

비정수압 ASM 난류모델을 이용한 2차원 表層密度流의 수치해석에 관한 연구

윤 종성*, 최 한기**, 허 재영***

1. 서론

발전시설등으로 부터 해수로 유입되는 온수방류와 해수로 유입되는 하천수의 흐름으로 대표되는 表層密度流는 자유전단류의 특성인 전단효과와 부력에 의한 성층안정효과가 공존하는 흐름장으로서, 상·하에는 수표면과 밀도경계면의 두개의 자유경계가 있는 특징이 있다. 해역과 같이 넓은 수계에 하천수나 온수방류와 같은 가벼운 유체가 표층으로 유입한 경우, 주위수와의 수평혼합과 수평방향의 압력구배에 의해 유입수는 횡단방향으로 확산되며, 밀도성층의 부력안정효과에 의해 下層에서 上層으로의 연직수송은 억제된다. 따라서 밀도성층에 의한 연직방향혼합이 억제되기 때문에 수평방향의 확산이 보다 증대된다. 표층밀도류의 수평 및 연직방향 혼합현상은 복잡한 난류구조에 의해 생성되는 관계로 이러한 난류수송구조를 밝히기 위한 수리실험 및 수치실험에 관한 연구가 다수 진행되었다.

表層密度流에 관한 수치모델을 작성할 경우, 고려해야 할 중요한 문제는 ①성층상태에서 난류수송을 어떻게 평가할 것인가 ②수표면을 어떻게 취급할 것인가 하는 큰 두가지 문제로 귀착된다. 난류수송에 관해서는 최근 고전적인 와동점성과 혼합거리의 개념으로 부터 벗어나서 $k-\varepsilon$ 모델과 代數應力 모델(ASM)으로 대표되는 고차난류모델이 널리 사용되고 있다. $k-\varepsilon$ 모델은 난류의 비등방성을 정확히 해석할 수 없는 결점있다. 수표면의 처리 방법에 대해서는 일반적으로 Rigid-frictionless-lid 근사조건과 수표면 직접산정조건이 이용되고 있다. 유량의 연속조건과 수표면의 운동학적인 조건으로 부터 수위변동량을 직접산정하는 모델은 연직방향의 운동방정식이 정수압 가정을 통하여 해석되므로 2차원적인 흐름의 구조가 완전하게 재현된다고는 볼수없다. 특히 연직방향으로 방류되는 밀도분류의 유동이나 내부도수(internal hydraulic jump)등 흐름의 연직방향의 거동을 보다 정밀하게 해석할 필요가 있는 유동의 내부구조를 동역학적으로 규명하기 위해서는 수평방향의 운동방정식과 근사되지 않은 완전한 연직방향 운동방정식에 의해 유체의 운동을 해석해야 할 필요가 있다. 비정수압 모델에 의한 압력의 계산법에는 ① 압력방정식(Poisson Equation)에 의한 해법, ② SIMPLE(Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation)법이 있다.

* 인제대학교 토목공학과 전임강사

** 부산전문대학 토목과 부교수

*** 대전대학교 토목공학과 조교수

전자는 타원형의 Poisson방정식을 직접 푸는 관계로 경계조건이 취급이 엄격하고 계산의 불안정이 생기기 쉽다는 결점이 있다. 그에 반해 후자는 경계조건이 취급이 용이하고 계산의 안정성이 뛰어나다고 알려져 있다. 尹鍾星등(1995)은 후자의 방법에 의한 수치실험을 통해 취송밀도류의 난류혼합기구 및 밀도계면의 운동에 대해 밝혔다.

따라서, 본 연구에서는 수표면의 처리에 대해서는 연직방향의 운동방정식을 직접해석하는 Rigid-frictionless-lid 근사방법을 채택하였으며, 수치해법은 Patankar(1980)가 제안한 SIMPLE방법을 사용하였다. 난류수송에 대해서는 代數應力(ASM)모델을 사용하여 프로그램을 작성한 뒤 모델의 타당성을 검토하기 위하여 中辻啓二(1984)의 실험치와 비교를 하였으며, 2차원 表層密度流의 중요한 흐름 특성에 대하여 고찰하였다.

