

압전 세라믹 작동기를 이용한 회전 외팔 보의 진동 제어

⁰ 박종석*, 최승복**, 정재천**

Vibration Control of a Rotating Cantilevered Beam Using Piezoceramic Actuators

⁰J. S. Park*, S. B. Choi**, C. C. Cheong**

ABSTRACT

This paper presents active vibration control of a rotating cantilevered beam using piezoceramic actuators. A governing equation of motion is obtained by the Hamilton's principle and expressed in the state space representation. Subsequently, an H_∞ control which is robust to system uncertainties is synthesized through the loop shaping design procedure. Computer simulations for the steady-state vibration control are undertaken in order to demonstrate the effectiveness and robustness of the proposed control methodology.

1. 서론

지난 수 년간 전기 유동 유체(electro-rheological fluid)⁽¹⁾, 형상 기억 합금(shape memory alloy)⁽²⁾, 압전 재료(piezoelectric material)⁽³⁾, 광섬유(optical fiber) 등 다양한 종류의 지능 재료를 이용해서 구조물의 진동을 능동적으로 제어하고자 하는 연구가 수행되어 왔고, 또 이에 부응해서 국내외적으로 괄목할 만한 성과도 있었다. 이중 특히 압전 재료는 구조물에 부착이 용이하고, 광범위한 사용 주파수 영역을 가지는 등의 장점으로 성능 향상을 위해 경량화가 요구되지만 그로 인해 진동 문제가 심각하게 대두되는 항공 우주 산업 분야에서 활발히 연구되고 있다.

인공 위성의 안테나나 헬리콥터 로터 블레이드 등의 회전 구조물에서는 원심력이 일으키는 강성 변화로 인해 진동 특성의 변화가 일어난다. 이와 관련해서 오래전 부터 이러한 특성 변화를 예측하려는 시도를 해 왔다⁽⁴⁾⁻⁽⁶⁾. 특히 최근에는 이러한 이론적인 토대 위에서 지능 재료의 하나인 압전 재료를 감지거나 작동기로 사용하여 회전 중인 외팔 보의 진동 특성 변화를 실험적으로 입증하려는

논문들이 발표되고 있다.⁽⁷⁾⁻⁽⁸⁾

본 연구에서는 인공위성의 안테나나 헬리콥터 로터 블레이드 등의 이상화 모델인 회전 외팔 보에 압전 세라믹 작동기를 직접 부착하여 회전시 연속적으로 구조물에 가해지는 강제 진동을 제어하고자 한다.

우선 편미분 형태의 동적 지배 방정식을 유도하고 수치 해석적 접근 방법을 통해 회전 시 시스템의 동적 특성을 파악한 후, 제어기 설계를 위해 유한 개의 진동 모드만을 고려하여 상태 공간 모델(state space model)을 도출한다. 이를 근거로 외란이나 시스템의 불확실성에도 강건한 H_∞ 제어를 통해 회전 시 발생하는 진동을 제어함으로써 지능 구조물의 실제 시스템으로의 적용 가능성을 보인다.

2. 시스템 모델링

Fig. 1에 본 연구에서 제안한 회전 구조물을 도시하였다. 글라스 에폭시(Glass/Epoxy)로 된 외팔 보의 한쪽 면에는 압전 세라믹 작동기를 다른 한쪽 면에는 스트레인 게이지를 부착해서 각각 진동 제어에 대한 작동기 및 감지기로 사용하였다.

압전 세라믹이 작동기로 사용될 경우, 압전 세라믹에 가해지는 입력 전압은 압전 재료를

* 인하대학교 대학원

** 인하대학교 기계공학과

축 방향으로 수축, 팽창시켜 입력 전압 $V(x,t)$ 에 비례하는 굽힘 모멘트 M 을 발생시킨다.

$$M = c \cdot V(x, t) \quad (1)$$

여기서, c 는 구조물의 물리적, 기하학적 성질에 의해 결정되는 상수이다.

