

다관절 보의 진동해석 알고리즘 개발에 관한 연구(II)

문덕홍* · ⁰최명수** · 홍승수** · 강현석**

On Development of Vibration Analysis Algorithm of Beam with Multi-Joints(II)

D.H. Moon* · ⁰M.S. Choi** · S.S. Hong** · H.S. Kang**

ABSTRACT

The authors apply the transfer influence coefficient method to the 3-dimensional vibration analysis of beam with multi-joints and formulate a general algorithm to analysis the longitudinal, flexural and torsional coupled forced vibration.

In this paper, a structure, which is mainly founded in the robot arms, cranes and so on, has some crooked parts, subsystems and joints but has no closed loop in this system. It is modeled as the beam of a distributed mass system with massless translational, rotational and torsional springs in each node, and joint elements of release or roll at which node the displacement vector is discontinuous.

The superiority of the present method to the transfer matrix method in the computation accuracy was confirmed from the numerical computation results. Moreover, we confirmed that boundary and intermediate conditions could be controlled by varying the values of the spring constants.

1. 서 론

저자들은 고속, 고정도의 진동해석기법인 전달영향계수법을 개발하여 그 유효성을 보고하였다^{(1)~(8)}.

본 연구에서는 이미 보고된 바 있는 다관절 보에 대한 종·굽힘·비틀림 연성 자유진동 해석 알고리즘⁽⁸⁾에서 확장하여 로봇암, 공장자동화기기, 굴삭기, 공작기계, 자동차의 동력전달장치 등에 많이 나타나는 다관절 보의 강제진동 해석에 전달영향계수법의 개념을 적용해서, 응답을 구하기 위한 해석 알고리즘을 정식화한다.

또한, 간단한 수치계산 모델을 통해서, 본 해석기법과 전달매트릭스법에 의한 수치실험 결과를 비교·검토하여, 본 해석기법의 유용성 및 실용성을 보고한다.

2. 전달영향계수법에 의한 강제진동해석

2.1 해석대상계의 모델링

해석 대상계의 주계는 n 개의 주부재로 분할된다. 즉, Fig. 1에서 각각의 분할점을 좌단에서부터

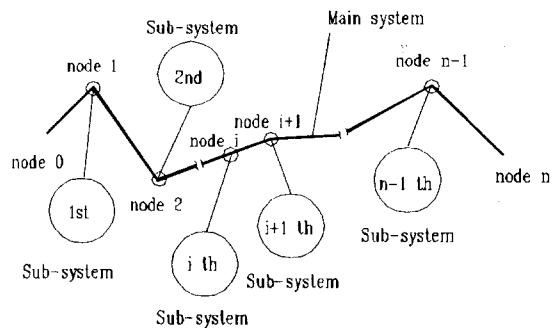


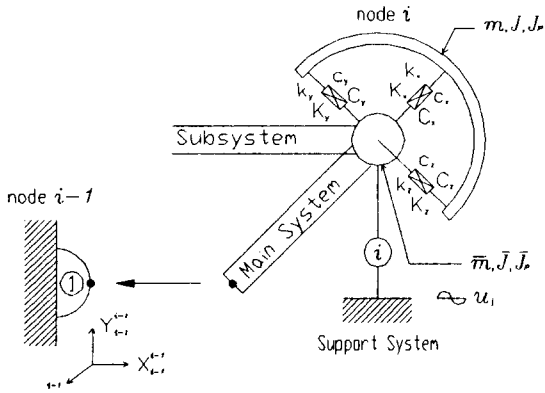
Fig. 1 Analytical model

* 정희원, 부산수산대학교 제어기계공학과
** 정희원, 부산수산대학교 대학원 기관학과

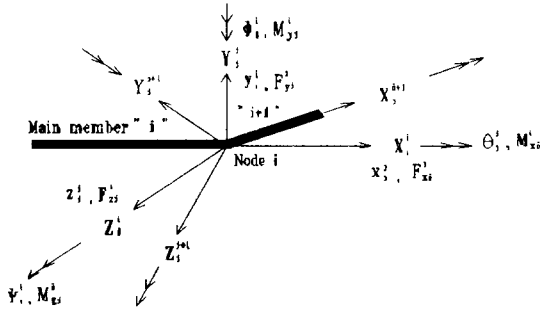
우단으로 순서대로 절점 0, 1, 2, ..., n 이라 한다. 임의의 절점 i 에서 절점 0과 절점 n 을 향하는 쪽을 각각 절점 i 의 좌측 및 우측이라 하고, 분지계에서는 주계와 결합되어있지 않는 쪽의 끝을 좌단, 결합되어있는 쪽의 끝을 우단이라 한다.

