

1. 서론

연직방향 유속분포를 갖는 난류전단 흐름내로 방류된 오염원이 흐름단면에 대하여 충분히 혼합된 이후에는 흐름의 전단효과(shear effect)에 의한 종확산(longitudinal dispersion)이 오염원의 거동에 관한 지배적인 현상이 된다. 따라서 오염원 유입지점으로부터 충분히 먼 거리에 위치한 하류지점에서의 오염원 농도가 관심의 대상인 경우에는 난류 이송확산 방정식의 단면평균으로부터 얻어지는 1차원 종확산 방정식에 의한 해석이 적합하다 할 수 있다. 그러나 오염원이 흐름단면에 대하여 충분히 혼합되기 이전의 초기과정은 난류 이송확산 방정식에 의한 해석을 필요로 한다. 난류전단 흐름에서의 정상 오염원 확산에 관해서는 반해석적(semi-analytic) 방법 또는 수치모형에 의한 여러 연구(McNulty와 Wood, 1984; Nokes 등, 1984; Jun과 Lee, 1994)가 수행되어 왔다. 정상 오염원에 대한 확산해석은 매시각 일정률로 연속적으로 방류되는 오염원의 경우에만 적용할 수 있는 반면, 일반적인 오염원의 형태는 유한시간에 걸쳐 방류되며 또한 방류량의 크기가 시간에 따라 일정하지 않은 비정상 오염원이다. 따라서, 비정상 오염원에 대한 확산해석은 공학적으로도 매우 중요한 문제인 반면, 비정상 이송확산 방정식이 갖는 복합적인 특성으로 인해 정상 오염원의 경우에 비하여 난해하며, 이에 관한 연구는 거의 찾아볼 수 없다.

본 연구에서는 난류전단 흐름에서의 비정상 선오염원의 확산에 관한 수치모형을 개발하고, 또한 개발된 모형을 난류전단 흐름내로 순간적으로 방류된 오염원의 확산 문제에 적용하여 종확산 거동을 분석하고자 한다. 광폭수로내 난류전단 흐름에 대해서 Elder(1959)에 의하여 유도된 종확산상수값은 오염원이 연직방향으로 완전혼합됨을 전제로 한다. 이러한 가정하에 1차원 종확산 모형으로부터 구한 종방향 농도분포를 비정상 이송확산 모형으로부터 구한 농도값들의 단면평균에 의하여 산정된 종방향 농도분포와 비교함으로써 종확산 모형의 개선방향을 모색하고자 한다.

2. 수학적 모형

광폭수로에서의, 즉 폭방향으로 균일한 난류전단 흐름에서의 비정상 선오염원 확산에 관한 이송확산 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \epsilon_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad (1)$$

여기서  $C(x,z,t)$ 는 농도,  $u(z)$ 는 유속,  $\epsilon_z(z)$ 는 연직방향 난류확산계수이며,  $x$ 와  $z$ 는 각각 흐름방향 및 연직방향 공간좌표를,  $t$ 는 시간좌표를 나타낸다.

지배방정식 (1)을 무차원화하기 위하여 다음과 같은 무차원 변수들을 도입한다.

$$z' = \frac{z}{d}, x' = \frac{x}{d}, t' = \frac{t}{d/u_*}, u' = \frac{u}{u_*}, \epsilon' = \frac{\epsilon}{u_* d}, C' = \frac{C}{C_{ref}} \quad (2-7)$$

1) 성균관대학교 공과대학 토목공학과 조교수

여기서  $d$ 는 수심,  $u_w$ 는 마찰속도이며  $C_{ref}$ 는 기준 농도값이다. 이상에 정의된 무차원 변수들을 사용하여 식 (1)을 다시 쓰면

$$\frac{\partial C'}{\partial t'} + u' \frac{\partial C'}{\partial x'} = \frac{\partial}{\partial z'} (\epsilon_z' \frac{\partial C'}{\partial z'}) \quad (8)$$

대수 유속분포를 가정하면 난류확산계수의 연직분포는 포물선형이 되며, 이들에 관한 무차원식은 각각 다음과 같다.

$$u' = \sqrt{\frac{8}{f}} + \frac{1}{x} (1 + \ln z'), \quad \epsilon_z' = \kappa z' (1 - z') \quad (9-10)$$

여기서  $\kappa$ 는 von Karman 상수이며,  $f$ 는 마찰계수이다.