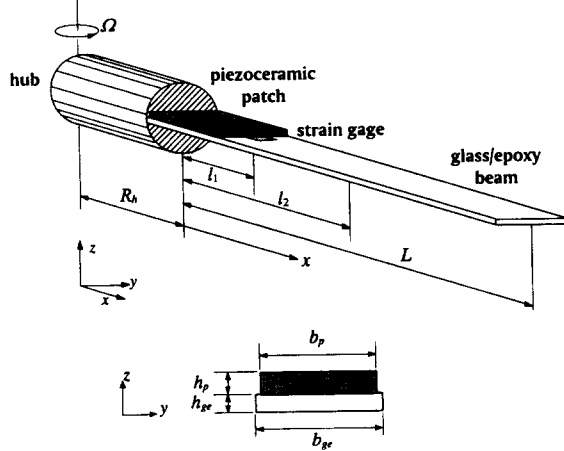


Fig. 1 Configuration of the rotating smart structure

본 연구에서 제안한 외팔 보가 충분히 큰 세장비를 가지고 이와 함께 회전 방향에 대해 수직인 방향으로만 진동이 일어난다는 가정 하에 Euler-Bernoulli 보 이론을 적용하면 다음과 같은 운동 에너지와 변형 에너지를 얻을 수 있다.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^{l_1} m \left[\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right]^2 dx + \frac{1}{2} \int_{l_1}^L m_{ge} \left[\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right]^2 dx \quad (2)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^{l_1} \frac{1}{EI} \left[EI \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} - c \cdot V(t) \right]^2 dx + \frac{1}{2} \int_{l_1}^L \frac{1}{E_{ge} I_{ge}} \left[E_{ge} I_{ge} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right]^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{l_1} G(x,t) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_{l_1}^L G_{ge}(x,t) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \quad (3)$$

$$m = m_{ge} + m_p, \quad EI = E_{ge} I_{ge} + E_p I_p$$

$$G(x) = \int_x^{l_1} m \Omega^2 (R_h + \xi) d\xi \quad \text{for } 0 \leq x < l_1 \quad (4)$$

$$G_{ge}(x) = \int_x^L m_{ge} \Omega^2 (R_h + \xi) d\xi \quad \text{for } 0 \leq x < l_1$$

여기서, m , EI , G 는 각각 압전 세라믹 접착부에서 외팔 보의 단위 길이당 질량 분포, 유효 굽힘 강성, 그리고 회전 시 원심력으로 인해 x 축 방향으로 작용되는 장력을 나타내며, g_e 와 p 첨자는 각각 glass/epoxy와 piezoceramic을 나타낸다.

주어진 운동, 변형 에너지를 Hamilton 법칙에 적용하고, 압전 세라믹 작동기 접착 부분과 그렇지 않은 부분에서 물성치가 다르므로 전체 변위 w 를 각각 $w_{(1)}$, $w_{(2)}$ 로 나누어 생각하면 다음과 같은 지배 방정식과 경계 조건을 얻는다.

$$EI w_{(1)}^{iv}(x,t) + m \Omega^2 (R_h + x) \cdot w_{(1)}'(x,t) - G(x) \cdot w_{(1)}''(x,t) + m \ddot{w}_{(1)}(x,t) = 0 \quad \text{for } 0 \leq x < l_1 \quad (5)$$

$$E_{ge} I_{ge} w_{(2)}^{iv}(x,t) + m_{ge} \Omega^2 (R_h + x) \cdot w_{(2)}'(x,t) - G_{ge}(x) \cdot w_{(2)}''(x,t) + m_{ge} \ddot{w}_{(2)}(x,t) = 0 \quad \text{for } l_1 \leq x \leq L \quad (6)$$

$$w_{(1)}(0,t) = 0$$

$$w_{(1)}'(0,t) = 0$$

$$w_{(1)}(l_1,t) = w_{(2)}(l_1,t)$$

$$w_{(1)}'(l_1,t) = w_{(2)}'(l_1,t)$$

$$EI w_{(1)}''(l_1,t) - c \cdot V(t) = E_{ge} I_{ge} w_{(2)}''(l_1,t) \quad (7)$$

$$EI w_{(1)}'''(l_1,t) = E_{ge} I_{ge} w_{(2)}'''(l_1,t)$$

$$E_{ge} I_{ge} w_{(2)}''(L,t) = 0$$

$$E_{ge} I_{ge} w_{(2)}'''(L,t) = 0$$

제어기 설계 과정에서 편미분 형태의 지배 방정식을 유한 개의 모드로 이루어진 상태 공간 모델로 변환 하기 위해 횡 변위는 다음과 같이 표현 된다.