2.2. 동적영향계수 매트릭스

Fig. 2는 전달영향계수법을 적용할 경우의 기본 개념도를 나타낸다. 즉, Fig. 2 (a)의 ①은 주계의 좌단에서 임의의 절점 $i-1$ 의 우측까지의 구조물을 나타내고, 이 우단에 주부재, 분지부재, 기초 지지부, 굴곡부 및 관절 요소로 구성된 i 번째 기본요



i -th fundamental element
(a) Convention in series connection



(b) Definition of positive direction of state variables

Fig. 2 Fundamental concept of the transfer influence coefficient method

소를 단단하게 결합시킨다. 관절 요소내의 내부 질량 (\bar{m}_i)과 외부 질량 (m_i) 사이에는 X, Y, Z 축방향의 병진 스프링 (k_{xi}, k_{yi}, k_{zi}) 및 감쇠 (c_{xi}, c_{yi}, c_{zi})가 존재하고, Y, Z 축 주위의 회전 스프링 (K_{yi}, K_{zi}) 및 감쇠 (C_{yi}, C_{zi})와 비틀림 스프링 (K_{xi}) 및 감쇠 (C_{xi})로 구성되어 있고, 외부 질량과 기초 사이에도 병진, 회전, 비틀림 스프링 ($\bar{k}_{xi}, \bar{k}_{yi}, \bar{k}_{zi}, \bar{K}_{xi}, \bar{K}_{yi}, \bar{K}_{zi}$) 및 감쇠 ($\bar{c}_{xi}, \bar{c}_{yi}, \bar{c}_{zi}, \bar{C}_{xi}, \bar{C}_{yi}, \bar{C}_{zi}$)가 존재한다.

또 \bar{J}_i, \bar{J}_m 및 J_i, J_m 는 각각 관절 내외부의 관성 모멘트와 극관성 모멘트를 나타낸다. Fig. 2(b)는 각 부재 좌표계로 표시한 절점 i 의 상태변수, 즉, X 축방향, Y 축방향, Z 축방향 변위 (x, y, z) $_i$, X 축둘레, Y 축둘레, Z 축둘레 각변위 (θ, ϕ, ψ) $_i$, X 축방향, Y 축방향, Z 축방향 전단력 (f_x, f_y, f_z) $_i$ 및 X 축둘레, Y 축둘레, Z 축둘레 모멘트 (M_x, M_y, M_z) $_i$ 의 정방향을 나타낸다.

임의의 절점 i 에서 변위벡터와 힘벡터 그리고 그 사이의 관계는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{d}_i^i = (x^R, \theta^R, y^R, \phi^R, z^R, \psi^R, x^I, \theta^I, y^I, \phi^I, z^I, \psi^I)_i^i$$

$$\mathbf{f}_i^i = (f_x^R, M_x^R, f_y^R, M_y^R, f_z^R, M_z^R, f_x^I, M_x^I, f_y^I, M_y^I, f_z^I, M_z^I)_i^i$$

$$\bar{\mathbf{d}}_i^i = \bar{\mathbf{T}}_i^i \bar{\mathbf{f}}_i^i + \bar{\mathbf{s}}_i^i \quad (1)$$

$$\tilde{\mathbf{d}}_i^i = \tilde{\mathbf{T}}_i^i \tilde{\mathbf{f}}_i^i + \tilde{\mathbf{s}}_i^i \quad (2)$$

$$\hat{\mathbf{d}}_i^i = \hat{\mathbf{T}}_i^i \hat{\mathbf{f}}_i^i + \hat{\mathbf{s}}_i^i \quad (3)$$

$$\check{\mathbf{d}}_i^i = \check{\mathbf{T}}_i^i \check{\mathbf{f}}_i^i + \check{\mathbf{s}}_i^i \quad (4)$$

$$\mathbf{d}_i^i = \mathbf{T}_i^i \mathbf{f}_i^i + \mathbf{s}_i^i \quad (5)$$

$$\mathbf{d}_i^{i+1} = \mathbf{T}_i^{i+1} \mathbf{f}_i^{i+1} + \mathbf{s}_i^{i+1} \quad (6)$$

$$\mathbf{d}_i^{i+1} = \mathbf{T}_i^{i+1} \mathbf{f}_i^{i+1} + \mathbf{s}_i^{i+1} \quad (7)$$

절점 i 에 있어서, $i+1$ 번째 주부재 좌표계와 i 번째 주부재 좌표계에 대한 상태벡터 사이의 관계는 다음과 같다.

$$\mathbf{d}_i^{i+1} = \mathbf{R}(a_a, a_b, a_c)_i \mathbf{d}_i^i \quad (8)$$

$$\mathbf{d}_i^{i+1} = \mathbf{R}(a_a, a_b, a_c)_i \mathbf{d}_i^i$$

여기서, $\mathbf{R}(a_a, a_b, a_c)_i$ 는 좌표변환 매트릭스이다.

