수학영재 지도를 위한 프로그램 운영의 실제

남 승 인(대구교육대)

Ⅰ. 머리말

교사를 비롯한 많은 사람들은 수학적 재능이 우수한 학생들을 위한 특별한 교육적 배려의 중요성에 대해서는 공감을 하고 있으나, 우리 나라의 경우 수학적 재능이 우수한 학생을 위한 연구 -수학 영재의 정의, 판별 준거, 판별 도구, 프로그램 계발, 프로그램 운영을 위한 제도적 뒷받침… 등- 초보적인 상태를 면치 못하고 있는 실정이다. 이에 대한 구체적이고 실제적인 실천 방안을 모색하는 단계에서는 많은 혼란과 문제에 당면하게 된다. 그 중 현장 교실에서 우선적으로 재기되는 문제의 하나는 수학적으로 능력이 우수한 학생에게 그들 각자의 능력과 소질에 따른 프로그램의 계발과 운영에 관한 일이다.

수학적으로 재능이 우수한 학생 지도의 현장의 실태를 파악해 본다면 '수학 특별반', '수학 경시대비반',… 등의 명칭으로 방과후나 가정학습 등을 통한 능력별 특별 지도가 이루어지고 있으나 이는 장기적이고 체계적인 연구와 지원이 뒷받침되지 않은 채 경시대회 준비를 위한 한시적인 지도에 거치고 있는 실정이다. 또 이들을 지도하기 위한 학습 내용이나 방법적인 면에서도 학생들의 개인적인 특성을 고려하지 않은 채 수학익힘책의 「더 공부하여 봅시다.」 문제를 활용하거나 일부 출판사에서 발행한 고난이도의 문제나 대상 학년보다 상급 학년 수준의 학습 내용을 지도 교사의 주관에 근거하여 임의로 제작·활용하고 있는 실정이며, 또 학습 자료나 수업 형태도 다중 매체를 이용한 수업 방법이 아닌 언어적 매체에 의존한 교사 중심의 획일적인 강의식 수업에 의존하고 있는

실정이다.

수학적 재능이 우수한 학생들을 위한 프로그램이 모든 학생들에게 발전을 가져다주는 것이 아니며, 학습 내용과 방법과 환경이 학습자의 요구 수준과 균형을 이루지 못할 경우 그 프로그램에 참가한 학생은 오히려 자신의 수학에 대한 잘못된 인식을 갖게 될 뿐만 아니라 자신의 타고 난 잠재적 가능성 발굴을 저해할 수도 있다. 따라서 본고에서는 수학적 재능이 우수한 학생들을 위한 프로그램의 요건 및 운영 방안과 창의적이고 자율적인 학습 태도를 길러 줄 수 있는 심화학습 학습자료 개발을 위한 방안에 대해 살펴보고자 한다.

Ⅱ. 프로그램의 요건

수학 영재 교육이 효과적으로 이루어지도록 하기 위해서는 학생 개개인의 자질과 능력을 면밀히 검토한 후 이들의 특성을 반영한 학습 내용, 학습 방법, 학습 결과의 활용, 학습 환경이 제공되어야 할 것이다. 그 중 현장 교실에서 어떠한 내용을 어떠한 방법으로 지도해야 하며 이 때 지도 교사는 어떤 역할을 해야 할 것인가에 대하여 살펴보고자 한다.

1. 학습 내용

1) 영재 교육 프로그램은 고차적인 사고력을 육성하는 데 초점이 맞추어져야 한다.

2) 영재 프로그램의 수학적 내용은 질적으로 높은 수준의 것이어야 한다.

3) 수학 학습 기술과 습관을 개발하는 효과적인 장치를 제공해야 한다.

4) 학생들은 조작물이나 구체적인 수업 도구를 빈번히 그리고 창의적으로 사고할 수 있는 내용이 포함되어야 한다.

5) 수업과 평가는 상호보완적인 관계를 유지하면서 통합적으로 이루어져야 한다.

2. 수업의 형태

수학 영재를 위한 수업에서 생각해 볼 수 있는 수업의 형태에 대해서는 여러 가지 유형이 있으나 '콜모그로프 물리-수학 영재 학교'의 실례를 중심으로 알아보면, 강의식 수업, 토론식 수업, 실습 수업, 세미나식 수업으로 나누어 생각해 볼 수 있다.