$$w_{(n)}(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i^{(n)}(x) \cdot q_i(t) \quad n=1, 2 \quad (8)$$

여기서 i 는 진동 모드 수, $q_i(t)$ 는 일반화 좌표 (generalized coordinate)를 의미하고, $\phi(x)$ 는 아래와 같은 회전 외팔 보의 모드 형상 함수를 나타낸다.

$$\phi_j^{(n)}(x) = \sum_{j=1}^m a_{ij}^{(n)} \varphi_j^{(n)}(x) \quad (9)$$

$$\varphi_j^{(n)}(x) = A_j^{(n)} \sin \beta_j^{(n)} x + B_j^{(n)} \cos \beta_j^{(n)} x + C_j^{(n)} \sinh \beta_j^{(n)} x + D_j^{(n)} \cosh \beta_j^{(n)} x \quad (10)$$

식(9)에서 $\varphi_j^{(n)}$ 는 주어진 경계 조건을 만족하는 고정 외팔 보의 모드 형상 함수로 식(10)과 같은 형

로 회전 외팔 보의 형상 함수가 결정된다.

식 (9)에서 주어진 계수 a_{ij} 와 시스템의 공진 주파수를 결정하기 위해 식(5), (6)에 식(8), (9)를 대입하여 더하고, q_i 를 시간에 대한 조화 함수라 가정하면 다음과 같은 행렬형태의 고유치 문제(eigen value problem)가 형성된다.

$$[k]\{a\} = {}^m A [m]\{a\} \quad (11)$$

$[k]$ 와 $[m]$ 은 각각 시스템의 강성, 질량행렬로 여기서 구한 고유치 ${}^m \lambda$ 는 고유 진동수의 제곱이 되고, 고유치 벡터 $\{a\}$ 는 식(9)에서 처럼 회전 외팔 보의 모드형상을 결정하는 계수 벡터가 된다.

위에서 구한 운동, 변형 에너지를 Lagrange 방정식에 대입하고 실험을 통해 얻은 감쇠 항을 첨가하면 다음과 같은 상미분 방정식이 얻어진다.

$$\ddot{q}_i(t) + 2\zeta_i \omega_i \dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i = \frac{M}{I_i} \int_b^l \frac{\partial^2 \phi_i^{(1)}}{\partial x^2} dx \quad (12)$$

$$I_i = \int_b^l m \cdot (\phi_i^{(1)})^2 dx + \int_1^l m_{gs} \cdot (\phi_i^{(2)})^2 dx \quad (13)$$

여기서, ω_i 는 i 번째 모드의 고유 진동수, ζ_i 는 감쇠비, I_i 는 일반화 질량을 나타낸다.

이러한 상미분 방정식으로 부터 제안된 회전 구조물이 낮은 주파수 영역에서 심각하게 진동의 영향을 받는다는 가정 하에 처음 두 주진동 모드만을 고려하여 다음과 같은 상태 공간 모델을 구할 수 있다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B \cdot (V(t) + d(t)) \quad (14)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

여기서,

$$x = [q_1 \quad \dot{q}_1 \quad q_2 \quad \dot{q}_2]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_1^2 & -2\zeta_1\omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_2^2 & -2\zeta_2\omega_2 \end{bmatrix}$$

$$B = -c \cdot \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{I_1} \int_b^l \frac{\partial^2 \phi_1^{(1)}}{\partial x^2} dx & 0 & \frac{1}{I_2} \int_b^l \frac{\partial^2 \phi_2^{(1)}}{\partial x^2} dx \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$C = [\phi_1^{(2)}(l_2) \quad 0 \quad \phi_2^{(2)}(l_2) \quad 0]$$

$$d(t) = \sum_{k=1}^N d_k \sin(k \cdot \Omega t + \theta_k)$$

입력 외란으로 주어진 $d(t)$ 는 회전 시 블레이드가 가해지는 공력 효과(aerodynamic forcing effect)로 시뮬레이션상에서는 위에서 주어진 것처럼 각각 로터의 회전 속도 Ω 의 정수배를 주파수로 하는 조화 함수들의 합으로 가정하였다⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾.

