

공기역학적 소음에 대하여

서울대학교 항공우주공학과
노오현

요약

강연의 내용은 주로 유동에 의하여 발생하는 소음으로 제한하지만 초음속 항공기에 형성된 충격파 소음인 Sonic Boom도 함께 간단히 소개하고자 한다.

1. 공기역학적 소음 - Lighthill 방정식

공기역학적 소음이란 고체 표면의 진동에 의하여 발생하는 소리와는 구별하여 유동의 부산물로서 발생하는 소리이다. 유동은 불안정성의 결과로서 유동에 압력섭동(pressure fluctuations)을 포함하게 되는데 주로 압력섭동은 난류의 가속운동과 평형을 이루면서 유동 장이 형성되지만 난류 에너지의 극히 일부가 소리 에너지로 변환되어 전파된다. 예를 들면 아음속 제트 유동에서 제트 출구로부터 제트 출구 직경의 4내지 5배의 제트 유동영역에서 대부분의 소음이 발생되며 기껏해야 제트에너지의 10^{-4} 정도가 소리로 변환된다. 무한한 균질 유체 내에 상대적으로 매우 작은 영역에 제한적으로 분포된 난류 유동에 의하여 발생하는 소음을 계산하기 위하여 Lighthill에 의하여 유도된 파동방정식과 같은 형태의 방정식, 즉 Lighthill 방정식을 써보면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho'^2}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \rho' = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (1)$$

여기서 ρ' 는 밀도섭동량이다.

위 방정식 (1)은 연속방정식과 운동량방정식으로부터 유도되었으며 자세한 과정은 참고문헌을 참조하기 바란다 (1,2,3). 그리고 위 식의 우변항 T_{ij} 를 유명한 Lighthill 응력 텐서라고 부르며 다음과 같이 근사적으로 표현된다.

$$T_{ij} \approx \rho_0 v_i v_j \quad (2)$$

T_{ij} 는 극소적으로 제한된 작은 영역에서 분포되며 제한된 영역 밖에서는 영이다. 방정식 (1)은 Lighthill응력 텐서항을 source항으로 갖는 파동방정식의 형태와 같은 방정식이며 해를 구하기 위하여는 T_{ij} 는 acoustic field의 사전 지식이 없이 미리 난류유동으로부터 계산되거나 또는 실험에 의하여 측정하여 결정하여야 할 기지 양이며 quadrupole source항이라고 부른다. 난류 유동영역에서 T_{ij} 는 영이 되지 않으며 방정식 (1)은 난류가 quadrupole source 분포로서 소리를 발생시킴을 분명히 보여주고 있다.

Lighthill 방정식 (1)의 해는 다음과 같이 주어진다.

$$\rho'(\vec{x}, t) = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \frac{T_{ij}(\vec{y}, t - |\vec{x} - \vec{y}|/c)}{4\pi c^2 |\vec{x} - \vec{y}|} dV \quad (3)$$

위 적분은 T_{ij} 가 영이 아닌 제한된 체적 V 에 걸쳐 적분이 수행되며 해 (3)은 위치 \vec{y} 에 분포된 모든 quadrupole 요소는 $|\vec{x} - \vec{y}|/c$ 시간 후에 관찰자 \vec{x} 에 도달되는 소리속도 c 로 전파되는 sound field를 발생하게 됨을 보여주고 있다. 개개의 source 요소의 효과는 전파거리에 역비례하여 감소하고 있음을 또한 보여주고 있다.

그러면 유동에 의하여 발생하는 전형적인 경우의 제트 소음을 해 (3)으로 부터 계산하여보자.

1) 제트 소음

(1) 아음속 제트 소음

직경이 D 인 노즐을 통하여 속도 U 로 분사되는 제트유동을 생각하자. 해 (3)으로부터 소음의 크기를 계산하기 위하여는 T_{ij} 분포를 정확하게 알고 있지 않으면 안되는데 불행히도 우리는 난류에 대한 정보를 거의 갖고 있지 않다. 그래서 차원 해석을 통하여 특성 변수들의 영향을 살펴보기로 한다. 난류 제트유동에 특성 주파수가 있다면 그 크기는 U/D 일 것이다. sound 주파수 또한 소리를 발생시키는 난류 주파수와 같을 것이다. 이 주기 동안에 소리는 전파속도 c 로 한 파장 거리를 전파하게 될 것이며 파장을 λ 라고 할 때

$$\lambda = c \frac{D}{U}, \quad \lambda = D M^{-1} \quad (4)$$

여기서 M 는 U/c 로 정의된 마하 수이며 source dimension에 대한 소리의 한 파장과의 비와 같으며 compact ratio라 부른다.