또한, $R(a_a, a_b, a_c)_i$ 는 다음과 같은 성질이 있다.

$$\begin{aligned} [R(a_a, a_b, a_c)_i]^{-1} &= {}^tR(a_a, a_b, a_c)_i \\ &= R(-a_c, -a_b, -a_a)_i \end{aligned} \quad (9)$$

따라서, (1)~(7) 및 (8), (9)식으로부터, 절점 i 와 $i+1$ 에서의 동적영향계수 매트릭스(또는 보정백터) 사이의 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_i^{i+1} &= R(a_a, a_b, a_c)_i; \quad T_i^t {}^tR(a_a, a_b, a_c)_i \\ s_i^{i+1} &= R(a_a, a_b, a_c)_i; \quad s_i^t \end{aligned} \quad (10)$$

2.3. 동적영향계수 매트릭스의 전달

동적영향계수 매트릭스의 필드 전달식은 종래의 전달매트릭스법⁽⁹⁾에서 사용되는 필드 전달 매트릭스를 변형시켜 유도한다.

$$\begin{bmatrix} \bar{d} \\ f \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} d \\ f \end{bmatrix}_{i-1} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} d \\ f \end{bmatrix}_{i-1} = \begin{bmatrix} {}^tD & -{}^tB \\ -{}^tC & {}^tA \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} \bar{d} \\ f \end{bmatrix}_i \quad (12)$$

여기서, A_i, B_i, C_i 및 D_i 는 일정한 등분포 질량을 갖는 보 요소의 부분 매트릭스(12×12)이며, 이들 요소가 오일러 보(Euler beam)인 경우 다음 식으로 주어진다.

$$A = \begin{bmatrix} A''^R & -A''^I \\ A''^I & A''^R \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B''^R & -B''^I \\ B''^I & B''^R \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} C''^R & -C''^I \\ C''^I & C''^R \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} D''^R & -D''^I \\ D''^I & D''^R \end{bmatrix}$$

$$A'' = \text{diag}(\cos \gamma, \cos \beta_T, A', A')$$

$$B'' = \text{diag}(l \sin \gamma / (\gamma EA), l \sin \beta_T / \beta_T G I_p, B', B')$$

$$C'' = \text{diag}(-\mu l \omega^2 \sin \gamma / \gamma, -\mu l j_x^2 \omega^2 \sin \beta_T / \beta_T, C', C')$$

$$D'' = \text{diag}(\cos \gamma, \cos \beta_T, D', D')$$

$$A' = \begin{bmatrix} C_0 & l C_1 \\ \beta^A C_3 / l & C_0 \end{bmatrix}, \quad B' = \begin{bmatrix} -a l C_3 & a C_2 \\ -a C_2 & a C_1 / l \end{bmatrix}$$

$$C' = \begin{bmatrix} -\beta^A C_1 / a l & -\beta^A C_2 / a \\ \beta^A C_2 / a & \beta^A C_3 / a \end{bmatrix}$$

$$D' = \begin{bmatrix} C_0 & -\beta^A C_3 / l \\ -l C_1 & C_0 \end{bmatrix}$$

$$C_0 = (\cosh \beta + \cos \beta) / 2, \quad C_1 = (\sinh \beta + \sin \beta) / 2\beta$$

$$C_2 = (\cosh \beta - \cos \beta) / 2\beta^2,$$

$$C_3 = (\sinh \beta - \sin \beta) / 2\beta^3$$

$$a = l^2 / E_c J, \quad \beta^A = \mu a l^2 \omega^2, \quad \gamma = l \omega (\mu / E_c A)^{1/2}$$

$$j_x^2 = I_p / A, \quad \beta_T = l \omega \sqrt{\mu j_x^2 / G_c J_p}$$

$$E_c = E(1 + i\eta), \quad G_c = G(1 + i\eta)$$

여기서, η 는 구조 감쇠계수, $E_c A, E_c J, G_c J_p$ 는 구조감쇠가 포함된 중강성, 굽힘강성, 비틀림강성, μ, l 은 선밀도, 길이이며, ω 는 고유 각진동수이다.