① 강의식 수업

② 토론식 수업
③ 실습 수업
④ 세미나 수업

3. 교사의 역할과 지도법

학생들의 학습에 대한 인지적, 정의적 발달에 가장 커다란 영향을 미치는 요인이 교사라고 볼 때, 수학에 대한 교사들의 관점의 변화가 우선되어야 할 것이다. 아직까지 가치 판단의 기준이 명확하지 않으며 주의 환경에 대한 호기심이 많은 초등 학교 학생들에게 수학을 어떻게 생각하고 어떠한 방법으로 가르치느냐는 교사들의 수학관은 학생들의 수학에 대한 신념과 의지에 미치는 영향이 지대하다. 따라서 수학 교육의 가장 핵심적인 위치에 있는 교사들은 교사 자신의 수학관(절대주의적 수학관)에 대한 반성과 함께 학생들이 올바른 수학관을 가지도록 해야 한다. 예로부터 수학은 시대의 변화에 따라 연구의 대상을 바꾸어 왔으며 재창조의 과정을 거치면서 새로운 내용 창출하여 오늘에 이른 것이다. 이것은 수학은 정적이고 외적이며 절대적인 지식체가 아닌 유동성을 지닌 학문임을 알 수 있다. 따라서 교사는 학생들에게 그들 스스로의 힘으로 재발명의 과정을 거치면서 수학적 지식을 터득해 갈 수 있도록 격려 해 주어야 한다. 수학을 '안다(knowing)'는 것은 수학을 '하는 것(dowing)'이라고 볼 때, 수학은 어떠한 활동을 통해 정보를 모으고, 분석하는 속에서 새로운 발견과 창조가 이루어지는 것이다. 따라서 교사의 역할은 지식의 전달자가 아닌 새로운 지식을 구성할 수 있도록 도와주는 역할에 충실해야 할 것이다.

특히 수학적 재능이 우수한 학생들을 지도하는 교사는 수학, 교육학, 심리학 … 등에서 일정 수준 이상의 능력을 보유해야 하며, 다음과 같은 역할을 촉진할 수 있어야 한다(재인용:이군현, 1988).

① 학생들로 하여금 자기의 사고 과정에 대하여 다른 학생과 의견을 상호 교환하게 한다. ② 모든 학생들이 응답한 것에 대하여 수용적인 태도를 취한다. ③ 학생들에게 자기 손으로 직접 문제를 풀어보도록 격려한다. ④ 학생들이 주의를 집중할 수 잇는 분위기를 조성한다. ⑤ 독자적인 판단과 사고를 강조하는 자율적인 분위기를 제공함으로써 개인의 창의성이 적극 장려될 수 있도록 한다. ⑥ 새로운 지도를 장려한다.

Ⅲ. 프로그램의 운영의 실제

1. 프로그램 운영 모델

영재 프로그램에서도 학생들의 수준에 따라 다양하다. 수학 학습 능력이 우수한 학생들을 위한 프로그램의 운영 방법은 크게 2가지를 생각해 볼 수 있다. 하나는 가속성에 비중을 둔 속진 프로그램을 제공하는 방법이고 다른 하나는 풍부성에 비중을 둔 심화 학습 프로그램을 제공하는 방법이 있다. 우리 나라에서도 월반 제도, 조기 졸업 등 속진 프로그램의 운용을 허용하고 있으나 초등 학교의 경우 아직까지는 그에 따르는 제도적 보완 장치가 미흡하다. 따라서 여기서는 개별 또는 집단별로 정규 학습 내용의 이해력이 풍부한 학생을 대상으로 한 심화 학습 프로그램 운영에 대해서만 언급하려고 한다. 심화 학습의 기회 제공을 위한 실현 가능성이 상대적으로 높은 방안을 크게 4가지로 나누어 생각해 보면 다음과 같다.

1) 일반 학급에서 정규 수업을 받으면서 수학적 능력이 우수한 학생들에게 개별 또는 집단별로 심화 학습 프로그램을 제공받는 방법이다.

2) 능력별 집단지도 방법을 생각해 볼 수 있다.

3) 특별한 프로그램을 적용한 지도 방안을 생각할 수 있다.

4) 특별 상설 학급 편승을 통한 지도 방법도 생각해 볼 수 있다.

위에 언급한 방법 이외에도 집단 또는 개별적으로 우수한 학생들을 지도할 여러 가지 방안이 있을 것이다. 효과적인 지도 방법상의 문제뿐만 아니라 이에 못지않게 성공적인 지도를 위해서는 그들에게 어떤 프로그램을 제공하느냐에 달려있다.

2. 프로그램 내용 모델

어떠한 방법으로 영재 프로그램을 수행하더라도 수학 내용을 선택할 때 교사는 가속화(acceleration)와 풍부성(enrichment)의 딜레마에 부딪치게 된다. 즉 당해 학년의 교과 수준을 충분히 이해한 학생에게 다음 학년 내용을 학습하도록 허용할 것인가? 하는 문제와 당해 학년 수준에서 추가적인 내용을 심화 학습하도록 허용하는 문제에 부딪치게 된다. 수학 영재에게 좀더 생산적인 프로그램을 제공하기 위해서는 가속화와 풍부성이 혼합되어야 하며, 가속화보다는 풍부성. 즉 심화학습에 더 비중을 두어야 할 것이다. 그 이유는 만일 수학 영재 지도에 있어서 가속화에 비중을 높일 경우 학생들은 활동적인 탐구를 통한 문제 해결력이나 중요한 계산 기능을 개발하는 가치있는 수학적인 경험이 소홀해질 위험성이 있기 때문이다. Renzulli(1986)가 권고하는 심화학습에 초점을 둔 초등학교 영재 프로그램 을 계획하는 데 도움이 되는 풍부화 모델은 ① 흥미를 이끌기 위한 일반적인 탐구 활동 ② 집단 훈련 활동 ③ 실제적인 문제에 관한 개별 또