느린 아음속 제트유동 ($M \ll 1$)에서는 $\lambda \gg D$ 이며 source region은 compact하다고 한다. 그러므로 해 (3)으로 주어진 적분을 계산할 때 source 체적 내에서의 retarded time variation을 무시할 수 있다. retarded time variation을 무시하고 해 (3)의 크기를 차원 해석을 통하여 크기를 계산하여 보면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sim \frac{1}{\lambda} \quad \text{또는} \quad \frac{M}{D}$$

$$\int_V dV \sim D^3$$

$$T_{ij} \sim \rho_0 U^2$$

위 결과를 해 (3)에 대입하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\rho' \sim \rho_0 M^4 \frac{D}{|\vec{x}|}$$

또는

$$\langle \rho'^2 \rangle \sim \rho_0^2 M^8 \frac{D^2}{|\vec{x}|^2}, \quad M \ll 1 \quad (5)$$

그리고 소리의 intensity I는

$$I = \frac{c^3}{\rho_0} \langle \rho'^2 \rangle \quad (6)$$

결과 (5)를 식 (6)에 대입하면 I는 다음과 같이 표시된다.

$$I = \rho_0 c^3 M^8 \frac{D^2}{|\vec{x}|^2} \quad (7)$$

식 (7)로부터 $I \propto M^8$ 또 U^8 에 비례함을 알 수 있다. 위 결과는 Lighthill이 구한 유명한 결과이며 실험에 의하여 확인되었다. 우리는 위 결과로부터 알 수 있듯이 다행히 아음속 제트 유동은 매우 비효율적인 소음 발생 원이며 일반적으로 모든 compact source에 적용된다.

(2) 초음속제트

$I \propto U^8$ 의 결과는 제트 속도가 빠른 초음속 제트에는 적용되지 않는다. 제트 속도가 초음속($M > 1$)이면 $D = M\lambda$ 에서 $D > \lambda$ 가 되고 source region은 이제는 더 이상 compact source가 되지 못하고 noncompact source로 가정하여야하며 해 (3)에서 source region에 걸친 체적 적분에서 retarded time operation을 고려해 주어야한다. 자세한 계산과정은 생략하고 그 결과만을 써 보면 다음과 같다.

$$\rho' = \frac{1}{4\pi cr} \frac{\partial^2}{\partial r^2} \int_r \int_S T_{rr}(\vec{y}, \tau) dS_r d\tau \quad (8)$$

여기서 $T_{rr} = \frac{x_i x_j}{|\vec{x}|^2} T_{ij}$ 로 표시되는데 T_{ij} 의 관측자 방향의 성분이다. 그리고

$\tau = t - \frac{r}{c} + \frac{y_r}{c}$ 로서 retarded time이다. 그리고 r는 관측자와 source점 사이의 거리이다. 식 (8)의 크기를 위에서와 같이 차원 해석을 통하여 계산하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial r} \sim \frac{1}{D}$$

$$\int_S \sim D^2$$

$$\int_r \sim \frac{D}{U}$$

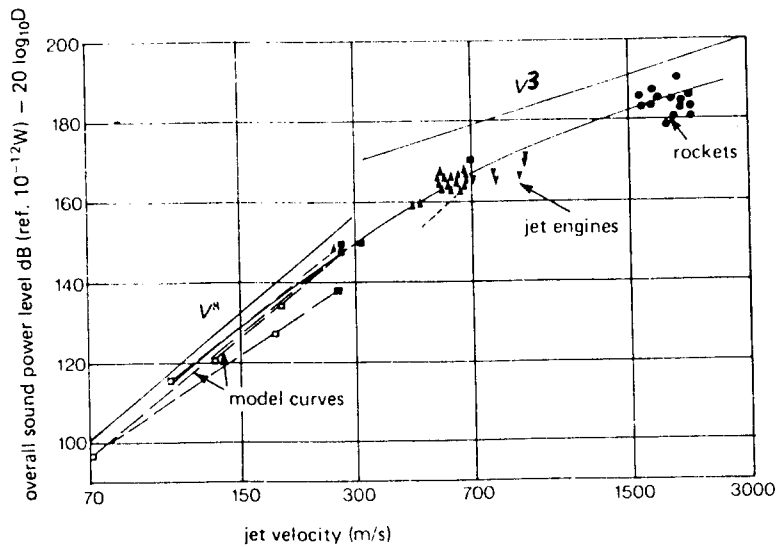
위 결과를 식 (8)에 대입하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\rho' \sim \rho_0 \frac{D}{r} M$$