우선 절점 $i-1$ 의 우측과 절점 i 의 좌측간의 동적영향계수 매트릭스의 전달식은 식 (1), (7), (12)로부터,

$$U_i^t \bar{T}_i^t = H_i^t$$

$$U_i^t s_i^t = s_{i-1}^t \quad (13)$$

여기서,

$$U_i^t = {}^tD_i + T_{i-1}^t {}^tC_i$$

$$H_i^t = {}^tB_i + T_{i-1}^t {}^tA_i \quad (14)$$

이다.

i 번째 관절의 좌측과 중간 좌측간의 힘의 평형관계로부터,

$$\bar{f}_i^t + \mathcal{F}_i^t + \mathcal{J}_i^t = \mathcal{J}_i^t + a_i^t \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_i^t &= (\mathcal{T}_i^t)^{-1} (\bar{\mathcal{A}}_i^t - \bar{\mathcal{S}}_i^t) \\ &= \mathcal{P}_i^t (\bar{\mathcal{A}}_i^t - \bar{\mathcal{S}}_i^t) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\mathcal{J}_i^t = \mathcal{P}_i^t (\bar{\mathcal{A}}_i^t - b_i^t) \quad (17)$$

여기서,

$$\bar{\mathcal{A}}_i^t = \bar{\mathcal{A}}_i^t = \bar{\mathcal{A}}_i^t$$

$$\mathcal{P}_i^t = (\mathcal{T}_i^t)^{-1} = \mathcal{R}_i (\mathcal{T}_i^t)^{-1} {}^t\mathcal{R}_i$$

$$\mathcal{P}_i^t = \bar{\mathcal{R}}_i (\bar{\mathcal{P}}_i^t)^{-1} {}^t\bar{\mathcal{R}}_i, \quad b_i^t = \bar{\mathcal{R}}_i b_i^t$$

$$\bar{\mathcal{P}}_i^t = \begin{bmatrix} \bar{\mathcal{P}}_K - \bar{\mathcal{P}}_M & -\bar{\mathcal{P}}_C \\ \bar{\mathcal{P}}_C & \bar{\mathcal{P}}_K - \bar{\mathcal{P}}_M \end{bmatrix}_i$$

$$\bar{\mathcal{P}}_K = \text{diag}(\bar{k}_x, \bar{K}_x, \bar{k}_y, \bar{K}_x, \bar{k}_x, \bar{K}_y)$$

$$\bar{\mathcal{P}}_C = \text{diag}(\hat{c}_x \omega, \bar{C}_x \omega, \hat{c}_y \omega, \bar{C}_x \omega, \hat{c}_z \omega, \bar{C}_y \omega)$$

$$\overline{P}_M = \text{diag}(\overline{m}_x \omega^2, J_x \omega^2, \overline{m}_y \omega^2, J_y \omega^2, \overline{m}_z \omega^2, J_z \omega^2)$$

$$a_i^i = (a_x^R, a_\theta^R, a_y^R, a_\phi^R, a_z^R, a_\theta^R, a_x^L, a_\theta^L, a_y^L, a_\phi^L, a_z^L, a_\theta^L)^i$$

$$b_i^i = (b_x^R, b_\theta^R, b_y^R, b_\phi^R, b_z^R, b_\theta^R, b_x^L, b_\theta^L, b_y^L, b_\phi^L, b_z^L, b_\theta^L)^i$$

따라서, 관절 i 의 좌측과 중간 좌측간의 동적영향계수 매트릭스의 전달식은 (1), (2), (15)로부터,

$$\overline{G}_i^i \overline{T}_i^i = \overline{T}_i^i$$

$$\overline{G}_i^i \hat{s}_i^i = \overline{T}_i^i (P_i^i \check{s}_i^i + \overline{P}_i^i b_i^i + a_i^i) + \overline{s}_i^i$$

$$\text{단, } \overline{G}_i^i = (I + \overline{T}_i^i (P_i^i + \overline{P}_i^i))$$

이고, I 는 12×12 의 매트릭스이다.