3. 제어기 설계

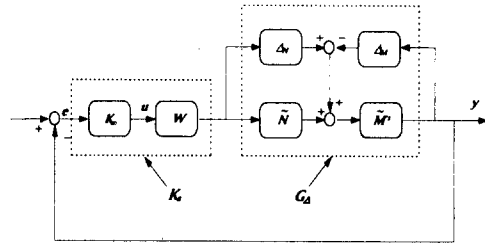


Fig. 2 Block diagram of the H_∞ control system

Fig. 2의 제어 대상 시스템의 블록 선도에서 나타난 바와 같이 제안된 시스템은 작동 조건의 변화 또는 정확한 시스템 동특성 파악의 어려움 등으로 인해 공칭 플랜트와 실제 플랜트 사이에 불확실성 혹은 모델링 오차가 존재한다. 본 연구에서는 이를 normalized coprime factor로 모델링하여 광범위한 섭동(perturbation)을 포함 하도록 하였다⁽¹¹⁾. 또한 가중 함수(weighting function)를 이용하여 시스템으로 하여금 제어하고자 하는 주파수 영역에서는 큰 개루프 이득(open loop gain)을, 그렇지 않은 고주파수 영역에서는 작은 이득을 갖도록 해서 모델링 되지 않은 시스템(unmodeled system)에 대해 안정도 강인성(stability robustness)과 성능 강인성(performance stability)을 보장하는 H_∞ 제어기 법칙의 하나인 루프형상설계기법(Loop Shaping Design Procedure: LSDP)⁽¹²⁾을 도입하였다. 여기서 K_∞ 는 H_∞ 제어기, K 는 최종귀환제어기, G_Δ 는 섭동 플랜트(perturbed plant)를 의미하며 \tilde{N} , \tilde{M} 은 공칭 플랜트 G 의 left coprime factorization, Δ_M 과 Δ_N 은 coprime factor uncertainty를 나타낸다. 여기서 주어진 coprime factor uncertainty의 무한 놈(infinity norm)은 다음과 같이 한정되어진다.

$$\|\Delta_M, \Delta_N\|_\infty < \gamma^{-1} \quad (16)$$

LSDP에서는 Fig. 3에서 제시하는 것처럼 공칭 모델의 개루프 특성이 제어기 설계 목적에 맞도록

가중 함수 W 를 선택한 뒤 제어 대상 플랜트 G 와 조합되어 shaped plant G_s 를 형성한다. 그런 다음 식(17)과 같은 H_∞ -norm을 최소화 하는 알고리즘을 이 플랜트에 적용하여 H_∞ 제어기 K_∞ 를 얻는데 이것은 shaped plant를 안정화 시키고 가중 함수에서 반영된 설계 요건을 만족시키는 역할을 한다.

$$\gamma_{min} = \inf_{K_\infty \text{ stabilizing}} \left\| \begin{pmatrix} K_\infty \\ I \end{pmatrix} (I - G_s K_\infty)^{-1} \tilde{M}^{-1} \right\| \quad (17)$$

여기서 얻어지는 γ_{min} 은 전체 시스템의 안정화 여유(stabilizing margin)로 충분히 작은 값을 가지도록 가중 함수를 선정한다. 만족 할 만큼 작은 γ_{min} 이 얻어지면 제어기 K_∞ 를 설계한 다음 가중 함수 W 와 조합하여 공칭 플랜트에 대한 최종적인 제한 제어기 $K_c = WK_\infty$ 를 얻게 된다.

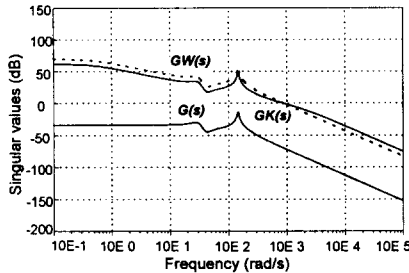


Fig. 3 Open loop singular values -nominal, shaped, and stabilized plants

4. 시뮬레이션 결과

제안된 제어 알고리즘의 컴퓨터 시뮬레이션으로의 적용을 위해 Table 1에서 주어진 물리적 기하학적 특성치를 갖는 회전 지능 구조물을 고려하였다.