는 소그룹별 연구 활동의 세 가지로 제시하고 있다. 이들 활동을 간략히 요약하면 다음과 같다.

1) 일반적인 탐구 활동
2) 훈련 활동
3) 개인 및 그룹별 연구활동

Ⅳ. 수학 영재 지도를 위한 자료 개발

1. 자료 개발을 위한 기본 관점

영재 지도를 위한 자료를 개발은 학생의 개인차를 고려해야 하기 때문에 개개에

적합한 자료를 개발·제공한다는 것은 매우 어렵다.

수학적 재능이 우수한 학생 지도를 위한 자료를 개발하는 데 있어서는 다음의 몇 가지 사항에 관심을 가져야 할 것이다.

(1) 성취 목표를 분명히 설정해야 한다. 즉, 학생들에게 어떤 능력을 신장시킬 것인가? 하는 목표를 분명히 설정해야 하며 발문도 분명해야 한다.

(2) 학생의 능력을 고려해야 한다. 즉, 성공적인 경험, 도전 의욕을 자극할 수 있도록 학생의 학습 수준에 근거한 문제를 제시해야 한다. 문제 해결에 대한 좌절과 희열을 맛보게 해야 한다.

(3) 추상적인 사고를 요구하는 문제뿐만 아니라 구체물이나 실제 상황과 접해 봄으로써 수학적 관계나 구조를 발견할 수 있는 과제도 중요하다.

(4) 개별 과제뿐만 아니라 소집단별로 해결할 수 있는 공통 project도 중요하다. 상호 의사 소통의 기회의 확대는 자신의 사고에 대한 반성과 공동체 의식의 신장시킬 수 있다.

(5) 단시간에 해결하는 문제뿐만 아니라 장시간에 걸쳐서 해결하는 과제도 필요하다. 장시간에 걸쳐서 문제를 해결해 봄으로써 문제 해결에 대한 집착력을 신장시킬 뿐만 아니라 다양한 해결 방법을 구상함으로써 수학적 지식을 수평적으로 풍부하게 늘일 수 있다.

(6) 단답형 문제보다는 다답형(open-search problem)문제의 비중을 높인다.

(7) 풀이 방법이 다양한 문제의 비중을 높인다. 해답에 이르는 길은 여러 가지가 있음을 인식함으로써 발산적이고 창의적인 사고를 도울 수 있다.

(8) 호기심을 느끼는 재미있는 소재를 활용한다. 경험 및 실생활과 관련이 있거나

일상 생활에서 필요한 교양을 활용함으로써 수학에 대한 위력과 가치를 높일 수 있다.

(9) 독립적인 내용보다는 수학의 구조나 연결성 및 타 교과와의 연계성도 고려해야 한다.

2. 자료 개발의 실제

수학적 재능이 우수한 학생들을 지도하기 위한 선발하는 기준 설정과 방법에 대한 자료도 중요하지만 무엇보다 그들에게 어떠한 자료를 공급해 주느냐가 가장 중요한 문제의 하나로 등장하고 있다. 현장의 필요성에 근거하여 어떠한 자료가 유용한가에 대한 질적인 보장을 뒷받침할 수 있는 자료에 대한 연구가 우선적인 문제가 아닌가 생각한다. 본고에서는 ① 수학적 재능이 우수한 학생들을 위한 자료와 교육과정 내의 수학 학습 내용을 어떻게 재구성할 것인가? ② 수학적 재능이 우수한 학생들을 위한 자료와 순수 수학의 내용을 어떻게 관련지울 것인가? ③ 수학 교육의 목표에 비추어 어떠한 성격의 문제를 제공할 것인가? 에 기본적인 관점을 두고 자료 구성에서 고려할 사항과 선행 연구된 문제의 실례를 제시해 보고자 한다.