2. 2차원 表層密度流의 기초방정식

2.1 평균유동장

본 연구에서의 좌표계는 상류단부의 저면에 원점을 취하고 유하방향을 X축, 연직 상방향을 Z축으로 한다(Fig.1 참고). 表層放流密度流의 기초방정식의 정식화에 있어서 다음과 같은 가정을 도입한다. 즉, 유체는 비압축성이고, 밀도는 보존물질의 농도에 비례한다. 또한, Boussinesq의 근사가 성립하므로 밀도변화의 영향은 압력항에서만 고려하고, 유체에 작용하는 체적력은 중력뿐이며, Coriolis힘은 무시한다.

2차원 表層放流密度流의 흐름을 지배하는 기초방정식은 앞의 가정과 더불어 연속방정식, 수평 및 연직방향 운동방정식, 부력의 확산방정식으로 구성된다.

2.2 난류변동장

기초방정식을 풀기 위해서는 레이놀즈 응력 $-\overline{u_i u_j}$ 와 난류 부력 플럭스 $-\overline{u_i b}$ 를 결정할 필요가 있다. k-ε 모델은 난류의 국소등방성의 가정으로 부터 출발하는 모델이므로, 난류의 비등방성을 고려할 수 없다는 결점이 있다. 따라서 난류제량을 정확히 평가하기 위해서는 레이놀즈응력 모델에 의하여 $-\overline{u_i u_j}$, $-\overline{u_i b}$, 및 $-\overline{b^2}$ 의 輸送方程式을 직접 해석해야 하지만, 레이놀즈응력 모델에 의해 난류제량의 수송방정식을 해석할 경우 방정식의 수가 많게 되어 계산이 쉽지않을 뿐 만아니라 많은 연산시간을 필요로 한다.

Ljuboja · Rodi(1980)는 레이놀즈응력 모델의 기본적인 특성을 유지한채 방정식계를 대수적 표현으로 간략화한 代數應力모델(ASM)을 제안하고 있다. 代數應力모델(ASM)의 기본적인 개념은 $-\overline{u_i u_j}$ 의 輸送方程式의 비정상항, 이류항 및 확산항을 k의 輸送方程式에 대응하는 항으로 근사하는 방법이다.

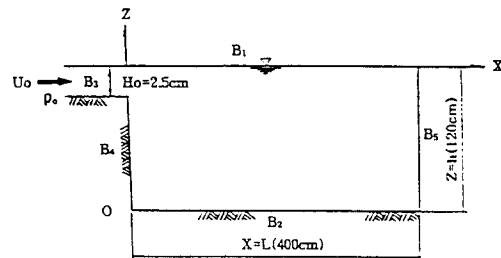


Fig. 1. Calculation Area and Boundaries.

이 결과 레이놀즈응력 모델은 대수적 표현으로 간략화 되어 모든 난류의 제약을 난류 에너지 k 와 점성소산율 ε 의 輸送方程式을 푸는 것으로 산정 가능한 것이 代數應力모델의 장점이다. 난류에너지 k 와 점성소산율 ε 의 輸送方程式에 관련된 제방정식은 최한기등(1996)의 연구와 동일하며, 여기서는 지면 관계상 생략한다.

k - ε 모델에서는 k 및 ε 의 擴散이 渦動粘性係數 ν_t 그 自體에 比例하도록 작성되지만, k 와 ε 의 輸送方程式중의 확산항에 관한 모델 상수 σ_k , σ_ε 의 값은 성층효과 및 自由水表面(혹은 壁面)으로 접근함에 따라 영향을 받기때문에 代數應力모델(ASM)에서는 $\frac{\overline{w^2 k}}{\varepsilon}$ 에 比例하도록 σ_k , σ_ε 의 값은 다음 식과 같은 函數로서 補正한다.

$$\sigma_k = \frac{\omega}{C_k}, \quad \sigma_\varepsilon = \frac{\omega}{C_\varepsilon} \quad (1)$$

여기서,

$$\omega = \frac{1 - C_2 + \frac{3}{2} C_2 C_2' f_w - (C_{2b} - 1) \frac{(1 - C_3)}{C_{1b}} \alpha \beta}{C_1 + \frac{3}{2} C_1' f_w - \frac{(1 - C_3)}{C_{1b}} \beta}$$