바닥 및 수면에서의 경계조건은 no-flux 경계조건으로서 각각 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial C'}{\partial z'} (x', 0, t') = 0, \quad \frac{\partial C'}{\partial z'} (x', 1, t') = 0 \quad (11-12)$$

흐름방향의 상류단 경계조건은 일정농도 또는 영의 농도경사로서 주어질 수 있으며, 또한 초기조건으로서  $x$ - $z$  평면상의 전 영역에서의 초기농도가 주어져야 한다.

### 3. 계산모형

지배방정식 (8)은 (이하에서는 편의상 무차원 변수를 나타내는 기호 '은 생략하기로 한다.)  $z$  방향에 대해서는 포물선형의(parabolic),  $x$  방향에 대해서는 쌍곡선형의(hyperbolic) 편미분방정식이 된다. 이들 두가지 형태의 방정식은 각각이 갖는 물리적, 수학적 성질이 다르고 따라서 그에 따른 적합한 수치해법 또한 상이하다. 특히 쌍곡선형 방정식은 그 수치해법으로서 일반적인 Eulerian 기법들을 사용할 경우, 수치분산이나 수치진동 현상을 수반하게 되므로(Noye, 1987) 정확성 있는 수치기법의 적용이 요구된다. 이러한 점을 감안하여 본 연구에서는 지배방정식을 종방향 이송 및 연직방향 확산에 관한 방정식인 다음식 (13a)와 (13b)로 각각 분리하고, 이들 각각을 반시간간격에 대하여 번갈아 계산하는 단계분리 유한차분기법을 사용하였다.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + 2u \frac{\partial C}{\partial x} = 0, \quad n\Delta t \leq t \leq (n + \frac{1}{2})\Delta t \quad (13a)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} (2\epsilon_z \frac{\partial C}{\partial z}), \quad (n + \frac{1}{2})\Delta t \leq t \leq (n+1)\Delta t \quad (13b)$$

시간준위  $n$ 에서의 기지 농도값들로부터 시간준위  $(n+1)$ 에서의 농도값들을 계산하는데 있어서, 처음 반시간간격에 대해서는  $x$  방향 이송만이 일어나는 것으로 가정하고 식 (13a)를 풀어  $\Delta t/2$  시간 후의, 즉 시간준위  $(n+1/2)$ 에서의 농도값을 계산한다. 이를 기지값으로 하고 다음 반시간간격에 대해서는  $z$  방향 확산만이 일어나는 것으로 하여 식 (13b)로부터 계산된 결과가 시간준위  $(n+1)$ 에서의 농도값이 된다. 단, 이들 과정에서 종방향 이송 및 연직방향 확산의 강도를 각각 실제의 두배로 함으로써, 결국 전체 시간간격에 대해서는 실제와 같은 이송 및 확산이 일어나도록 하는 결과가 된다. 수학적으로는 식 (13a)와 (13b)의 합이 결국 지배방정식 (8)과 일치하게 됨을 알 수 있다.

본 연구에서는 종방향 이송방정식 (13a)에 대해서는 Eulerian-Lagrangian 방법의 일종인 Holly-Preissmann 기법(Holly와 Preissmann, 1977; 田庚秀와 李吉成, 1994)을, 연직방향 확산방정식 (13b)에 대해서는 Crank-Nicholson 기법을 각각 사용하였다. 각 방법에 대한 상세한 설명은 전경수(1996)에 기술되어 있다.