학교 수학의 궁극적인 목표는 학생들에게 문제해결 능력을 기르는 것이다. 그런데 문제해결 능력은 문제를 직접 풀어보는 활동 속에서 발달하는 것이다. 그러기 위해서 교사는 창조적이고 상상력을 풍부한 학생들에게 질적으로 우수한 자료(문제)를 제공해야 합니다. 훌륭한 자료를 제공한다는 것은 매우 어렵습니다. 교사 개인이 독창적인 문제를 개발·활용한다는 것은 여러 가지 여건상 부담스러우며 한계가 있습니다. 따라서 현실적으로 교사가 할 수 있는 것은 교과서를 중심으로 보편적으로 가르치고 있는 내용과 관련하여 보다 심화시킨 문제, 전문 서적이나 국내외의 각종 참고 도서 및 각종 수학경시대회 문제, …등 기성의 문제를 모방과 변형을 통해 교사의 입장에서 재구성한 자료의 공급만 가능할 뿐입니다.

1) 문제 구성에서 고려해야 할 사항

① 좋은 문제는 그것을 풀고 싶어지도록 충분히 흥미롭고 도전 의욕을 자극할 수 있어야 합니다. 예컨대 일상의 생활 경험과 관련되거나 호기심을 자극할 수 있는 퍼즐 문제 등은 어린이들의 동기를 부여할 수 있을 것입니다.

② 좋은 문제는 해결하는 방법이 단편적인 것이 아닌 다양한 방법으로 해결할 수 있어야 합니다.

③ 좋은 문제는 다른 문제와 관련시킬 수 있거나 확장시킬 수 있어야 합니다. 즉 해결한 문제는 유사한 접근 방법이 요구되는 과거에 해결했던 문제를 회상

할 수 있거나 새로운 문제를 해결하는 가치있는 경험을 제공할 수 있어야 합니다. 문제를 해결하는 기술은 문제를 해결하는 경험을 많이 쌓을 수록 증가됩니다.

④ 좋은 문제는 학생들의 능력에 맞아야 합니다.

⑤ 좋은 문제는 학문적인 그리고 실용적인 가치를 지녀야 합니다. 즉 수학의 실제 활용과 순수 수학의 이론 발달에 대한 방향이 제시되어야 합니다.

2) 문제의 실례

흔히 '가르치면서 배운다.'는 말이 있다. 우선 교사가 여러 가지 유형의 문제를 접해 봄으로써 교실에서의 신선한 통찰력과 아이디어를 가져올 수 있을 것이다. 문제해결력을 기르기 위해서 문제의 이해에서부터 해결 계획의 수립, 실행, 검증의 단계에 이르기까지 동등한 위치에서 그 중요성이 보장되어야 한다. 그 중에서도 특히 수학적 재능이 우수한 학생들에게는 문제 해결의 일반적인 전략보다는 해결 계획 수립 단계에서의 특수한 전략에 많은 비중을 둘 필요가 있다고 생각한다. 따라서 본고에서는 Lenchner.G(1983)가 학생들에게 문제 해결력을 길러 주기 위해 미국의 초·중학교 교사 및 당국의 검토를 거쳐 현직 교사들을 위해 쓴 책(Creative Problem Solving in School Mathematics)에서 제시한 특수 전략에 따른 문제와 러시아, 중국, 일본, 캐나다, 한국수학교육학회 등에서 실시한 '수학 경시 대회' 문제를 소개함으로써 일선 교사들에게 자료 제작에 조금이나마 참고가 되었으면 한다.

1. 문제 해결 특수 전략에 따른 문제의 유형(Lenchner.G)

1) Drawing a Picture or Diagram (그림을 그려서 푸는 문제)

① 소년 체전에 8개의 농구 팀이 출전하였다. 토너멘트식으로 경기를 하여 우승자를 가리려고 한다. 우승팀은 최소한 몇 번의 경기를 가져야 하는가?

2) Finding a Pattern (규칙성을 이용하여 푸는 문제)

① 계산을 하지 말고 다음의 식에서 ■ 안에 들어 갈 수를 찾아라.

$9 \times 12 + 3 = 111$

$9 \times 123 + 4 = 1111$

$9 \times 1234 + 5 = 11111$

......

$9 \times 12345678 + 9 = ■$

3) Making an Organized List
(세목을 만들어 푸는 문제)

① $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$의 3장의 숫자 카드를 이용하여 만들 수 있는 세 자리의 수는 모두 몇 가지인가? (단 한 수를 만들 때, 숫자 카드를 한 번만 사용할 수 있음)

4) Making a Table (표를 만들어 푸는 문제)

① 태근이네 집에는 소와 닭을 합쳐서 모두 18마리가 있다. 이들의 다리의 수는 모두 50개이다. 소와 닭은 각각 몇 마리인가?

닭의 수	1	2	3	4	5	…	?
소의 수	17	16	15	14	13		?
다리의 합	70	68	66	64	62		50

5) Solving a Simpler Problem (문제를 단순화하여 푸는 문제)

① 종수네 아파트 단지에는 모두 150가구가 산다. 각 아파트 별로 1호부터 150호까지 번호를 붙이려고 한다. 숫자 '3'이 한 번이라도 쓰인 집은 몇 가구인가?