관절 i 의 중간 좌우측간의 힘의 평형관계로부터,

$$\overline{f}_i^i = \check{f}_i^i = \overline{P}_i^i (\check{d}_i^i - \hat{d}_i^i) \quad (18)$$

여기서,

$$\hat{d}_i^i \neq \check{d}_i^i, \quad \check{f}_i^i = \check{f}_i^i, \quad \check{d}_i^i = d_i^i$$

$$\overline{P}_i^i = \begin{bmatrix} P_K & -P_C \\ P_C & P_K \end{bmatrix}^i$$

$$P_K = \text{diag}(k_x, K_x, k_y, K_y, k_z, K_z)$$

$$P_C = \text{diag}(c_x \omega, C_x \omega, c_y \omega, C_y \omega, c_z \omega, C_z \omega)$$

관절 i 의 중간 좌우측간의 동적영향계수 매트릭스의 전달식은 식(4), (5), (18)으로부터

$$\overline{P}_i^i \overline{T}_i^i = (I + \overline{P}_i^i \overline{T}_i^i), \quad \check{s}_i^i = \hat{s}_i^i$$

그리고, 관절 i 의 중간 우측과 우측간의 힘의 평형관계로부터,

$$\check{f}_i^i + M_i^i d_i^i = f_i^i \quad (19)$$

여기서,

$$M_i^i = \begin{bmatrix} -P_M & O \\ O & -P_M \end{bmatrix}^i$$

$$P_M = \text{diag}(m_x \omega^2, J_x \omega^2, m_y \omega^2, J_y \omega^2, m_z \omega^2, J_z \omega^2)$$

따라서, 식(1), (2), (19)로부터

$$G_i^i T_i^i = \check{T}_i^i, \quad G_i^i s_i^i = \check{s}_i^i$$

여기서, $G_i^i = I + \check{T}_i^i M_i^i$ 이다.

동적영향계수 매트릭스와 보정벡터는 좌단 즉, 절점 0에서부터 전달되기 때문에 T_0^0, s_0^0 를 먼저 구해야 하지만 알고리즘을 일반화하기 위하여 분지계, 기초지지 요소, 질량 및 관성 모멘트가 없는

경우를 고려해서 $\overline{T}_1^1, \overline{s}_1^1$ 부터 구한다.

계의 좌단은 자유이기 때문에 $\overline{f}_0 = 0$ 이고, 1번째 주부재 좌표계로 표시한 좌단에서의 힘의 평형관계식은 다음과 같다.

$$\overline{f}_0^0 = f_0^0 + a_0^0 \quad (20)$$

식 (20)에 식 (7), (17)을 대입하여 정리하면,

$$\overline{P}_0^0 T_0^0 = I$$

$$\overline{P}_0^0 s_0^0 = (\overline{P}_0^0 b_0^0 + a_0^0) \quad (21)$$

다시, 식 (13)의 양변에 \overline{P}_0^0 을 곱해서 식(21)을 대입하면 다음과 같다.

$$U_1^1 \overline{T}_1^1 = H_1^1$$

$$U_1^1 \overline{s}_1^1 = \overline{P}_0^0 b_0^0 + a_0^0 \quad (22)$$

여기서,

$$U_1^1 = \overline{P}_0^0 D_1 + C_1$$

$$H_1^1 = \overline{P}_0^0 B_1 + A_1$$

계의 우단(절점 n)에서는 동적영향계수 매트릭스 T_i^i 와 보정벡터 s_i^i 가 $1 \sim n$ 까지 계산된 값들을 이용하여 \overline{d}_i^i, d_i^i 와 $\overline{f}_i^i, \check{f}_i^i, f_i^i$ 를 우단에서 좌단까지 계산한다. 우단의 경계조건은 스프링지지로 가정하므로 항상 자유($f_n^n = 0$)이다. 따라서, 식 (6)으로부터 $d_n^n = s_n^n$ 을 얻는다.

d_i^i 및 f_i^i 가 기지의 값일 때 식 (19), (18), (15), (12), (7)으로부터 $\check{f}_i^i, \overline{d}_i^i, \overline{f}_i^i, f_{i-1}^i, d_{i-1}^i$ 를 구한다. 좌단에서는 T_0^0, s_0^0 를 구하지 않았기 때문에 식 (12)로부터 d_0^0 구한다.

3. 수치계산 결과

본 연구에서는 다수의 굴곡부나 분지계 또는 관절 요소를 갖는 구조물을 해석 대상계로 하여, 종·굽힘·비틀림·연성 강제진동을 해석하기 위한 알고리즘을 정식화하였다. 이를 검증하기 위하여 종래의 전달매트릭스법에 의한 알고리즘도 정식화해서, 간단한 수치 계산 모델에 대해 수치실험을 행하고, 자유진동과도 비교·검토하였다.