#### 4. 모형의 검증

개발된 계산모형을 공간적으로 균일한 흐름(plug flow) 조건에서의, 즉 유속과 난류확산계수가 일정한 경우에 대한 정상 오염원의 이송확산 문제에 적용하여 검증을 이미 수행한 바 있다(Jun, 1995). 여기서는 대수 유속분포와 포물형 난류확산계수 분포를 갖는 난류전단 흐름에서 중간수심 위치에 주어진 정상 수평 선오염원의 이송확산에 관한 모의를 수행하여 그 결과를 Nokes 등(1984)의 해와 비교하였다.

Nokes 등(1984)은 대수 유속분포와 포물형 난류확산계수 분포를 갖는 난류전단 흐름에서의 정상 오염원 확산에 관한 지배방정식에 변수분리법을 적용하여 변환된 Sturm-Liouville 고유치 문제(eigenvalue problem)에 대하여 멱급수 형태의 고유치와 고유함수를 산정함으로써 정상 오염원 확산에 관한 반해석적(semi-analytic) 해를 도출한 바 있다. Nokes 등(1984)의 해의 형태 및 그 유도과정에 관한 기술은 매우 복잡하고 장황하므로 여기서는 생략하기로 한다.

계산모형의 초기조건으로는 전 영역에 대하여 C 및 Cx값이 영으로 주어지며, 종방향 상류단에서의 경계조건은 Cx에 대해서는 영으로, C에 대해서는 다음과 같이 주어진다.

$$C_{0,j}^n = c_0 = \frac{\sqrt{8/f}}{u_j \Delta z} \quad (j = \frac{0.5}{\Delta z}) \quad \text{for all } n \quad (14a)$$

$$= 0 \quad (j = \text{elsewhere}) \quad \text{for all } n \quad (14b)$$

여기서  $c_0$ 는 연직방향으로 완전히 혼합되었을 때의 농도값으로 정규화된 무차원 초기농도이다(Jun과 Lee, 1994). Fig. 1은  $f = 0.04$ ,  $\Delta t = 0.01$ ,  $\Delta z = 0.01$ ,  $\Delta x = 1.0$ 으로 하여 수행된 계산결과와 Nokes 등(1984)의 해와의 비교 결과를 나타내는 것으로서, 서로 잘 일치함을 알 수 있다.

#### 5. 모형의 적용 및 분석

개발된 계산모형을 사용하여 난류전단 흐름내로 순간적으로 방류된 면오염원(plane source)의 확산을 모의하였다. 방류되는 오염원의 강도(source strength), 즉 단위면적당 오염원의 질량을  $m$ 이라 하면 C에 대한 초기조건은 다음과 같다.

$$C_{i,j}^0 = \frac{m}{\Delta x} \quad (i = 0) \quad \text{for all } j \quad (15a)$$

$$= 0 \quad (i = \text{elsewhere}) \quad \text{for all } j \quad (15b)$$

Cx에 대한 초기조건으로는 전 영역에 대하여 영의 값을 부여하였다. 오염원의 방류위치( $x = 0$ )를 상류단 경계로 할 경우 C 및 농도경사 Cx에 대한 상류단 경계조건을 부여하기 곤란하므로, 상류단 경계지점을  $x = -5$ 로 취하여 C 및 Cx의 값을 항상 영으로 하는 경계조건을 부여하였다.

비정상 이송확산 방정식 (1)을 단면평균하면, 즉 수심에 대하여 적분하면 다음식을 얻는다.