자유수표면의 존재는 연직방향의 난류변동을 감쇠시키므로써 난류의 길이 스케일도 감소시켜 연직방향의 운동량과 부력의 수송을 억제하는 효과를 초래한다. Celik and Rodi(1984)는 Gibson · Launder(1978)가 제안한 압력-변형 상관항에 있어서의 벽면수정 모델을 확장하여, 벽면감쇠함수 f_w 를 자유수표면에 확장한 자유수표면 감쇠함수 f_s 를 다음과 같이 제안하였다.

$$f_s = \frac{k^{3/2}}{C_w \varepsilon} \cdot \frac{1}{z_n + 0.04 \frac{k_s^{3/2}}{\varepsilon_s}} \quad (2)$$

여기서, k_s 와 ε_s 는 각각 자유수표면에서의 k 와 ε 의 값이며 z_n 은 자유수표면으로부터 연직방향으로 측정된 거리이다. 식(2)은 자유수표면으로부터 멀어질수록 보정효과가 감소한다는 것을 나타내고, σ_i 는 국소적인 성층안정도를 나타내는 경사형 Richardson수의 함수로서 표현되는 식(3)을 사용한다.

$$\sigma_i = \frac{\omega}{\alpha} \quad (3)$$

본 모델에서 사용되는 각 상수의 값은 Rodi(1980)의 연구와 동일하다.

3. 수치해석

3.1 수치해석 방법

비정수압모델에 의해 기초방정식을 해석할 경우 문제가 되는 것은 압력의 계산이다. 압력항을 처리하기 위해서 Patankar등(1980)이 개발한 SIMPLE 알고리즘을 이용했다.

일반형의 이산화 방정식과 압력보정식에 관한 이산화 방정식을 풀기 위해서 Thomas

알고리즘(TDMA)을 이용하고, 이류항과 확산항을 차분할 때는 Hybrid법을 이용하였으며, 시간에 관해서는 음해법을 사용했다. TDMA에 의해서 반복계산을 할 경우 지배방정식은 강한 비선형성을 갖고 있으므로 반복계산이 불안정할 가능성이 많으므로 해의 안정성을 도모하기 위해서 부족완화법(Under relaxation method)를 채용했다.

3.2 계산조건

계산영역은 Fig.1과 같으며, 中辻啓二(1984)의 수리실험조건과 동일하게 염수를 가득 채운 길이 400cm, 깊이 120cm의 2차원 수조에 담수를 표층으로 방류하는 수치실험을 실시했다. 表層密度流에서 흐름의 변화는 방류구 부근에서 심하게 변동하고 방류구로 부터 떨어질수록 완만한 흐름의 변화를 나타내므로 이런 흐름의 특성에 따라서 격자망의 간격을 변화시킨 부등격자망을 채택하였다. 격자망은 $\Delta x=6.0\sim 20\text{cm}$, 간격으로 수평(x)방향으로 31절점, $\Delta z=0.5\sim 10\text{cm}$ 간격으로 연직(z)방향으로 25절점으로 분할하였다. 이산화 시간간격으로는 CFL(Courant, Friedrichs and Lewy)안정조건으로 부터 $\Delta t=0.03\text{sec}$ 로 하였다. 또한, 방류구에서의 초기조건은 McGuirk와 Papadimitriou(1986)의 경험식을 사용하였다. 수치실험의 계산조건은 Table 1와 같다.

Table 2. Conditions of numerical calculation.

Case	U_0 (cm/ sec)	H_0 (cm)	ρ_0 (kgf/m ³)	F_{do}
1	10.0	2.5	1003.75	3.3
2	10.0	2.5	1001.14	6.0
3	10.0	2.5	1000.50	9.0

3.2.1 경계조건 및 초기조건

Fig.1과 같이 방류구의 유속 및 수심을 U_0 , H_0 수조의 수심을 h 로 하고 X방향의 하류단($X=L$)에 경계면을 설정하였다. 방류구, 하류단, 수면, 저면 및 벽면에서의 경계조건에 대해서는 저자(1996)의 연구와 동일하며, 여기서는 지면 관계상 생략한다. 초기조건으로서는 정지한 균질유체에 방류구조건에서 주어지는 유체가 정상적으로 유입하는 것으로 가정하였다.