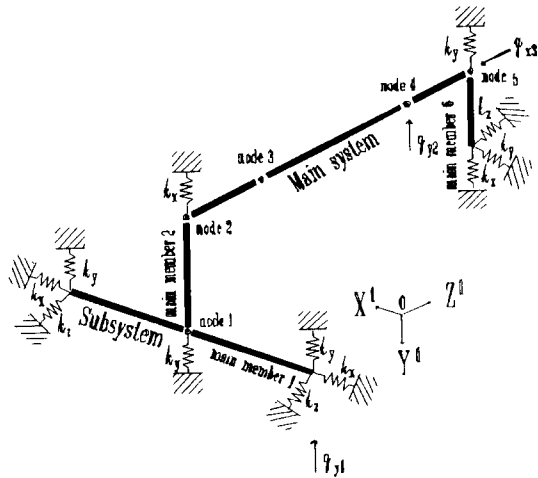


Fig. 3 Numerical computational model

Fig. 3은 수치 계산 모델을 나타내고, ●는 관절 요소를 의미한다. 또한, 그림속의 $O-X^1, Y^1, Z^1$ 좌표계는 1번 주부재의 좌표계를 나타내고, 2, 3, 4, 5, 6번 주부재 및 분지부재 좌표는 X축이 보의 길이 방향과 일치하도록 국부좌표계로 좌표변환해서 나타낸 것이다. 스프링의 지지 조건(단, 모든 기초 지지 회전 및 비틀림 스프링 상수, 감쇠상수는 0으로 처리)에 따라 모델을 나누면,

<모델 1> 절점 2, 5가 연속인 보

$$(\hat{k}_x = \hat{k}_y = \hat{k}_z = \hat{K}_x = \hat{K}_y = \hat{K}_z = \infty)$$

$$a_{y1} = 100N, a_{y2} = a_{y3} = 0N$$

<모델 2> 절점 2, 5가 일정한 스프링력을 갖는 보

$$(\hat{k}_x = \hat{k}_y = \hat{k}_z = \infty, \hat{K}_x = \hat{K}_y = \hat{K}_z = 20Nm/rad)$$

$$a_{y1} = a_{y2} = a_{y3} = 100N$$

<모델 3> 절점 2, 5가 릴리스 구조인 보

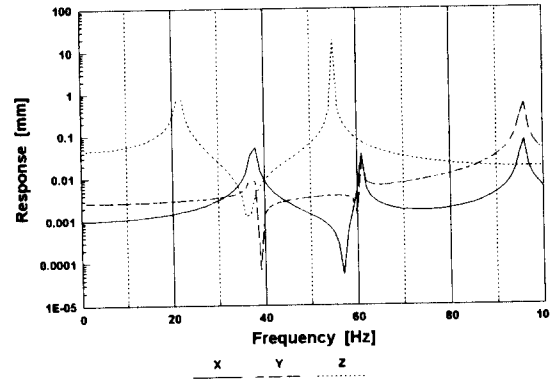
$$(\hat{k}_x = \hat{k}_y = \hat{k}_z = \infty, \hat{K}_x = \hat{K}_y = \hat{K}_z = 0)$$

$$a_{y1} = a_{y2} = a_{y3} = 100N$$

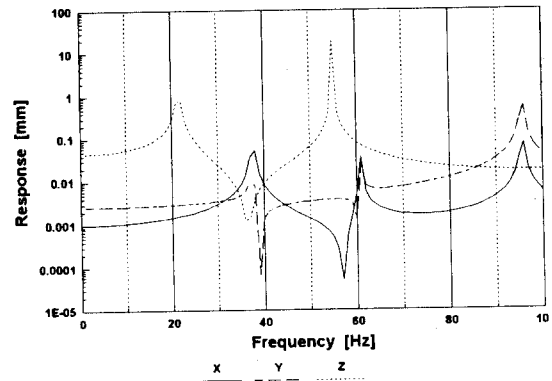
여기서, 절점 1, 3, 4는 항상 연속이다. 그리고, 각 부재는 직경 20mm의 강제 원형 중실축(밀도 $\rho = 7.86 \times 10^3 kg/m^3$, 종탄성계수 $E = 2.06 \times 10^{11} N/m^2$, 횡탄성계수 $G = 7.92 \times 10^{10} N/m^2$, 길이는 첫번째, 두번째, 네번째 주부재와 분지부재는 400mm, 세번째, 다섯번째, 여섯번째 주부재가 200mm이다. 또한, 주부재와 분지부재 사이 및 주부재의 연결부의

회전각은 90° 이고, 구조감쇠는 없는 것으로 하고, 각 부재는 분포 질량을 갖는 보로 간주한다. 여기서, 응답점은 절점 3으로 한다.