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + U \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} = - \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}' C') \quad (16)$$

여기서  $\bar{C}(x,t)$ 는 단면평균 농도이며,  $u'$ 과  $C'$ 은 유속 및 농도값의 단면평균치로부터의 편차로서 각각 다음과 같다.

$$u' = u - U, \quad C' = C - \bar{C} \quad (17-18)$$

식 (16)의 우변은 전단효과에 의한 종확산항으로서, 오염원이 단면전체로 잘 혼합된 초기과정 이후에는 종확산 flux를 다음식 (19)와 같이 단면평균 농도의 종방향 경사와의 비례관계로 나타낼

수 있다.

$$\overline{u'C'} = -D \frac{\partial \overline{C}}{\partial x} \quad (19)$$

이를 이용하여 식 (16)을 다시쓰면 1차원 종확산 방정식인 다음식 (20)을 얻는다.

$$\frac{\partial \overline{C}}{\partial t} + U \frac{\partial \overline{C}}{\partial x} = D \frac{\partial^2 \overline{C}}{\partial x^2} \quad (20)$$

비례상수 D는 종확산계수로서 2차원 난류전단 흐름에 대하여 Elder(1959)는 다음과 같이 종확산계수를 유도하였다.

$$D = 5.86u_d \quad (21)$$

식 (21)의 유도과정은 매우 장황하므로 생략하였으나 다음과 같은 가정을 필요로 한다.

$$\frac{\partial \overline{C}}{\partial t}, \frac{\partial C'}{\partial t}, u' \frac{\partial C'}{\partial x} \ll u' \frac{\partial \overline{C}}{\partial x} \quad (22)$$

이와같은 가정은 결국  $\overline{C}$ 의 값이  $C'$ 의 절대치보다 상당히 큰 경우를, 즉 단면내 각 지점농도값의 단면평균 농도로부터의 편차가 매우 작음을 가정하는 것으로서 결국 오염원이 전체단면에 대하여 잘 혼합되었음을 의미한다. 따라서, 오염원이 흐름단면에 대하여 완전혼합되기 이전의 과정에 대해서는 식 (19) 및 (22)와 같은 가정이 만족되지 않는다.

식 (2)-(7)에서 정의된 무차원 변수들을 사용하여 식 (20)을 무차원화하면 다음식 (23)을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \overline{C}}{\partial t} + \sqrt{\frac{8}{f}} \frac{\partial \overline{C}}{\partial x} = k \frac{\partial^2 \overline{C}}{\partial x^2} \quad (23)$$

여기서 k는  $u_d$ 로 무차원화된 종확산 계수로서 종확산 상수(dispersion constant)라 한다. 순간적으로 방류된 면오염원의 경우에 대한 식 (23)의 해석해, 즉 종방향 농도분포는 Gaussian 분포함수로서 분산( $\sigma^2$ )이 시간에 따라 다음식과 같이 선형적으로 변화하게 된다.

$$\frac{d\sigma^2}{dt} = 2k \quad (24)$$

비정상 2차원 모형의 결과로부터 종방향 각 지점에서의 수심평균 농도를 계산하여 그 분포에 대한 분산을 매 시간준위마다 계산하였으며, 이로부터 식 (24)에 따른 종확산 상수의 값을 산정하였다. Fig. 2는 마찰계수  $f = 0.04$ 의 경우에 대한 분산의 시간변화로서, 시간에 대하여 선형적으로 변화하는 경향이 잘 나타나고 있다. 그러나 이로부터 추정된 종확산 상수의 값은  $f = 0.01, 0.02, 0.04$  및  $0.08$ 의 경우에 대하여 각각 5.32, 5.22, 5.16 및 5.12로 산정되었다. 이 값들은 모두 Elder(1959)가 유도한 5.86보다 작는데, 이는 Elder(1959)의 값을 사용하는 1차원 종확산 모형이 종확산을 과대평가함을 의미하며, 그 과대평가 정도는 마찰계수가 증가할수록 커지는 것으로 나타났다. Fig. 3은 2차원 모형으로부터 구한 수심평균 농도의 종방향 분포와 Elder(1959)의 1차원 모형 및 이후 기술된 바와 같이 개선된 상수값을 사용한 1차원 모형에 따른 농도분포를 나타내고 있다. Elder(1959)의 상수값을 사용한 1차원 모형의 결과가 최대 농도를 과소평가하고, 분산은 과대평가함으로써 종확산을 과대평가하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 4는  $f = 0.04$ 의 경우 시각  $t = 20.0$  및  $100.0$ 에서 수심평균 농도값이 최대인 지점  $x_p$ 와  $x_p + \sigma, x_p - \sigma, x_p + 2\sigma$  및  $x_p - 2\sigma$  등 5개 지점에서의 농도의 연직분포를 나타내고 있다. 각 지점에서의 농도값들은 모두 해당지점에서의 수심평균 농도값으로 무차원화된 값들이다. 우선 시간이 경과할수록 연직 방향으로 더욱 잘 혼합됨을 알 수 있다. 또한 지점  $x_p$ , 즉 종방향 분포형의 중심부에서