4. 계산결과 및 고찰

4.1 평균유동장

2차원 표층 밀도류의 내부 유동구조의 파악 및 본 모델의 적용성을 검증할 목적으로, 밀도Froude수 ($F_{do} = U_0 / \sqrt{(\Delta\rho_0 / \rho_a)g \cdot H_0}$)가 $F_{do}=3.3$, 6.0 및 9.0인 경우에 대해서 수치실험을 실시하였다. 여기서, U_0 는 방류구 유속, $B_0 = \Delta\rho_0 / \rho_a$, $\Delta\rho = \rho_a - \rho_0$, ρ_a 는 주위수의 밀도, ρ_0 는 방류수의 밀도이다.

Fig.2는 밀도Froude수 $F_{do}=3.3$ 인 경우에 방류구 수심 H_0 로 무차원화한 유하방향의 각

지점 $X/H_o=10$, 40에서의 방류구 유속 U_o 와 방류구의 부력 B_o 로 무차원화한 연직방향의 유속 및 부력분포에 대해 $k-\varepsilon$ 모델과 대수응력(ASM)모델로 수치계산한 결과를 비교한 것이다. 또한 Fig.3은 $Fd_o=6.0$ 인 경우에 대해서 전술한 $Fd_o=3.3$ 인 경우와같은 방법으로 수치계산한 결과를 비교한 것이다. 유하위치 $X/H_o=10$ 은 운동량 탁월영역을 대표하고 있고, $X/H_o=40$ 은 부력의 영향이 탁월한 성층영역을 나타낸다. 수치계산에서 비교 대상이 된 실험치는 中辻(1984)의 실험결과이다.

$k-\varepsilon$ 모델 및 代數應力모델(ASM)에 의한 수치계산의 결과는 밀도Froude수에 따른 경향, 즉 밀도Froude수가 작을수록 밀도차가 크게 되어 연직방향의 퍼짐은 부력의 영향을 받아 억제되고, 따라서 수평방향의 퍼짐이 크게되는 일반적인 경향을 전반적으로 잘 나타내고 있다. 운동량이 탁월한 유하방향 $X/H_o=10$ 은 $k-\varepsilon$ 모델과 代數應力모델(ASM)의 경우 평균유속 및 평균부력에 있어서 각각 실험결과와 잘 일치하고 있으나, 代數應力모델(ASM)의 경우가 $k-\varepsilon$ 모델의 경우 보다 잘 일치하고 있다. 그러나, 부력에 의한 성층효과가 지배적인 하류영역인 $X/H_o=40$ 에서는 $k-\varepsilon$ 모델의 경우 연직방향으로 과대하게 확산되어 실험치와의 일치도가 매우 나빠지고 있다. 특히 이러한 경향은 평균부력의 분포에 현저하게 나타나 있으며, 밀도Froude수가 증가할 수록 더 큰 차이를 나타낸다.

代數應力모델을 이용하여 계산한 평균유속 및 평균부력의 유하방향변화는 $k-\varepsilon$ 모델의 계산결과에 비해 월등히 개선되어 실험치와 잘 일치하고 있다. 代數應力모델에서는 부력에 의한 성층효과가 계산결과에 잘 반영되어, 평균유속과 평균부력분포의 연직방향으로의 확산이 억제되고 있음이 명료하게 나타나 있다. 특히 하류방향으로 진행함에 따라 성층효과가 우세해지면, 부력의 영향이 탁월해지는 관계로 난류의 등방성을 전제로한 $k-\varepsilon$ 모델의 한계성이 명료하게 나타나고 있음을 알수있다. 따라서 2차원 표층밀도류의 동역학적 구조를 총체적으로 파악하기 위한 수치모델로서의 代數應力모델의 타당성이 입증되었다. 그러나 밀도 Froude수가 증가함에 따라 부력 탁월영역에서 수표면 부근에서의 평균유속과 평균부력의 계산치와 실험치의 일치도가 약간 떨어지는 것을 알수 있다. 이에 대한 원인으로서는 응력-변형률항의 모델링에 기인하는 것, 즉 대수방정식을 유도하는 과정에서 도입한 가정에 기인하는 것, 실험에서의 계측의 精度에 기인하는 것등을 생각할 수 있으며, 모델링과정에 기인하는 사항을 추론하기 위해서는 더욱 상세한 고찰이 필요할 것으로 판단된다.

