성 잡음이 존재할 경우에는 오차의 크기를 제한함으로써

충격성 잡음에 강인한 성질을 갖게 된다.

사용된 영향함수는 다음과 같다.

$$\Psi_\epsilon(t) = \begin{cases} t & |t| \leq r(n) \\ K \cdot \text{sgn}(t) & |t| > r(n) \end{cases} \quad (9)$$

여기서 $\text{sgn}(t)$ 는 signum 함수, K 는 조절상수,

$$r(n) = c \left[\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M v^2(n-i) \right]^{1/2} \text{이다.}$$

식(9)를 적용한 강인 칼만 추정기법은 다음과 같다.

$$\bar{A}(k) = \bar{A}(k-1) \quad (10)$$

$$T_k = (S^T(k)M_k S(k) + R_{1k})^{-1/2} \quad (11)$$

$$v(k) = s(k) - S^T(k)\bar{A}(k) \quad (12)$$

$$\hat{A}(k) = \bar{A}(k) + M_k S(k) T_k^T \Psi_\epsilon(v(k)) \quad (13)$$

$$M_k = \lambda \Phi_k P_{k-1} \Phi_k^T \quad (14)$$

$$P_k = M_k - M_k S(k) T_k^T T_k S(k)^T M_k \quad (15)$$

여기서 $\bar{A}(k)$ 는 시점 $k-1$ 에서 예측된 파라메타 벡터, $\hat{A}(k)$ 는 시점 k 에서 추정된 파라메타 벡터, $v(k)$ 는 예측오차, M_k 는 예측오차의 분산, P_k 는 추정 오차의 분산이다.

IV. 모의 실험

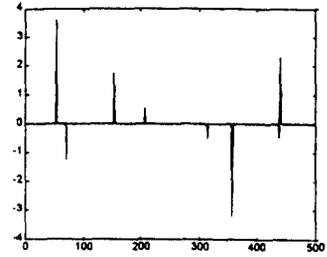
강인 칼만 추정기법의 시변 주파수 추정의 타당성을 보이기 위해서 아래 식과 같은 시험용 신호를 발생하여서 제안된 알고리즘을 수행하였다.

$$\cos[2\pi(f_1 n + .5\alpha_1 n^2)] + w(n) \quad (16)$$

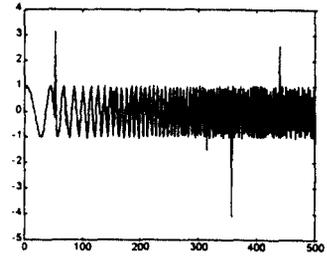
여기서 정규화 주파수로 $f_1 = .01$, α_1 는 6×10^{-4} ,

$w(n)$ 은 식(9)에서 $\epsilon=0.02$, $\sigma_1^2 = .001$ 인 백색 정규분포 잡음, $\sigma_2^2 = 200 \times \sigma_1^2$ 인 백색 정규분포 잡음으로 형성된 충격성 잡음이고 $n=0, \dots, 499$ 이다.

그림3은 충격성잡음과 합쳐진 신호에 대한 그림이다. 그림4는 정규분포 잡음일 때(SNR = 30 dB) 시간 가중 칼만 추정기와 강인 칼만 추정기에 대해 각 수렴 횟수에 대한 시변주파수 추정 결과에 대한 contour이며 동일한 성능이 보임을 알 수 있다. 그림 5는 식(16)과 같이 충격성 잡음이 가해졌을 경우 제안된 강인 칼만 추정기법이 시간 가중 칼만 추정기법에 비해 충격성 잡음에 더 강인한 시변 주파수 추정이 됨을 볼 수가 있다. 그림 5의 a)를 보면 시간 가중 칼만 추정기법은 소

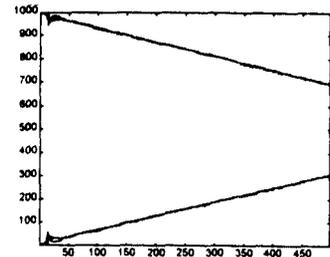


a) 충격성 잡음 신호

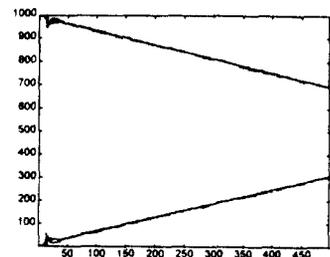


b) 충격성잡음과 합쳐진 선형 FM 모의 신호

그림 3. 충격성잡음과 선형 FM 모의 신호

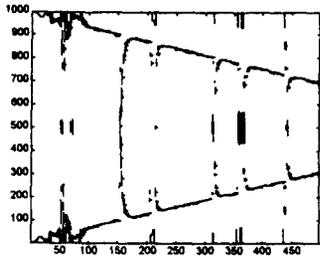


a) 시간 가중 칼만기법으로 추정된 결과

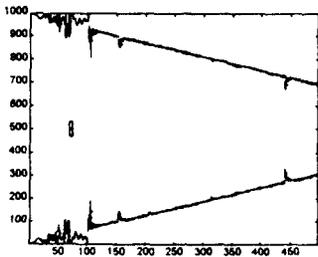


b) 강인 칼만 추정기법으로 추정된 결과

그림 4. 정규분포 잡음일 때(SNR = 30dB) 시변 주파수 추정 결과



a) 충격성 잡음환경하에서의 시간 가중 칼만 추정기법으로 추정된 결과



b) 충격성 잡음환경하에서의 강인 칼만 추정기법으로 추정된 결과

그림 5. 충격성 잡음환경하에서 시변 주파수 추정결과

떨인자로 인해 충격성 잡음의 영향이 포함되지 않는 구간에서는 시변 주파수를 추정할 수 있으나 충격성 잡음이 존재하는 곳에서는 추정 파라메타 값의 큰 변동으로 추정에 오류가 자주 나타남을 볼 수가 있다.

이로써 제안된 강인 칼만 추정기법은 백색 정규분포 잡음뿐만 아니라 충격성 잡음환경 하에서도 시변 주파수를 추정할 수 있음을 알 수 있다.

V. 결론

본 논문은 충격성 잡음 하에서 기존의 칼만 추정기법에 소멸인자와 변형된 Huber 영향함수를 도입하여 시변 주파수를 추정할 수 있음을 보였다. 이 방법은 백색 정규분포에 대해서는 기존의 시간 가중 칼만 기법과 동일 성능을 보이며 충격성 잡음환경 하에서는 오차의 크기를 제한함으로써 추정된 파라메타의 변동을 적게 하

여 보다 빨리 시변 주파수를 추정할 수 있는 방법이다.

앞으로 시간조절상수의 선택문제를 해결해야 하며 시변 방위 추정분야로의 응용을 생각해 볼 수 있다.

VI. 참고문헌

- [1] Yuan-Hwang Chen and Ching-Tai Chiang, "Kalman-Based Estimator for DOA Estimations", *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 42, No. 12, Dec. 1994, pp. 3543-3547.
- [2] A. H. Jazwinski, *Stochastic Processes and Filtering Theory*, New York, Academic, 1970.
- [3] G. A. Mack and Vijay K. Jain, "Speech Parameter Estimation by Time-Weighted-Error Kalman Filtering", *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 31, Oct. 1983, pp. 1300-1303.
- [4] P. J. Huber "Robust estimation of a location parameter", *Ann. Math. Statist.*, vol.35, 1964, pp. 73-101.