는 연직방향으로 거의 균일하게 혼합된 상태를 보이고 있으나,  $x_p$ 에서 멀어질수록 연직방향 농도 변화가 커짐을 알 수 있다. Elder(1959)의 종확산 상수 5.86은 연직방향으로 완전히 혼합된 상태를 가정하여 유도된 것이므로 연직 방향에 따른 농도차가 클수록 종확산을 과대평가하게 된다. 따라서 연직 방향으로 충분한 혼합을 이루기 전의 초기과정에 대해서는 본 연구에서 개발된 2차원 모형을 이용하여 산정된 종확산 상수의 값을 사용함으로써 1차원 종확산 모형을 개선할 수 있다. Fig. 2는 이에 관한 예시로서 개선된 상수값을 사용할 경우, 최대농도의 과소추정의 정도가 매우 작아지는 종확산의 과대추정 정도가 훨씬 경감되는 결과를 보임을 알 수 있다.

## 6. 결론

난류전단 흐름에서의 비정상 선오염원 확산에 관한 수치모형을 개발하고, 이를 난류전단 흐름 내로 순간적으로 방류된 면오염원의 확산문제에 적용함으로써 난류전단 흐름에서의 종확산에 관한 분석을 수행하였다. 순간적으로 방류된 오염원이 연직방향으로 완전히 혼합된 상태에 이르기 전의 과정에 대한 종확산 상수의 값을 추정된 결과, 완전한 연직방향 혼합을 가정하여 산정된 Elder(1959)의 5.86보다 작은 값을 갖는 것으로 나타났다. 종확산 상수의 값은 마찰계수가 증가할수록 작아지는데, 이는 마찰계수가 클수록 Elder(1959)의 상수값을 사용한 1차원 종확산 모형이 혼합 정도를 더욱 과대평가함을 의미한다. 본 연구에서 추정된 종확산 상수의 값을 사용한 1차원 종확산 모형이 Elder(1959)의 상수값을 사용한 경우보다 난류전단 흐름에서의 종확산을 더욱 근사하게 모의함을 확인하였다.

## 7. 참고문헌

- 전경수 (1996). "난류전단 흐름에서의 비정상 오염원 확산." *KOSEF 951-1201-019-1*, 한국과학재단.
- 田庚秀, 李吉成 (1994). "종확산 방정식에 대한 Eulerian-Lagrangian 연산자 분리방법." *大韓土木學會論文集*, 제 14권, 제 1호, pp. 131-141.
- Elder, J.W. (1959). "The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow." *J. Fluid Mech.*, Vol. 5, pp. 544-560.
- Holly, F.M. and Preissmann, A. (1977). "Accurate calculation of transport in two dimensions." *J. Hyd. Div.*, ASCE, Vol. 103, No. 11, pp. 1259-1277.
- Jun, K.S. and Lee, K.S. (1994). "Dispersion of a horizontal line source in turbulent shear flow." *Proc. 9th Congress of APD-IAHR*, Vol. 3, pp. 465-472.
- Jun, K.S. (1995). "Dispersion of unsteady line source in turbulent shear flow." *Proc. of the First Int. Conference on Water Resources Engineering*, ASCE, Vol. 1, pp. 61-65.
- McNulty, A.J. and Wood, I.R. (1984). "A new approach to predicting the dispersion of a continuous pollutant source." *J. Hyd. Res.*, Vol. 22, No. 1, pp. 147-159.
- Nokes, R.I., McNulty, A.J. and Wood, I.R. (1984). "Turbulent dispersion from a steady two-dimensional horizontal source." *J. Fluid Mech.*, Vol. 149, pp. 23-34.
- Noye, J. (1987). "Numerical methods for solving the transport equation." *Numerical Modelling: Applications to Marine Systems*, ed. J. Noye, Elsevier, Amsterdam, pp. 195-229