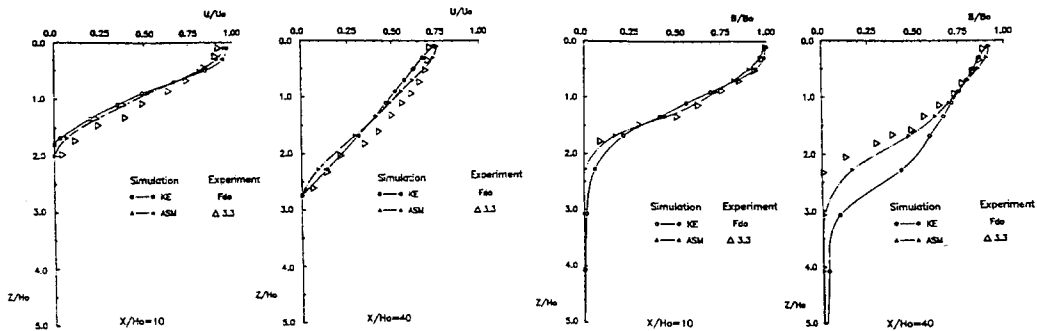


Fig. 2. Longitudinal Variation of Vertical Profiles of U and B ($Fd_o=3.3$)

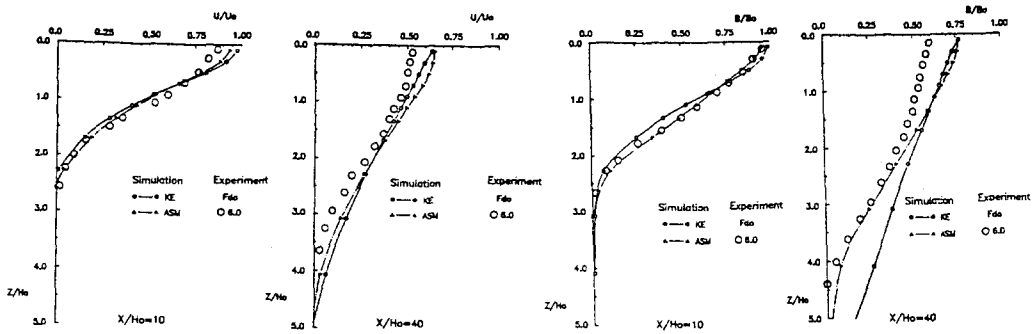


Fig. 3. Longitudinal Variation of Vertical Profiles of U and B ($F_{do}=6.0$)

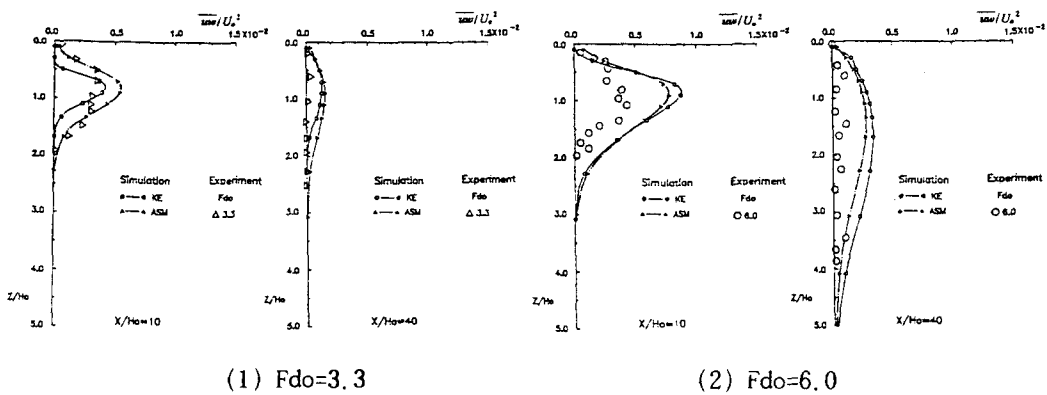


Fig. 4. Longitudinal Variation of Vertical Profiles of Reynolds Stress, \overline{uw}