$$\langle \rho'^2 \rangle \sim \rho_0^2 M^2 \frac{D^2}{r^2} \quad (9)$$

$$I \sim \rho_0 c^3 M^2 \frac{D^2}{r^2}$$

식 (9)로부터 알 수 있듯이 초음속 제트 소리에서는 $I \propto M^8$ 또는 U^8 이 아닌 $I \propto M^2$ or U^2 에 비례함을 보여주고 있다. 다음 그림에서 보여주는 것과 같이 실험 결과는 $I \propto U^3$ 에 비례함을 보여주고 있으며 위의 결과와 차이가 있다.



Variation of acoustic power levels (from Chobotov & Powell: 1957 Ramo Woolridge Corp. Rep. EM-7-7).
 ● rocket; ▼ turbojet (afterburning); ▲ turbojet (military power); ■ exit velocity $M = 0.8$; □ air model (exit velocity $M = 0.8$). D is the jet diameter in metres.

2) 고체 벽면이 존재할 때의 소음

고체 벽면이 난류 유동장에 존재할 때는 고체 벽면에 의하여 발생된 소리를 해 (3)에 추가하여야 한다, 계산 과정은 생략하고 그 결과만을 써 보면 다음과 같다.

$$\rho'(\vec{x}, t) = \text{해 (3)} - \frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial x_j} \int_S n_i \left[\frac{\rho v_i v_j + p_{ij}}{r} \right] dS + \frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \left[\frac{\rho \vec{v} \cdot \vec{n}}{r} \right] dS \quad (10)$$

(1)dipole 소리

고체 벽면이 정지하여 있고 강체이면 고체 벽면 위에서 $\vec{n} \cdot \vec{v} = 0$ 이며 그리고 비점성 유체이면 $p_{ij} = p' \delta_{ij}$ 이므로 식 (10)의 우변 두 번째 항은 다음과 같이 된다.

$$\rho'_d(\vec{x}, t) = - \frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial x_i} \int_S n_i \left[\frac{p'}{r} \right] dS \quad (11)$$

충분히 compact body이면 위 식에서 retarded time variation은 무시되며 식 (11)은 다음과 같이 된다.

$$\rho'_d(\vec{x}, t) = - \frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{F_i}{r} \right] \quad (12)$$

여기서 $F_i = \int_S n_i p' dS$ 로 놓았으며 강체에 의하여 유체에 가한 힘이다. 차원 해석을 위 식 (12)에 적용하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$F \sim \rho_0 U^2 D^2$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sim \frac{M}{D}$$

위 결과를 식 (12)에 적용하면

$$\rho' \sim \rho_0 M^3 \frac{D}{r}$$

$$\langle \rho'^2 \rangle \sim \rho_0^2 M^6 \frac{D^2}{r^2}$$

$$I \sim \rho_0 c^3 M^6 \frac{D^2}{r^2}$$

위 결과로부터 $I \propto M^6$ 에 비례함을 알 수 있다. 위 결과는 난류 유동장 속에 놓인 고체 벽면으로 발생되는 소리는 고체 벽면에 작용하는 fluctuating force에 의하여 발생되며 dipole 소음이라 부르며 저속 ($M < 1$) 난류 유동의 소음보다 $\frac{I_d}{I_q} \sim M^{-2}$ 에 비례하므로 dipole 소음은 quadrupole 소음보다 훨씬 더 효과적으로 발생되는 소리임을 알 수 있다.

예를 들면 바람에 놓인 고체 물체로부터 발생되는 웅웅하는 바람 소리는 바로 이와 같은 원리이다. 또 다른 예는 회전물체로부터 발생되는 소리도 여기에 속한다.