Fig. 4와 Table 1은 모델 1을 오일러 보로 가정하고, 기초 지지 병진 스프링 상수 $k = 10^6 N/m$



(a) TMM



(b) TICM

Fig. 4 Frequency-response curve of model 1

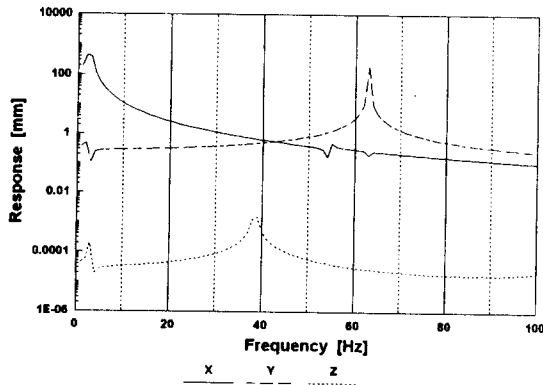
Table 1 Nature frequency(Hz) for model 1 at $k = 10^6 N/m$ (Euler beam)

No.	TMM	TICM
1	21.546333	21.546333
2	37.595080	37.595080
3	54.980074	54.980074
4	60.849617	60.849617
5	95.674764	95.674764

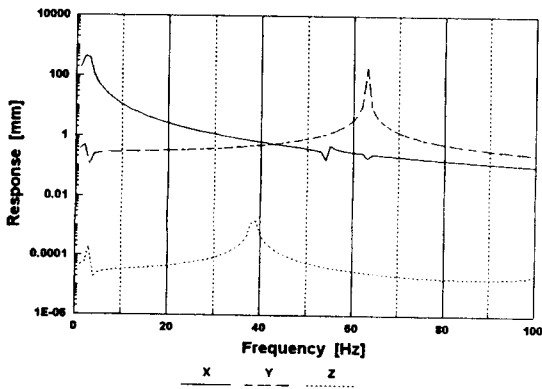
이고, 절점 0의 Y축 방향으로 진폭 100N으로 가진 경우의 응답선도와 TICM과 TMM으로 계산한 고유진동수의 계산 결과를 나타낸 것이다. 실제 계산시 관절 요소에 대한 연속체로서의 처리는 관절 내부의 스프링 상수에 각각 ∞ 의 값을 대입함으로써 연속 조건에 대응시켰다. 여기서 ∞ 의 값은 10^{20} 을 수치상의 무한대로 간주하였다.

여기서, Table 1의 고유진동수와 응답선도의 공진주파수가 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 또한, Fig. 4 (a) TMM과 Fig. 4 (b) TICM의 응답이 아주 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

관절 요소 내부에 스프링 상수가 개입된 모델 2에 대한 계산 결과를 Fig. 5에 나타내었다. 기초 지지 병진 스프링 상수 $k=10^9 N/m$ 이고, 절점 0의 Y축 방향, 절점 4의 Y축 방향, 절점 5의 X축 방향으로 진폭 100N으로 가진 경우의 응답선도



(a) TMM



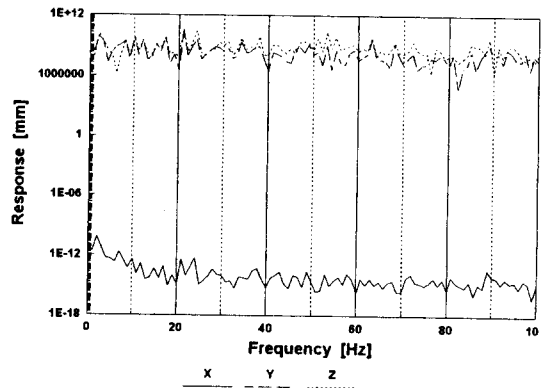
(b) TICM

Fig. 5 Frequency-response curve of model 2

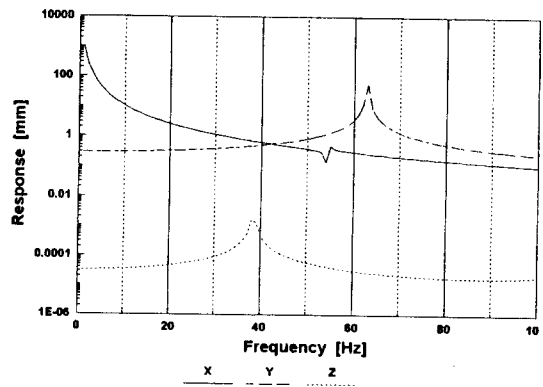
와 TICM과 TMM으로 계산한 고유진동수의 계산 결과를 나타낸 것이다.

