

## 평판구조물의 진동 및 음향방사 : 통계적 접근

강준수\* 김정태\*\* 김관주\*\*

(Vibration and Radiation characteristics for a plate structure : Statistical Approach)

( Jun-Soo Kang, Jeung-Tae Kim, Kwan-Ju Kim)

### 1. 서론

구조물의 진동에 의해 소음이 방사되는 현상은 기계에서 소음의 발생원으로 볼 수 있기 때문에 기계류의 소음을 예측하거나 저감방안을 제시하기 위해서는 구조물의 동특성과 방사특성을 이해하고 있어야 한다. 특히, 엔진블럭, 펀치프레스, 배의 갑판구조물등과 같은 대다수의 소음 발생기계는 평판의 형상을 가진 구조물로서 기계적인 충격 등에 의해 그 표면에서 소음이 발생되므로 강성을 증가시키고, 소음저감을 목적으로 빔과 같은 보강재를 통해 보강되어 있다.

그런데, 해석적인 방법으로는 평판이나 원판 또는 구와 같은 단순한 형태의 특정구조물에 대해서만 그 결과를 얻을 수 있으므로 이와같은 불연속 평판구조물의 진동 및 방사특성은 평판에 대한 순수 이론으로는 해석이 곤란하며 따라서 본 연구에서는 수치해석적인 방법을 통해 이를 해결하고자 하였다.

수치해석적인 방법으로는 유한요소법(FEM)과 경계요소법(BEM), 및 통계적 에너지 해석기법(SEA) 등이 있으며 구조물의 진동-소음연성문제의 경우에 있어서는, 진동해석을 FEM과 SEA으로, 공기 중에서의 방사현상은 BEM으로 예측하고 있다.

본 연구에서는 재질이 균일한 얇은 2차원 평판구조와 보강평판에 대해서 진동특성은 유한요소해석 프로그램을 사용하여 해석하였으며 이때의 진동특성값을 입력데이터로 사용하여 경계요소해석 프로그램으로 방사효율 등을 예측하였다, 또한 이과정에서 2차원 평판구조의 모우드 밀도와 가진점 모빌리티의 실수값이 가지는 평균치의 물리적 특성을 분석하였으며, 추후 실험을 통해 이를 검증코자 한다.

### 2. 평판의 방사특성

진동에 의해 발생하는 소음의 경우에 있어서는 진동에너지는 주로 굽힘파(bending wave)에 의해 전달된다. 이러한 굽힘파는 에너지가 수직으로 구조물 요소를 변형시키면서 인접한 매질과 상호간섭을 일으키며 전파되고 따라서 주위의 공기층과도 에너지를 상호교환하므로 소음발생의 주된 원인이 되며, 이와같은 구조물의 진동-소음연성문제에 있어서 방사특성을 나타내주는 주요 변수로는 임계주파수(critical frequency)와 방사효율(radiation efficiency)등 있다.

평판구조물은 그 유한길이로 인해 특성모드형상과 고유진동수를 갖는다. 특히 경계면 조건에 따라 진동모드가 크게 상이하며 또한 음의 방사는 경계면 인접에서 주로 나타난다. 이때 구조물에서 방사되는 소음의 해석시 임계주파수보다 큰 영역에서는 음향 방사현상의 예측이 비교적 용이하나 임계주파수보다 낮은 주파수대역에서는 경계면 조건과 평판의 두께 불균일성이 영향을 주게된다.

단순평판의 방사효율은 다음과 같이 알려져 있다.

#### (i) 아음속 주파수 대역

$$\sigma_{rad} = 2\pi \frac{Px}{A} \frac{C_l}{C_o} \sin^{-1} \sqrt{\left(\frac{f}{f_c}\right)}$$

여기서 P는 평판의 둘레길이, A는 평판의 표면적,  $C_l$ 은 종파의 전파속도,  $C_o$ 는 음속을 그리고  $f_c$ 는 임계주파수를 나타낸다.

#### (ii) 초음속 주파수 대역

$$\sigma_{rad} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$$

\* 홍익대학교 기계공학과 대학원생

\*\* 홍익대학교 기계공학과

### 3. 대상모델

본 연구에서 사용된 평판과 보강재는 그 재질을 알루미늄으로 하였으며 형상은 사각형으로, 경계조건은 4변 단순지지로 이를 구축하였고 그 형상은 그림 1과 그림2에서 도식적으로 보여주고 있다. 평판의 재료특성값(Material Property)과 기하학적치수(Dimension)는 표1과 표2에 제시되어 있으며, 보강재(50×50×3900mm)는 세로방향 중심선에 30°의 경사를 두고 설치하였다.