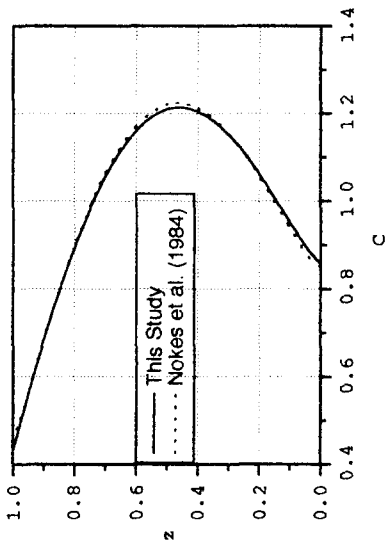


Fig. 1. Dispersion of a Steady Line Source in Turbulent Shear Flow

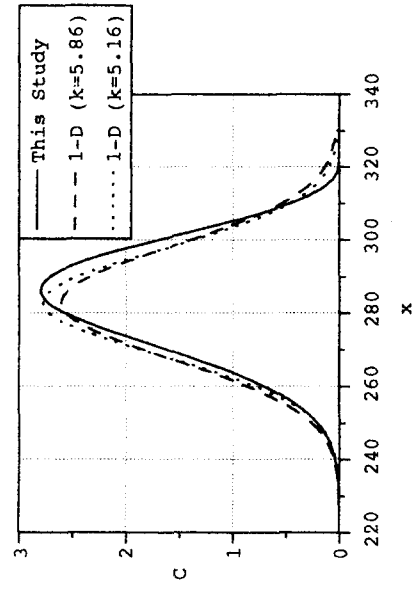


Fig. 3. Comparison with 1-D Analytic Solutions

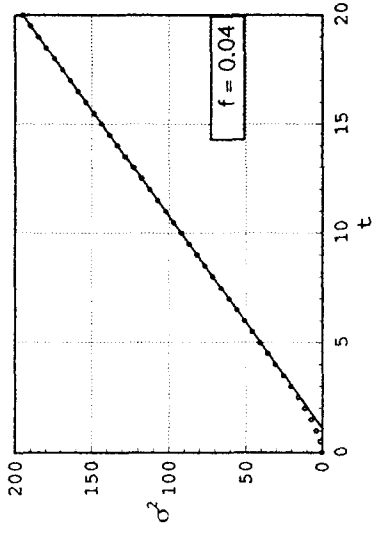


Fig. 2. Variance of the Longitudinal Concentration Distribution

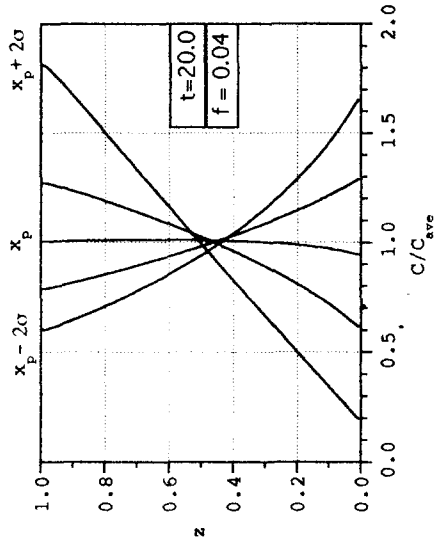


Fig. 4. Vertical Concentration Distributions