(2) monopole 소리

고체 물체가 강체가 아니고 체적이 변할 때 식 (10)에서 $\vec{v} \cdot \hat{n}$ 은 영이 아니며 다음과 같이 표시된다.

$$\rho'_m(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{Q}{r} \right] \quad (13)$$

여기서 $\frac{Q}{\rho_0} = \int_S \vec{v} \cdot \hat{n} dS$ 로 놓았으며 벽면을 통하여 단위 시간당 유체 내로 전달된 유량이다. 예를 들면 사이렌 소리가 이와 같은 원리에 의하여 발생된 소리이다. 차원해석을 식(13)에 적용하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\rho'_m \sim \rho_0 M^2 \frac{D}{r}$$

$$\langle \rho'_m{}^2 \rangle \sim \rho_0^2 M^4 \frac{D^2}{r^2} \quad (14)$$

$$I_m \sim \rho_0 c^3 M^4 \frac{D^2}{r^2}$$

위 결과 (14)는 $I_m \sim M^4$ 에 비례함을 보여주고 있으며 monopole 소리가 dipole 소리와 quadrupole 소리보다 효과적으로 발생되는 소음임을 알 수 있다.

3) Sound Scattering in Flow

(1) 정지하여 있는 유체 내에 존재한 단일 기포의 소리

정지하여 있는 유체 내에 존재한 단일 기포에 의하여 발생되는 소리를 생각하여 보자. 기포가 주파수 ω 로 진동하는 섭동압력에 노출될 때 기포는 이러한 외부 압력에 의하여 부피를 주기적으로 변화하면서 응답하게 된다. 즉

$$\text{외부입사 섭동압력} : p'(r, t) = p_i(a) e^{i\omega(t - \frac{r}{c})} \quad (15)$$

$$\text{응답} : u_a = \frac{i\omega}{\rho_0 a} p_i \left\{ \frac{\omega^2}{1 + i\omega a/c} \omega_0^2 \right\}^{-1} \quad (16)$$

여기서 u_a 는 기포의 반경방향의 속도 진폭이다.

예를 들어 물 속에 존재한 공기 기포에 대하여는 Helmholtz 수인 $\frac{\omega a}{c} \ll 1$ 이기 때문에

식 (16)에서 무시되므로 기포는 마치 공진 주파수 ω_0 인 감쇄 효과가 매우 작은 진동자와 같은 응답을 하게 된다. 즉 (16)식은 다음과 같이 표시되며 $\omega = \omega_0$ 일 때 속도 진폭이 무한대가 됨을 보여주고 있다.

$$u_a \cong -\frac{i\omega}{\rho_0 a} p_i \{ \omega^2 - \omega_0^2 \}^{-1} \quad (17)$$

여기서

$$\omega_0^2 = \left(\frac{3\gamma p_0}{\rho_0 a^2} + (3\gamma - 1) \frac{T}{\rho_0 a^3} \right)$$

표면 장력 T는 공진 주파수를 약간 크게 한다. 예를 들면 기포의 크기가 10^{-3} cm 일 때 표면 장력에 의한 공진 주파수는 약 5% 증가하므로 무시한다.

평균압력 $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ (1 기압)이고 20° C 의 물 속에 존재한 공기 기포에 대하여는 식 (17)로부터 다음의 매우 흥미 있는 결과를 얻는다.

$$\omega_0 a = \sqrt{\frac{3\gamma p_0}{\rho_0}} = 20.5 \text{ m/sec}$$

위 결과는 공진 Helmholtz 수로 나타내면

$$\frac{\omega_0 a}{c} = 0.014 \quad (18)$$

위 결과 (18)는 물고기 속에 있는 크기 a인 swim bladder의 어떤 특정 주파수에 대한 공진 현상을 sonar로 관측함으로써 고기의 크기를 알 수 있다. 왜냐하면 고기의 크기는 swim bladder의 크기에 비례하기 때문이다.

(2) 난류 유동 속에 놓인 기포의 소리

물의 난류 유동의 소리는 물 속에 들어있는 기포들이 외부의 난류 유동과 평형을 이루는 섭동압력의 광폭 주파수에 공진할 때 발생되며 대개 크게 들린다. 개울물 소리나 집안 수도물 등에서 발생하는 소리는 위와 같은 원리에 의하여 발생된 소리의 좋은 예이다.

자세한 유도 과정을 생략하고 그 결과만을 써보면 다음과 같다.