Table 1 Properties of the beam and piezoceramic actuators

Glass/Epoxy Beam				
Young's Modulus	Density	Thickness	Width	Length
18.5 GPa	1865 kg/m ³	0.6 mm	24 mm	350 mm
Piezoceramic Patch (Fuji C-9)				
64 GPa	7700 kg/m ³	0.8 mm	23mm	60 mm
Piezoelectric Strain Constant (d ₃₁)			-300×10 ⁻¹² m/V	

제어기 설계를 위해 3 개의 주진동 모드까지의 시스템의 동적 특성의 변화를 회전 속도에 따라

수치 해석적으로 계산하였다. Fig.4 에 도시된 바와 같이 회전 속도가 증가함에 따라 외팔 보의 고유 진동수는 증가한다. Fig. 5 는 각각 회전 속도가 ORPM 일 때와 500RPM 일 때의 회전 외팔 보의 모드 형상으로, 원심력으로 인한 stiffening 효과로 그 형상에 변화가 생기는 것을 보여준다.

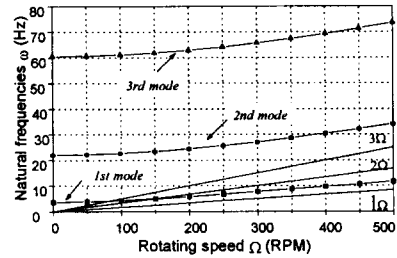


Fig. 4 Natural frequency variation due to rotation

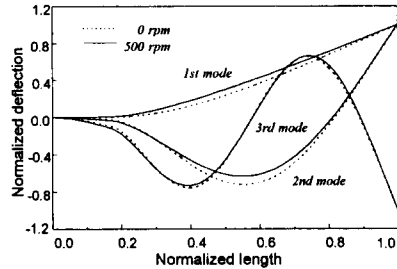


Fig. 5 Mode shape variation due to rotation

진동 제어를 수행 하기 위해 구조물에 가해지는 외란은 앞 절에서 가정된 것 처럼 회전 속도 Ω 의 정수배를 주파수로 하는 3 개 까지의 조화 함수들의 조합으로 가정되었다. 그런데 Fig. 4로부터 약 146 RPM 근방에서 시스템의 1 차 공진 주파수와 외란 중 하나의 주파수(2Ω)가 일치하는 것을 볼 수 있다. 이 경우 시스템에 심각한 진동 문제가 발생되리라 예측할 수 있다. 따라서 제어 대상 플랜트를 회전 속도가 146RPM 일 때로 선정하였다. 이를 바탕으로 각각 H_∞ 제어기와 일반적으로 압전 재료를 이용한 지능 구조물에서 널리 쓰여온 일정진폭제어기(CAC)를 설계하여 시뮬레이션을 수행하고, 그 결과를 Fig. 6 에 나타내었다. 위에서 가정된 외란에 대해 H_∞ 제어기가 기존의 제어기에 비해 우수한 성능을 보이고, 또 제어 입력 에너지 측면에서도 상당히 경제적인 양상을 띄고 있는 것을 볼 수 있다. 이것은 H_∞ 제어기가 가지는 여러 가지 장점 중의 하나로, 다른 기존의 제어기에 비

해 공진점 부근에서의 제진에 필요한 제어 에너지가 작기 때문이다.

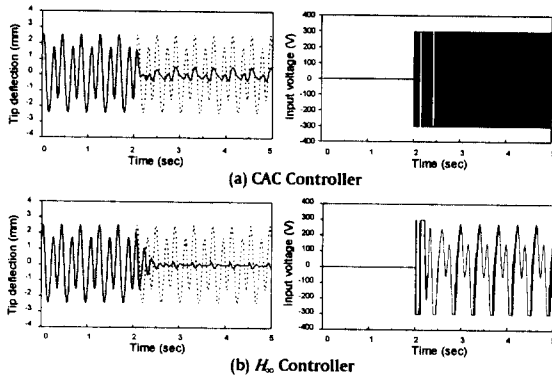


Fig. 6 Control results of nominal plant ($\Omega=146RPM$)

또 H_{∞} 제어기의 시스템 불확실성에 대한 강건성을 보이기 위해 공칭 플랜트를 대상으로 얻어진 제어기를 섭동 플랜트에 적용하여 진동 제어를 수행 하였다. 여기서 섭동 플랜트는 회전 속도가 100 RPM 일 때의 시스템으로 선정 하였고, 외란도 그 회전수에 맞추어서 가정하였다. Fig. 7 에 이 섭동 플랜트에 대한 진동 제어 결과를 나타내었는데 불확실성에 강건한 H_{∞} 제어기의 장점을 잘 보이고 있음을 알 수 있다.