표1. 평판의 재료특성값

재 질	영 렬 (GPa)	밀 도 (kg/m <sup>3</sup> )	포와송비
알루미늄	71	2700	0.33

표2. 평판 및 보강재의 기하학적형상(단위:mm)

a	b	c	d	l	t	B,C
1000	600	50	50	3900	6	S.S.S.S

이론적으로 단순 평판의 경우에 대해서는 음의 방사가 시작되는 임계주파수( $f_c$ )의 산출이 가능하며 다음과 같은 식으로 이를 구할 수 있다.

$$C_o = \sqrt{2\pi f_c \times C_l}$$

여기서  $C_o$ 는 음속,  $C_l$ 은 종파(longitudinal wave)의 전파속도를,  $x$ 는 구조물의 강성과 관련된 값으로  $t/\sqrt{12}$ (t:평판의 두께)의 값을 가지며, 본 연구에 사용된 모델의 경우에는 종파의 전파속도는 5100m/s이므로 음속을 343m/s로 했을때 임계주파수( $f_c$ )는 2120Hz가 되며 이 주파수를 경계로 방사특성이 크게 상이한 면을 보이리라 예상할 수 있다.

### 4. 대상구조물의 진동 및 음향해석

본 연구에서는 단순평판과 보강평판을 그 대상으로 음향방사현상을 전주파수대역에 걸쳐서 수치해석적인 방법으로 해석하였다. 해석과정에서 평판

의 진동크기는 유한요소법을 이용하여 계산하였다. 유한요소법을 이용하면 임의의 평판구조에 대해 진동속도의 제곱평균 $\langle v^2 \rangle$ 을 구할 수 있게 되며 이 값이 평판에 가해지는 에너지(또는 파워)의 기준값이 된다. 진동특성을 해석한 후, 경계요소법을 해석하는 프로그램을 이용하여 단순평판과 보강평판의 음향파워(sound power), 및 방사효율(radiation efficiency)등을 계산하였다.

이때 수치해석결과는 구조물을 모델링할 때의 요소의 크기에 큰 영향을 받는데, 유한요소법을 이용한 진동해석시 구조물의 동특성을 비교적 정확히 나타낼 수 있는 적당한 요소의 크기로 모델링하는 것이 해석시간의 절약과 해석결과의 오차측면에서 매우 중요하다. 따라서 본 연구에서는 주요 동특성변수인 고유진동수와 가진점 모빌리티값을 이용하여 최적의 요소의 크기를 구하여 구조물을 모델링한 후 해석을 수행하였다.

그림 3은 진동-소음문제에 대한 수치해석적인 과정을 보여주고 있다.

#### 4.1. 유한요소법(FEM)을 이용한 진동특성해석

진동해석은 소음과 관련된 주파수 범위에서 구조물의 표면 진동값은 예측하기 위한 것이다. 이는 구조물의 고유진동수와 모드형상을 높은 정확도를 가지고 예측하여야 하며 또한, 해석주파수 범위의 주파수 응답의 진폭도 정확하게 예측하는 것이 매우 중요하다는 것을 나타낸다.

이러한 사실은 해석모델의 요소의 크기에 의해 크게 좌우되며 통상 유한요소해석에서는 요소의 크기가 작을수록 정확한 결과를 얻을 수 있다고 알려져 있다. 그러나 고주파수 대역의 해석 경우에는 요소의 크기가 작을수록 계산량은 기하급수적으로 크게 증가하며 심지어는 수치해석의 오차가 크게 증가할 수도 있다.

따라서 적당한 요소의 크기로 모델링하는 것이 매우 중요하며 이는 해석시간의 절약측면과 함께 합리적인 결과를 얻을 수 있는 중요한 요소가 된다.