• 기포가 없을 경우

$$\rho' e^{i\omega t} \Big|_{\text{No bubble}} = \frac{e^{i\omega(t - \frac{|x_0|}{c})}}{4\pi |x_0|^2 c^2} T_{ij} \hat{x}_{0i} \hat{x}_{0j} \quad (19)$$

· 기포가 있을 경우

$$\rho' e^{i\omega t} = -\frac{e^{i\omega(t-\frac{|x_0|}{c})}}{4\pi|x_0|c^2} \frac{T_{ij}}{a^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \frac{1}{\left\{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}(1 + i\omega a/c)\right\}} \quad (20)$$

식 (20)으로부터 알 수 있는 것과 같이 $\omega = \omega_0$ 일 때 진폭은 거의 무한대로 된다.

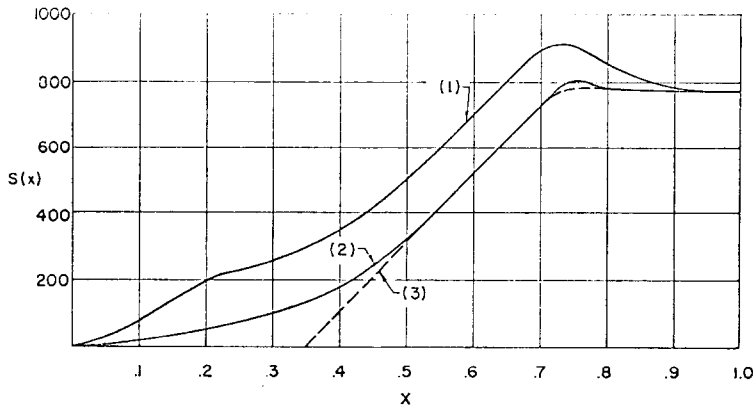
식 (19)과 식 (20)를 비교하여 보면 난류 유동 속에 존재한 기포들에 의하여 발생된 소리의 크기는 난류 유동 자체의 quadrupole에 의하여 발생된 소리에 비하여

$$\left(\frac{c}{\omega a}\right)^2 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}(1 + i\omega a/c)\right)^{-1}$$

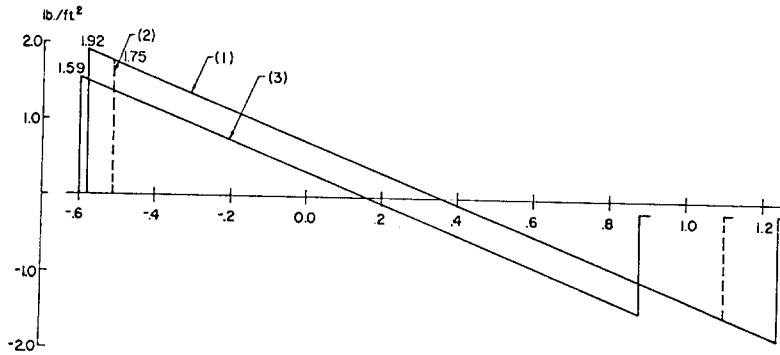
배만큼 크며 이와 같은 원리에 의하여 비정상 물의 흐름에서 소리가 크게 들리는 이유가 된다.

2. Sonic Boom

Sonic Boom 소음은 항공기가 초음속으로 비행할 때 항공기 주위에 형성된 충격파가 지상에 도달할 때에 형성된 압력파이다. 파의 형태는 N형이며 그 대표적인 것이 그림에 보여져있다. 압력은 N자 모양이 나타내듯이 갑자기 증가하는 것이 특징이며 건물의 유리창이나 사람의 귀에 크게 해를 끼치게 된다. 진폭은 항공기의 속도, 고도, 항공기의 외형 등에 관계되며 초음속 항공기 개발에 해결하여야 할 어려운 공학적 문제로 남아있다.



(1) COMPLETE AIRPLANE
(2) = (1) - FUSELAGE EQUIV. AREA
(3) WING ALONE
EQUIVALENT CROSS-SECTIONAL AREA OF A PRESENT SUPERSONIC TRANSPORT CONFIGURATION



SONIC BOOM SIGNATURES FOR CONDITIONS OF FIG. 1

참고문헌

1. M. J. Lighthill, " On Sound Generated Aerodynamically", Proceedings of the Royal Society, Series A, vol. 211, 1952
2. A. P. Dowling and J. E. Ffowcs Williams, Sound & Sources of Sound, Ellis Horwood, 1983
3. M. E. Goldstein, Aeroacoustics, McGraw-Hill International Book Co., 1976
4. O. H. Rho and Y. S. Kim, "Analysis on High Speed Impulsive Noise of Transonic Helicopter Rotor", Proceedings of American Helicopter Society 48th ANNUAL forum, 1992