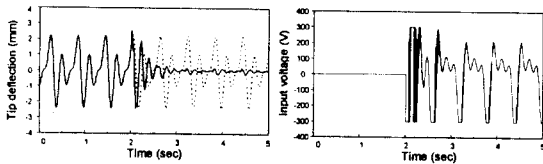


Fig. 7 H_{∞} Control Result of Perturbed Plant

4. 결론

본 연구에서는 굽힘 진동 모드만을 고려한 회전 지능 구조물을 이론적으로 모델링하고 수치해석을 통해 시스템의 동특성을 파악 하였다. 이러한 결과를 바탕으로 H_{∞} 제어 이론을 이용하여 외란 제거 성능과 강건성을 보이기 위해 진동 제어 시뮬레이션을 수행하였다. 그 결과 구조물은 회전 시에 그 속도에 따라 동특성의 변화를 겪는 것을 수치적으로 확인 할 수 있었다. 또 이에 부가해서 H_{∞} 이론을 통한 제어 결과 기존의 CAC 에 비해 지속적인 외란에 대한 강제진동제어에서 탁월한 성능을 보였으며, 특히 공진점 부근에서는 진동 제어에 수반되는 제어 입력 에너지가 매우 경제적

이었다. 그리고 회전속도를 달리해서 시스템에 불확실성을 둔 경우에도 강건한 제어 성능을 보였다.

향후 제안된 알고리즘의 실험 구현과 ER 유체나 형상기억합금 등을 이용한 다른 형태의 회전 지능 구조물에 대한 연구가 수행될 예정이다.

참고문헌

- (1) Choi, S. B., Park, Y. K., and Cheong, C. C., 1996, "Active Vibration Control of Intelligent Composite Laminate Structures Incorporating an Electro-Rheological Fluid," *J. of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 7, July, pp. 411-419.
- (2) Baz, A., Imam, K., and McCoy, J., 1990, "Active Vibration Control of Flexible Beams Using Shape Memory Actuators," *J. Sound and Vibration*, Vol. 140, No. 3, pp.437-456
- (3) Choi, S. B., and Shin, H. C., 1996, "A Hybrid Actuator Scheme For Robust Position Control of a Flexible Single-Link Manipulator," *J. Robotic Systems*, Vol. 13, No. 6, pp.359-370.
- (4) Schilhansil, M. J. and Providence, R. I., 1958, "Bending Frequency of a Rotating Cantilever Beam," *Trans. ASME, J. Applied Mechanics*, Vol. 25, pp. 28-30
- (5) Houbolt, J. C., and Brooks, G. W., 1958, "Differential Equations of Motion for Combined Flapwise Bending, Chordwise Bending, and Torsion of Twisted Nonuniform Rotor Blades," *NACA Rep. 1346*, pp. 179-195.
- (6) Magari, P. J., Shultz, L. A., and Murthy, V. R., 1988, "Dynamics of Helicopter Rotor Blades," *Computers & Structures*, Vol. 29, No. 5, pp. 763-776.
- (7) 박정훈, 유홍희, 1996, "회전 구조물의 진동 해석 및 실험," 대한기계학회 1996 년 춘계학술대 회논문집(A), pp. 384-389.
- (8) Chandra, R. and Chopra, I., 1992, "Experimental-Theoretical Investigation of the Vibration Characteristics of Rotating Composite Box Beams," *J. Aircraft*, Vol. 29, No. 4, pp. 657-664
- (9) Newman, S., *The Foundation of Helicopter Flight*, Edward Arnold, London.
- (10) Bittanti, S., Lorito, F., and Strada, S., 1993, "An LQG-disturbance modeling approach to active control of vibrations in helicopters," in *Proc. 19th European Rotorcraft Forum*, Cernobbio, Italy, pp. G14.1-G14.7.
- (11) MacFarlane, D. C. and Glover, K., 1990, "*Robust Controller Design Using Normalized Coprime Factor Plant Descriptions*," in *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Springer-Verlag, Berlin.
- (12) MacFarlane, D. C. and Glover, K., 1992, "A Loop Shaping Design Procedure Using H_{∞} Synthesis," *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. 37, No. 6, pp. 759-769