#### (1) 구조물의 모델링 최적화

구조물의 동특성을 비교적 정확하게 나타낼 수 있는 적당한 모델링 요소의 크기를 구하기 위하여 단순평판을 그 대상으로 유한요소해석을 수행하였

다. 유한요소해석은 상용프로그램인 ANSYS를 이용하였으며 요소(Element type)는 4절점 셸 요소를 사용하였다. 이때 측정변수로는 고유진동수와 가진점 모빌리티를 그 대상으로 하였으며, 최대 해석주파수는 중심주파수가 1000Hz인 옥타브 밴드의 최대주파수인 1414Hz에 해당하는 굽힘파의 파장의 길이( $\lambda=0.2m$ )를 기준으로하여 요소의 크기를 변화시켜가면서 고유진동수와 가진점 모빌리티(가진점=측정점)를 1414Hz까지 계산하였다. 주파수 응답해석시 가진점은 단순평판의 경우, 3사분면의 정중앙점에, 보강평판의 경우에는 2사분면의 정중앙점으로 하였으며 가진력의 크기는 단위Force로 하였다.

그림 1과 그림 2에 가진점의 위치가 나타나 있으며 그림 4은 고유진동수의 개수에 대해 이론식에 의한 결과와 요소의 크기에 따른 FEM결과를 도식적으로 비교해 주고 있으며 그림 5는 고유진동수에 대한 이론값과 FEM결과치와의 오차를 나타내주고 있다. 또한, 그림 6는 요소의 크기에 따른 가진점 모빌리티의 실수값을 옥타브 밴드별로 평균치를 나타낸 것이다

그림에서 볼 수 있는 바와같이 요소의 크기가  $\lambda/4$  로, 즉 파장당 최소한 4개의 요소로 구조물을 모델링할 때 그 구조물의 동특성을 비교적 정확하게 나타낸다고 볼 수가 있었다. 따라서 본 연구에서는 위의 결과를 토대로하여 구조물을 파장당 4개의 요소로 모델링하여 해석을 수행하였다.

(2) 대상모델에 대한 진동해석

이론적 해석이 어려운 구조물의 진동-소음문제의 경우, 진동특성을 주로 유한요소법(FEM)과 통계적 에너지 해석기법(SEA)을 통해 해결해오고 있다. 그러나 근사해를 구하기 위한 수치해석적인 방법으로는 잘 알려진 모델을 사용하여 해당 구조물의 동특성인 고유진동수, 감쇠계수와 모드형상을 구하여도 실험결과와 상이한 경우가 나타나며 예측결과의 불확실성은 주파수가 증가할수록, 즉 진동의 파장이 구조물의 크기에 비하여 작아질수록 수치해석의 오차는 증가하게 된다. 이에비해 SEA기법은 복잡한 형상의 기계구조물이나 음향시스템이 상호연계되어 있을 때 유용한 해석방법으로서 모드밀도가 높을수록 해석결과의 신뢰성이 높다고 알려져 있다. 따라서 통상 유한요소법은 저주파수대역에서, SEA는 고주파수대역에서 적합

한 해석기법이라 하겠다.

본 연구에서는 앞절의 결과를 토대로, 해석하고자 하는 최대주파수의 파장당 최소한 4개의 요소가 되게 구조물을 모델링하였으며 유한요소해석 프로그램인 ANSYS를 사용하여 단순평판과 보강평판에 대해서 진동해석을 수행하였다.

사용된 요소는 평판의 경우에는 4절점 셸(SHELL) 요소를, 보강재의 경우에는 2절점 빔(BEAM)요소를 이용하였고 편의상 재료의 감쇠비(Damping Ratio)는 전 주파수대역에 걸쳐 일정한 값 0.01로 하여 주파수응답해석을 수행하였다. 특히, 단순평판의 경우 통계적인 방법(SEA)에서는 모드밀도와 가진점 모빌리티의 실수부의 평균값이 이론적으로 유도되어 있으므로 FEM해석과정에서 단순평판에 대해서 모드밀도와 가진점 모빌리티의 실수부의 평균치를 옥타브 밴드별로 구하여 비교하였다.

통계적인 방법으로는 모드밀도와 가진점 모빌리티를 다음과 같은 식을 통해 그 값을 계산할 수 있다.

(i) 모드밀도(Modal Density)

$$n(f) = \frac{A}{2 \cdot \pi \cdot C_f}$$

여기서 A는 평판의 표면적을 나타낸다.

(ii) 가진점 모빌리티 (Driving point Mobility)

$$M_{dp} = \frac{n(f)}{4 \cdot M} = \frac{1}{8 \cdot \pi \cdot C_f \cdot \rho_s}$$

여기서  $\rho_s$  는 단위면적당 밀도를 나타낸다.