6) Trial and Error(시행착오를 겪으면서 푸는 문제)

① '4'를 4번 사용하여 만든 식을 계산한 답이 1이 되는 식을 만들어라.

7) Experimenting(실험해 보고 푸는 문제)

①

3	4	5	7
6	5	1	8

1~8까지 숫자가 쓰인 종이가 있다.

숫자 '8'이 제일 위에 놓이도록 점선을 따라 접어 보아라.

8) Acting out the Problem(실행하여 보고 푸는 문제)

① 두 마리의 오리 앞에 한 마리의 오리가 있고, 한 마리의 오리가 두 마리의 오리 뒤에 있으며, 또 한 마리의 오리가 두 마리의 오리 사이에 있을 때, 이 조건을 만족하는 최소한의 오리 수는 몇 마리인가?

9) Working Backwards(거꾸로 생각하여 푸는 문제)

① 영수는 순이와 철수에게 그들이 가지고 있는 만큼의 돈을 주었고, 다시 순이가 영수와 철수에게 그들이 가지고 있는 만큼의 돈을 주었으며, 다시 철수가 영수와 순이에게 그들이 가지고 있는 만큼의 돈을 주었더니 세 사람이 가진 돈은 각각 240원씩이었다. 처음에 이들이 가지고 있던 돈은 각각 얼마였을까?.

10) Writing an Equation(식을 세워서 푸는 문제)

① 사과 2개의 무게는 바나나 한 개와

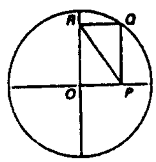
버찌 한 개의 무게의 합과 같다. 또 바나나 한 개의 무게는 버찌 9개의 무게와 같다. 사과 한 개의 무게는 버찌 몇 개의 무게와 같은가?

11) Using Deduction (연역적인 방법을 이용해서 푸는 문제)

① 사과 2개와 배 3개의 값은 830원이다. 같은 사과 3개와 배 2개의 값은 780원이라면, 사과와 배를 각각 한 개씩 사려면 얼마의 돈이 필요한가?

12) Changing Your Point of View (관점을 달리하여 푸는 문제)

① 다음 원은 점 O를 중심으로 하는 반지름이 10cm인 원이다. 사각형 OPQR은 직각사각형이다. 선분 PR의 길이는 얼마인가?



2. **모스크바 대학 주최 수학 경시대회 문제 및 예상문제**

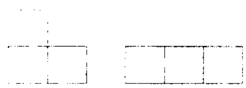
① 다음 그림과 같이 가로, 세로로 각각 4개씩의 '+', '−' 기호가 쓰여있는 정사각형 모양의 종이가 있다. 종이에 표시된 기호는 다음과 같은 규칙에 따라 바꿀 수 있다. [조건] 임의의 행 또는 열에 있는 모든 기호를 한꺼번에 반대 기호로 바꿀 수 있다. 몇 번의 조작을 거치면 모든 기호가 '+'로 바뀌겠는가?

(가)	(나)	(다)
+ − − +	+ + + −	− + + −
+ + + +	+ + + +	+ + + +
− − + +	− − + +	+ + + +
+ + + +	+ + + +	− + + −

② 영수와 인호는 [1], [2], [3], [4], [5], [6]의 6개의 수와 ⊕, ⊖의 부호를 가지고 놀이를 하였다. 놀이 방법은 다음 그림과 같이 수 앞에 ⊕, ⊖부호를 임의로 놓은 후, 그를 계산한 답이 짝수가 나오면 인호가 이기고, 홀수가 나오면 영수가 이긴다. 이 놀이에서 인수가 이길 수 있을까?

[그림: [1] ⊕ [2] ⊖ [3] ⊕ [4] ⊕ [5] ⊖ [6] = 3]

③ 8×8인 정사각형 모양의 장기판을 다음과 같은 형태의 그림으로 완전히 덮을 수 있을까?



④ 48명의 대장장이가 60마리의 말에 발굽을 박으려고 한다. 말 한 마리에 말굽을 박는 데 5분이 걸린다면, 말 전체에게 말굽을 박는 데 걸리는 시간은 얼마인가?
(단 말은 두 발을 동시에 들고 있을 수는 없음)

⑤ 열차표에는 일련 번호가 기재되어 있다. 기재된 번호 사이에 사칙 연산 기호를 써 넣어서 계산한 답이 10이 되면 행운의 표라고 한다. 다음 열차표는 행운의 표인가?

N123456

3. **1995년 中國 화랑경배 대회 수학 경시 문제**

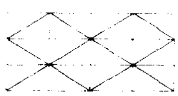
① 어느 반에서 50원짜리 공책을 사 와서 남학생들에게만 나누어주면 한 사람이 15권씩 가지게 되고, 여학생에게만 나누어 주면 한 사람이 10권씩 가지게 된다. 이 학급 전체에게 골고루 나누어준다면 한 학생에게 주면 한 사람이 가지게 되는 공책 값은 얼마인가?