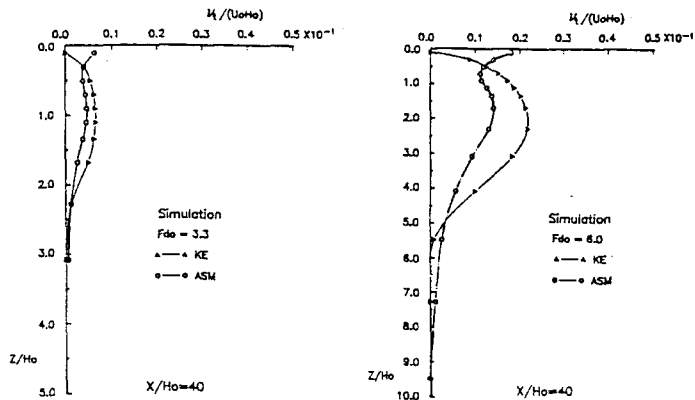


Fig. 5. Vertical Profiles of Eddy Viscosity, ν_t , at $X/H_0=40$

또한 본 연구에서 개발된 비정수압 SIMPLE 알고리즘을 이용한 代數應力모델(ASM)의 수치계산 결과는 정수압 가정에 의한 申辻等(1989)의 수치계산 결과와 비교하여 상당히 개선되었음을 확인하였다. 따라서 본 연구에서 개발된 비정수압 대수응력 난류모델은 본 연구에서 대상으로 하는 表層密度流 뿐만아니라, 최근 온배수 및 하수처리수의 방류방법의 일환으로 연구대상이 되고 있는 연직방향의 운동이 탁월한 鉛直放流 密度噴流의 유동 구조를 파악하는데 적용이 가능할 것으로 생각된다.

4.2 난류변동장

Fig. 4는 각각 밀도Froude수에 따른 k-ε 모델과 代數應力모델(ASM)에 의한 레이놀즈응력 $\overline{u'w'}$ 의 연직분포를 나타낸다. 레이놀즈응력 분포는 두 모델에 의한 수치계산 결과가 수리실험 결과보다 전반적으로 큰 값을 나타내고 있으며, 유하방향으로 진행함에 따라 레이놀즈응력 $\overline{u'w'}$ 의 값은 감소하고 있음을 알 수 있다. 이는 유하방향으로 진행함에 따라 부력의 효과가 탁월해짐으로 인해 성층안정성이 강화되어 연직방향으로의 운동량의 난류수송이 억제되는 것을 의미한다. 본 연구에서 개발된 代數應力모델(ASM)의 계산 결과가 k-ε 모델의 결과 보다 약간 개선되고 있으며, 레이놀즈응력의 수리실험결과에 대한 밀도Froude수에 따른 정성적인 경향은 잘 재현하고 있다. 한편 레이놀즈응력에 대한 수치계산결과가 수리실험치보다 다소 큰 값을 나타내고 있는것은 수리실험치의 정리과정에서 생긴 오차에 기인한것으로 사려되며, 이는 수리실험을 실시한 연구자와의 토의에 의해 확인되었다.

代數應力모델(ASM)과 k-ε 모델과의 비교를 위해 밀도Froude수 $F_{a0} = 6.0$ 의 경우에 $x/H_0=40$ 지점에서의 와동점성계수의 계산결과를 비교한 것을 Fig. 5에 나타내었다. 밀도 Froude수가 클수록 즉, 부력에 비해 관성력이 큰 흐름일수록 ν_t 의 값이 크게 되고, 밀도 Froude수가 클수록 ν_t 의 최대치가 나타나는 깊이가 증가하는 경향을 잘 재현하고 있다.