따라서 본 연구에 사용된 단순평판모델의 경우 종파의 전파속도는 5100m/s이므로 모드밀도와 가진점 모빌리티는 다음과 같다.

표 3. 단순평판에 대한 SEA 이론값

모드밀도 $n(f)$	가진점 모빌리티 $M_{dp}$
0.034	0.0008735

그림 7은 옥타브 밴드별 고유진동수의 개수와 모드밀도에 대해서 SEA와 이론해를 비교한 것이며

그림 8은 가진점 모빌리티에 대해 SEA와 통계적인 방법을 이용한 이론해 그리고 실제 유한요소해석프로그램인 ANSYS를 통해 구한값을 옥타브 밴드별로 상호비교한 것인데 고주파수영역으로 갈수록 SEA값이 이론치에 근접해지는 것을 알 수 있다.

#### 4.2 경계요소법(BEM)을 이용한 방사특성

구조물의 방사특성을 나타내주는 변수로서는 음향강도(sound intensity), 음향파워(sound power) 및 방사효율(radiation efficiency)등이 있으며, 지배방정식인 파동방정식과 경계조건을 동시에 만족하는 압력분포를 구하고 이로부터 음향강도, 음향파워, 및 방사효율 등을 구하게 된다.

본 연구에서는 구조물의 방사특성을 경계요소해석 프로그램인 COMET으로 해석하였다. 구조물의 경계면요소의 분할은 4절점 쉘요소를 사용하여 ANSYS에서 모델링하였으며, 이때 요소의 크기 또한 최대관심주파수파장의 1/4보다 작도록하여 단순평판은, 756개의 절점과 700개의 요소가 형성되었으며 보강평판은 800개의 절점과 764개의 요소가 형성되었다. 경계면의 속도경계조건은 유한요소해석에서의 진동결과치를 이용하였다. 본 해석이 전형적인 외부음장문제인 관계로 간접적인 방법(Indirect Method)을 이용하였으며, 음향계(공기)의 밀도가 구조물의 밀도보다 상대적으로 아주 작은 관계로 비연성(Uncoupled)이라는 가정하에 해석을 수행하였다.

해석결과 보강평판의 방사효율이 단순평판보다 컸음을 알 수 있었으며 그림 9에 해석결과가 평판의 방사효율에 대한 이론곡선과 함께 표시되어 있다.

#### 5. 결론

실제 기계구조물은 대부분 단순평판이 아니라, 부분부분 보강재에 의해 강성을 증가시킨 형상을 가지고 있다. 따라서, 실제의 물체에 접근한 구조물의 진동과 음향방사특성에 대한 연구는 중요하리라 판단되어 단순평판과 보강평판을 그 대상으로 연구를 수행하였다.

수치해석과정중 구조물의 모델링시 구조물의 진동특성을 비교적 정확하게 나타낼 수 있는 요소의 최대크기는 최대관심주파수파장의 1/4임을 알 수

있었으며 구조물의 진동해석에서는 모드밀도가 비교적 높은 고주파영역에서 통계적 접근방법이 실제 이론치에 근접하였다, 또한 보강평판의 방사효율은 단순평판보다 높게 나타남을 알 수 있었다. 이는 보강재로 인해 구조물의 강성이 증가됨으로 인해 유효두께가 커진 관계로 임계주파수값이 낮아지고 진동에너지가 불연속면인 보강재(빔)부분에서 소음에너지로 추가방사되기 때문으로 사료된다.

#### 참고문헌

- [1] Fahy, F., *Sound and Structural Vibration*, Academic Press, Inc., 1985.
- [2] Irwin, J. D., Graf, E. R., *Industrial noise and vibration control*, Prentice-Hall, Inc. 1979.
- [3] Lyon, R. H., *Machinery noise and diagnostics*, Butterworths, 1987.
- [4] Beranek, L. L., *Noise and Vibration Control*. McGraw-Hill book company, 1971.
- [5] 김광준, 김정태 등 공역, "소음과 진동", 반도출판사, 1996.