② 자연수 1부터 거듭제곱한 수를 차례대로 14916253649……식으로 배열할 때 제 612번째자리의 수는 얼마인가?

③ 모양이 똑같은 나무 막대가 한 더미 있는데 각 나무 막대를 5등분하여 각 부분을 붉은 색, 노란색, 파란색 중 한 가지씩 골라 색칠한다면 색칠한 모양이 서로 다른 나무 막대는 몇 가지인가?

④ 다음 그림과 같이 네 모서리 A, B, C, D에 구멍이 있는 직사각형 모양의 당구대(알치기판)가 있다. 공이 A지점에서 굴러가기 시작하여 화살표와 같이 직사각형의 변에 부딪쳐 다시 튕겨나오면서 구멍에 들어가기까지 계속 구른다. 예를 들어 AB = 4, AD = 3일 때, 공은 마지막으로 구멍 B에 떨어진다. 만약 AB = 1995, AD = 1994라면 알은 어느 구멍에 떨어지겠는가? 또 변 BC에는 몇 번이나 부딪치게 되겠는가?

D C



A B

⑤ 1, 2, 3,,⋯, 1995의 1995개의 수 가운데 다음의 조건을 만족하는 수 a를 찾아라.

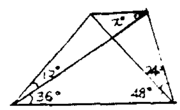
조건 : $(1995 \times a) \div (1995 + a) = k^2$

4. 일본 每日新聞社 주최 제 4회 수학 올림피아드 문제

① 1g, 4g짜리 추가 각 한 개씩, 그리고 천칭이 한 대있다. 이것으로는 다음의 4종류의 무게는 달 수 있지만 2g짜리의 무게는 달 수 없다. 저울 추를 2개 더 주문해서 가장 큰 무게까지 1g단위로 모든 무게(1g, 2g, 3g,⋯)를 달려면 몇 g짜리 추와 몇 g짜리 추를 주문해야 하는가?

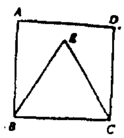
② 81을 어떤 자연수로 나누면, 소수 부분에 '1995'라는 숫자가 나온다. 이러한 자연수 중에서 가장 작은 수는 어느 것인가?

③ 다음 도형에서 각 x의 크기는 몇 도인가? 어떻게 구하였는지 그 과정도 설명하여라



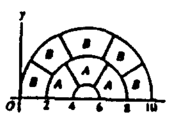
4. 캐나다 수학 경시대회 문제 및 예상문제

① 사각형 ABCD는 정사각형이고, 삼각형 EBC는 정삼각형이다. 각 BED의 크기는 얼마인가?



② 세 자리의 수 2A4와 329의 합은 5B3이다. 5B3이 3으로 나누어서 나머지 없이 나누어질 때, A의 최소값은 얼마인가?

③ 다음 그림에 표시된 A는 A끼리 서로 넓이가 같고, B는 B끼리 서로 넓이가 같다. A:B의 넓이의 비를 구하여라.



④ 다음 식에서 p, q는 양수이다. $p/q = 1 + 1/2 - 2/3 + 1/4 + 1/5 - 2/6 + 1/7 + 1/8 - 2/9 + \cdots\cdots + 1/478 + 1/479 - 2/480$에서 p는 641로 나누어짐을 밝혀라.

⑤ 오른쪽에 있는 도형을 회전하였을 때, 얻어질 수 있는 그림은 어느 것인가?

5. 한국수학교육학회·대교문화재단이 공동 주최한 제 1회 국제수학 경시대회 초등학교 문제 (1996.6.20)

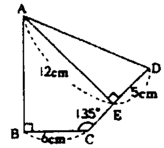
① 용구는 볼펜, 색연필, 싸인펜, 형광펜 값을 각각 알아보려고 한다. 이들 학용품

은 두 종류가 한 개씩 한 통에 들어 있는데 각 통의 가격을 알아보니 모두 달랐다. 각 통에는 250원, 290원, 320원, 340원, 360원, 370원, 370원, 390원, 410원, 430원, 480원의 가격표가 붙어 있었다. 각각 낱개의 값은 연필은 색연필보다 30원 싸고, 싸인펜은 볼펜보다 비싸며 형광펜은 싸인펜보다 비싸다고 한다. 각 학용품의 값을 알아보아라.

2. A, B, C 세 사람이 P지점에서 3km 떨어진 Q지점으로 가려고 한다. 이 세 사람은 각각 시속 3km로 걸을 수 있다. P지점에는 자전거가 2대 있고, 이 자전거를 이용하면 시속 15km로 달릴 수 있고, 각 자전거는 한 사람만이 탈 수 있다고 한다.
이 세 사람이 모두 가능한 빨리 Q지점에 도착하려면 어떻게 하면 좋은가?