한편 k-ε 모델에 의한 와동점성계수의 값에 비해 代數應力모델(ASM)에 의한 계산치가 전반적으로 적은 것을 알수 있다. 와동점성계수의 값이 크다는 것은 운동량의 연직방향 수송이 크다는 것을 의미하며, 결과적으로 평균유속의 연직방향으로의 과대 수송을 초래하게 된다. k-ε 모델에서는 와동점성계수의 값이 난류에너지 k와 점성소산율 ε의 두개의 스칼라량에 의해서만 산출되기 때문에 방향성이 전혀 고려되지 않음으로 인해, 이러한 결과를 초래한 것으로 생각된다. 그에 반해 代數應力모델(ASM)에 의한 와동점성계수의 값은 k-ε 모델에 의한 결과보다 전반적으로 작을 뿐만아니라, 밀도Froude수가 감소함에 따라 ν_t 의 값이 0에 접근하는 수심이 작아지고 있음을 알수 있다. 그 결과 연직방향으로의 운동량수송이 억제되므로써 평균유속분포가 k-ε 모델에 의한 결과와 비교하여 상당히 개선되어 수리실험결과에 의한 분포형과 잘 일치하게 된 것으로 생각된다. 즉 본 연구에서 개발된 代數應力모델(ASM)은 레이놀즈응력의 산출을 위해 부력구배항에 의한 성층효과를 고려한 영향이 와동점성계수의 연직분포에 반영되고 있음을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서 얻어진 중요한 결과를 정리하면 다음과 같다.

(1) 代數應力모델(ASM)을 이용하여 계산한 평균유속 및 평균부력의 유하방향변화는 $k-\epsilon$ 모델의 계산결과에 비해 월등히 개선되어 실험치와 매우 잘 일치하고 있음이 확인되어, 代數應力모델(ASM)의 타당성이 입증되었다.

(2) 본 연구에서 개발된 代數應力모델(ASM)에 의한 레이놀즈응력의 계산 결과가 $k-\epsilon$ 모델의 결과 보다 약간 개선되고 있으며, 레이놀즈응력의 수리실험결과에 대한 밀도Froude 수에 따른 정성적인 경향을 잘 재현하였다.

(3) 본 연구에서 개발된 代數應力모델(ASM)은 레이놀즈응력의 산출을 위해 부력구배항에 의한 성층효과를 고려한 영향이 와동점성계수의 연직분포에 반영되고 있음이 명료하게 보여지고 있음을 알 수 있었다.

그러나 본 연구에서 이용된 代數應力모델(ASM)에서는 성층효과에 의해 표층분류 두께가 감소함으로 인해 수표면 부근의 난류 스케일을 감소시키는 결과를 초래하게 된다. 그로인해 밀도 Froude수가 증가함에 따라 부력 탁월영역에서 수표면 부근에서의 평균유속과 평균부력의 계산치와 실험치의 일치도가 약간 떨어지는 결과를 얻었다. 따라서 수표면의 존재에 의한 난류수송의 감소와 성층효과와의 관련성에 대한 물리적 이해와 더불어, 보다 고차원의 난류모델의 개발을 앞으로 연구과제로써 남겨둔다.

참 고 문 헌

- 1) Pantankar, S.V. (1980). Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere Publishing Corporation Press.
- 2) Ljuboja, M. and Rodi, W. (1980). "Calculation of Turbulence Wall Jet with an Algebraic Stress Model," J. Fluid Eng., 102, pp. 350-356.
- 3) Rodi, W. (1980). "Turbulence Models and thier Application in Hydraulics." IAHR, Delft, pp. 14-46.
- 4) 中辻啓二 (1984), "表層密度噴流の混合機構と廣がりに関する基礎的研究.", 博士學位論文, 大阪大學.
- 5) McGuirk, J.J. and Papadimitriou, C. (1986). "A Numerical Study of the Internal Hydraulic Jump." Intl. Symp. on Buoyant Flows, Athene, Greece, pp. 242-255.
- 6) 室田 明・中辻啓二・藤崎 豊 (1989), "亂流モデルの成層せん斷流への適用.", 日本土木學會第33回水理講演會論文集, pp. 583-588.
- 7) 尹 鍾星・中辻啓二・村岡浩爾 (1995), "風應力作用下の成層水域における 밀도계면의舉動および混合特性-水理實驗と數值實驗-.", 日本土木學會水工學論文集, 第39卷, pp. 811-818.
- 8) 최 한기・中辻啓二(1996), "난류모델을 이용한 표층밀도분류의 수치해석", 한국 수자원학회지(인쇄중).