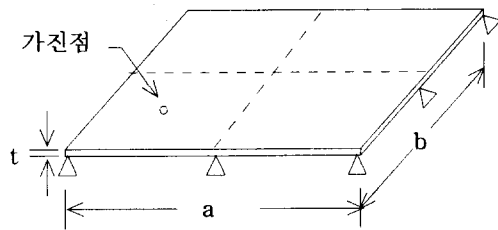


그림 1. 단순평판의 기하학적 형상

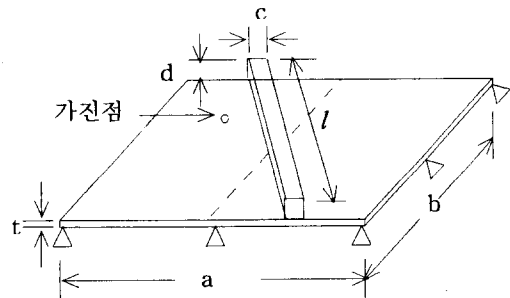


그림 2. 보강평판의 기하학적 형상

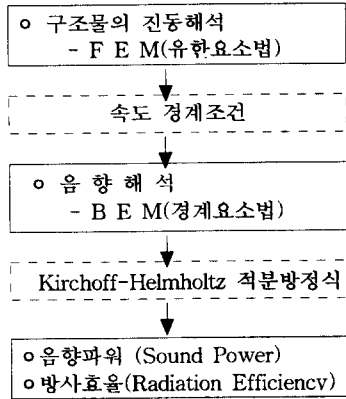


그림 3. 구조물의 진동-소음 문제에 대한 수치해석과정

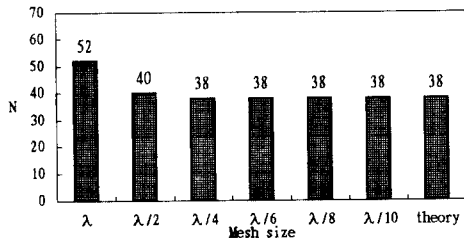


그림 4. 고유진동수에 대한 FEM결과치

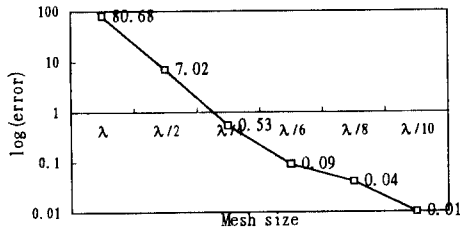


그림 5. 요소의 크기에 따른 고유진동수의 오차

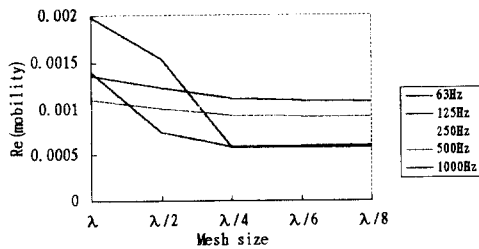


그림 6. 요소의 크기에 따른 가진점 모빌리티

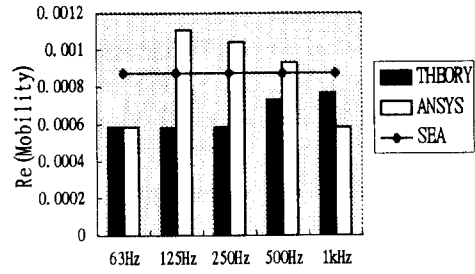


그림 7. 옥타브 밴드별 고유진동수의 개수와 모드밀도

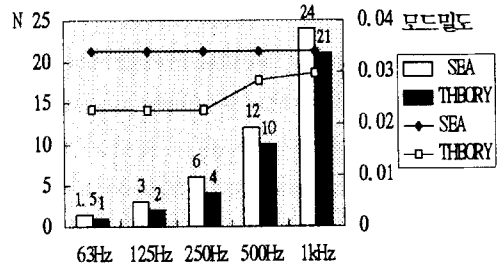


그림 8. 가진점 모빌리티의 상호비교

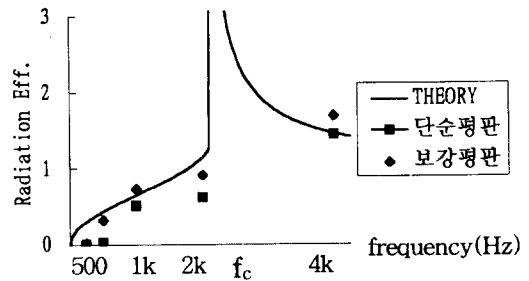


그림 9. 평판구조물의 방사효율과 해석결과