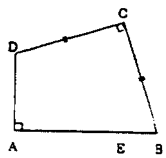
3. 홀수개의 돌들이 일직선 위에 1m간격으로 놓여 있다. 이 돌들을 가장 가운데 있는 돌의 위치에 모두 모으려고 한다. 오른쪽 끝에 있는 돌부터 시작하여 차례로 한 번에 한 개씩만 옮길 수 있다. 한 사람이 이와 같은 방법으로 가운데 있는 돌을 제외한 나머지 돌을 가운데로 모으는데 300m를 걸었다면, 돌은 모두 몇 개 놓여 있었는가?

4. 다음 사각형 ABCD에서 선분 BC의 길이는 6cm, 각 ABC는 직각이고, 각 BCD는 135°이다. 또 꼭지점 A에서 변 CD에 그은 수선 AE의 길이는 12cm, 선분 ED의 길이가 5cm일 때, 사각형 ABCD의 넓이를 구하여라.



5. 가로가 11cm, 세로가 181cm의 직사각형을 가능한 한 가장 작은 수의 정사각형으로만 분할하면, 몇 개로 분할할 수 있는가? 또, 그 방법을 설명하여라. (정사각형의 크기는 같지 않아도 좋다.) (그림으로도 가능)

6. 다음 사각형 ABCD에서 각 DAB와 각 DCB직각이고, 변 CD와 변 BC의 길이는 서로 같다. 꼭지점 C에서 변 AB에 그은 수선 CE의 길이가 1cm일 때, 사각형 ABCD의 넓이를 구하여라.



Ⅵ. 맺는 말

영재교육을 하는데 있어서 중요한 것은 영재교육 프로그램의 내용과 방법이 각 개인의 능력과 소질을 계발해 줄 수 있도록 계획하는 일이다. 학습자 개개인의 소질과 능력에 알맞은 학습 내용과 방법을 교육적으로 배려해 주어야 할 것이다. 그러나 학생들은 학습 성향이나 태도 및 능력 등에 있어서 개개인이 독특한 범주를 형성하고 있기 때문에 엄격한 의미에서의 개별화 자료를 제작·공급하기란 매우 어려운 일이며 어쩌면 불가능할 수도 있다. 다만 현재의 교육적 여건 안에서 수학적 재능이 우수한 학생들을 위한 교육에 체계적이고 효율적으로 운영되기 위해서는 다음의 몇 가지 사항에 대한 고려가 있어야 할 것으로 생각된다.

첫째, 수학 학습에 대한 교사들의 인식의 변화와 함께 지도법의 개선이 이루어져야 할 것이다. 학생들의 수학 학습에서 가장 커다란 영향을 미치는 사람이 교사는 사실은 모두가 공감하고 있으며 그에 따른 교사의 책임 또한 막중하다. 교사가 갖고 있는 수학관이나 학습을 수행하는 과정에서의 역할은 인지 구조가 미분화의 상태에 있는 초등학교 학생들에게는 매우 커다란 영향을 미친다. 모든 수학적 지식은 수학자라는 인간에 의해 창조되고 재구성된 역사적·사회적인 산물이다. 따라서 수학적 지식은 외적이고 정적이며 절대적인 권위를 지닌 지식체가 아닌 새로운 방향에서 탐구를 통해 얼마든지 새로운 이론이 정립될 가능성이 있는 유동성을 지닌 학문임을 교사뿐만 아니라 학생들도 인식할 수 있도록 해야 할 것이다. 그럼으로 해서 학생들의 탐구 의욕은 강화될 것이며 나아가 새로운 탐구의 대상으로 수학을 연구하게 될 것이다.

또한 수업에서 교사의 역할을 바르게 인식해야 할 것이다. 수학적 재능이 우수한 학생들은 교사 이상의 다양하고 풍부한 사고력의 소유자일 수 있다는 사실을 간과해서는 안될 것이며, 교사는 학습의 지도자나 안내자 또는 지식의 전달자가 아닌 학습의 동반자의 역할, 학습의 보조자 및 촉진자로서의 역할에 좀 더 비중을 두어야 할 것이다.

둘째, 다양한 형태의 수업에 대한 연구와 적용이 이루어져야 할 것이다. 수학적 재능이 우수한 학생들을 위해서 뿐만 아니라 모든 학생들의 자기 학습력을 자극하여 스스로 수학적 지식을 터득할 수 있도록 하기 위해서는 고전적인 수업의 한 형태인 교사 중심의 수업에서 학생 중심의 수업으로 전환되어야 할 것이다. 즉 강의식 수업, 토론식 수업, 실험식 수업, 세미나식 수업, …등 학습 소재나 환경에 따라 다양한 형태의 수업이 융통성을 갖고 운영되어야 할 것이다.