그림에는 나타나 있지 않지만, 회전스프링 상수가 0에 근접하는 비교적 작은 값을 가지는 경우에는 수치 계산상의 문제점을 일으킨다. 이것은 모델의 종류, 기초 지지 조건, 응답점의 위치, 주파수 범위 등과 같은 요인이 복합적으로 작용하기 때문에 문제를 일으킬 수 있는 스프링 상수값을 알아내기는 어렵다, 하지만, 이 모델에 대해서는 내부 회전 스프링 상수가 약 $20 Nm/rad$ 보다 작은 경우에는 수치 계산상의 오차를 발생시키게 된다.

릴리스의 관절 요소가 존재하는 모델 3에 대한 계산 결과를 Fig. 6에 나타내었는데, 여기서, 그 문제점을 찾아볼 수 있다. 관절 요소에 대해 내부의 전단 스프링 상수에 각각 ∞ 의 값을, 회전 스프링 상수에 각각 0의 값을 대입하였다. 여기서,



(a) TMM



(b) TICM

Fig. 6 Frequency-response curve of model 3

10^{-20} 을 수치상의 0으로 간주하였다.

Fig. 6 에서 알 수 있듯이 TICM의 공진주파수는 잘 일치하나, TMM의 응답은 수치계산상의 문제가 있음을 알 수 있다. 이것은 관절 좌측에서 우측으로 상태벡터를 전달해가는 과정에서 스프링 상수의 역수값이 상태벡터에 곱해지는데, 이 때 회전 스프링 상수의 역수값에 의해 각변위가 굉장히 커지면서 수치 계산상의 불균형을 일으켜 문제가 발생하는 것으로 생각된다.

4. 결 론

전달영향계수법에 의한 다관절 보의 강제진동해석 알고리즘을 정식화하고, 자유진동해석 결과, 전달매트릭스법 등과 비교하여 본 해석기법의 유효성을 입증했다.

그리고, 구조물의 임의의 절점에서 변위벡터가 불연속성을 갖더라도 중간 연결 스프링 상수값만을 적절히 바꿈으로서 간단히 해석할 수 있고, 구조물의 기초지지가 경탄성 지지일지라도 기본적인 알고리즘의 변경없이 기초지지 조건에 대응시킬 수 있다.

그러나, 일반적으로 사용되는 전달매트릭스법은 상기와 같은 구조물 해석에 부적합함을 확인했고, 상기 문제를 해결하기 위해서는 알고리즘이 매우 복잡해져서 전달매트릭스법의 장점인 알고리즘의 간편성을 잃어버린다.

반면에 전달영향계수법은 이러한 문제를 쉽게 처리할 수 있고, 전달매트릭스보다 행렬의 크기가 작아져서 계산량이 줄어들어 계산속도면에서도 우수함을 알 수 있다.

참 고 문 헌

- (1) A.Sueoka, T.Kondou, D.H.Moon, and K.Yamashita, 1988, "A Method of Vibrational Analysis Using a Personal Computer - A Suggested Transfer Influence Coefficient Method", The Memoirs of the Faculty of Engineering Kyushu University, 48 (1), 31~46.
- (2) 近藤, 末岡, 文, 綾部, 1990, "變形傳達影響係數法による可變パラメータ系の自由振動解析(變断面ばりに對する定式化)", 日本機械學會論文集, 56卷, 522号(C編), pp.284~291.
- (3) 近藤, 末岡, 安田, 文, 1991, "傳達影響係數

法による樹狀構造物の自由振動解析(第1報, 二次元樹狀構造物に對する定式化)", 日本機械學會論文集, 57卷, 536号(C編), pp.1091~1098.

- (4) 文, 末岡, 近藤, 呂, 1991, "傳達影響係數法에 의한 원판구조물의 자유振動解析", 대한기계학회 논문집, 15(5), 1439~1446

- (5) 문, 여, 1993, "傳達影響係數法에 의한 사각형 평판구조물의 자유振動解析", 대한기계학회 논문집, 17(3), 559~567

- (6) 문, 여, 1994, "傳達影響係數法에 의한 彈性支持를 갖는 원통형 쉘구조물의 자유振動解析", 한국소음진동공학회지, 4(4), 469~478

- (7) 문, 여, 1996, "보강재를 갖는 원통형 구조물의 진동해석 알고리즘의 개발에 관한 연구", 한국소음진동공학회지, 6(4), 481~491

- (8) 문, 여, 최, 1994, "다관절 보의 진동해석 알고리즘의 개발에 관한 연구", 한국박용기관학회지, 18(5), 544~553

- (9) E.C.Pestel and F.A.Leckie, 1963, "Matrix Methods in Elastomechanics", McGraw-hill