또한 전통적인 수업의 한 형태인 강의식 수업에서도 우선 교사는 자신의 사고 수준과 학생들의 사고 수준은 차이가 있음을 전제하고 그들에게 앞으로 학습할 문제를 제시하고, 그 문제의 내용과 관련한 새로운 수학적 방법에 대한 고찰이 이루어진 후 공동으로 문제를 해결해 가는 형태의 수업이 이루어져야 할 것이다.

셋째, 새로운 자료의 개발과 보급에 보다 세심한 배려가 있어야 할 것이다. 수학적 재능이 우수한 학생들의 지적 욕구를 충족시켜 주기 위해서는 단순히 정규 교과에서 다루는 내용만으로는 부족하다. 그들의 고차적인 사고력을 자극하기 위해서는 교육과정에서 다루는 내용에 대한 심화·발전적인 내용뿐만 아니라 교육 과정 내용 범위 이상의 비정형적인 문제를 다룰 수 있도록 해야 할 것이며, 수학사에 관한 내용, 타학문의 발달에 끼치는 수학의 영향 및 실생활에서의 수학의 쓰임과 그 유용성과 가치 등에 관한 내용도 다루어져야 할 것이다. 또 학습의 도구로써 지필, 분필뿐만 아니라 다양한 조작 자료, 컴퓨터, 계산기 등 교육 공학의 활용에 대한 이해와 지원이 적극 모색되어야 한다. 이러한 자료의 개발과 활용을 위해서는 현재의 학교 환경에서는 관심있는 어느 한 교사의 힘만으로는 한계가 있다. 따라서 적어도 단위 학교 차원 이상의 교육 행정기관의 지원과 전문 연구 기관의 지원이 필요하며, 또 국내 자료의 수집 분석과 함께 외국의 풍부한 자료와 정보를 수집하여 이를 우리의 실정에 적합하도록 재구성하는 노력이 뒷받침되어야 할 것이다.

수학적 재능이 우수한 학생들을 위한 계획적인 연구와 자료가 부족한 우리의 현실에서는 교사 자신이 새로운 문제를 창안하여 공급하기에 시·공간적인 제약으로 인하여 매우 어려운 실정이다. 따라서 현실 여건을 고려할 때 최선의 방법은 아니지만 차선의 방법을 택한다면 수학적 재능이 우수한 학생들을 위한 선행 연구물인 외국의 자료 및 국내외에서 실시한 수학경시대회의 문제를 하나의 정보로 생각하고 이들 문제를 번안·변형하여 활용하는 방법을 생각할 수 있을 것이다.

Ⅶ. 참 고 문 헌

박성익.(1996), 영재지도 교수-학습법, *수학영재는 어떻게 지도할 것인가?*, 초등학교 수학 교사 일반 연수 교재, 서울특별시 교원 연수원.

이재신.(1996), 영재의 판별, 어떻게 할 것인가?, *영재교육:판별과 그 실제*,1996년 한국영재학회 춘계학술 세미나 및 워크샵.

이군현.(1988), 영재교육학,서울:박영사.

조석희.(1996), 일반학교에서의 영재교육 방법:속진과 심화, *영재교육:판별과 그 실제*, 1996년 한국영재학회 춘계학술 세미나 및 워크샵.

황일.(1992). 수학 영재 교육 방안에 대한 소고. *조의환 박사 회갑 기념 논문.* 서울:성지문화사.

王永會.(1994). *小學數學奧林匹克訓練問題,* 北京師範大學出版社.

Canadian Mathematics Competition.(1993). *Problems, Problems, Problems,* volume 1-6 Waterloo Mathematics Foundation University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada N2L 3G1.

Feldhusen,J.F.(1992), *Identification og gifted and talented youth.* In M. C.Wang, M.C.

Fox,L.H.(1976), Identification and progran planning:Models and methods, In D.P.Keating(ed.).
Intellectual talent:Reseach and development. Boltimore,Md.: The Jhons Hopkins University Press.

House,P.A.(1987),*Providing Oppertunities for the Mathematically.*Gifted, K-12. NCTM.

Lenchner.G.(1983), Some Problem Solving Strategies, *Creative Problem Soliving in School Mathematics*, Houghton Miffin Company, Boston, Massachusetts 02108.

Lester,F.K.(1990), New Directions for Mathematics Assessment, American Association for the Advancement of Science 1333HStreet, NW,Wasington, DC20005.

Rogers,S.K.(1986), *Review of Reseach on the Education of Intellectually and Academically Talented Students.* St.Paule:Minnesota Department of Education.

Renzulli,J.S.(1986), The enrichment triad/revolving door model:A School plan for the development of creative productivity. In J.Renzulli(Ed.) *Systems and models for developing program for the gifted talented,*Conneticut, Creative Learning Press, Inc.