

직교보강된 복합재료원통셸의 진동 및 좌굴해석

Free Vibration and Buckling Analysis of the Composite Laminated Cylindrical Shells with the Orthogonal Stiffeners

이 영 신* (Young-Shin Lee), 김 영 완** (Young-Wann Kim)

Abstract : The analytical solutions for the free vibration and buckling of cross-ply laminated composite cylindrical shell with axial stiffeners(stringers) and circumferential stiffeners(rings), that is, orthogonally stiffened shells, are presented using the energy method. The stiffeners are assumed to be an integral part of the shell and have been directly included in analysis(it's called discrete stiffener theory). The effect of the parameters such as the stacking sequences, the shell thickness, the shell length-to-radius ratio are studied. By comparison with the previously published analytical results for the stiffened cylindrical shells, it is shown that natural frequencies can be determined with adequate accuracy.

Keywords : stiffener (보강재), stringer(스트링거), ring(링), discrete stiffener theory(이산보강이론)

1. 서 론

보강셸은 항공기, 우주선, 잠수함, 미사일 등에 널리 이용되고 있는 구조물로서 동적 하중을 받음으로써 진동이나 피로파괴 등을 유발시킬 수 있어 예전 부터 많은 연구자들이 보강된 구조물에 대한 구조안정성 및 동적거동에 관심을 가져 왔다. 최근에 이르러 비강도 및 비강성이 우수한 복합재료를 채용하여 구조물의 두께를 얇게 할 수 있게 되어 얇은 셸구조물에 복합재료가 활발히 이용되고 있다. 따라서 이들 셸구조물의 구조특성을 향상시키기 위해 보강을 필요로 한다. 그러나 예전의 보강셸의 동적특성에 대한 연구들은 거의 대부분이 등방성재료에 국한되어 이루어 졌으며, 복합재료로 만들어진 보강셸에 대해서는 연구가 매우 미미한 상태이다.

등방성 보강셸의 해석에 대해 Hoppman[1]이 1958년 연구를 수행하였다. 그는 구조물의 표면에 보강요소를 확산시켜 등가굽힘 및 신장계수를 구하여 전체적으로 보강된 원통셸의 동적해석을 하였다. 편심보강된 셸의 고유진동수에 대한 내평면 및 회전관성의 영향이 Parthan 과 John[2]에 의해 연구되었다. 이들의 해석은 대칭 보강재로 제한하였다. 축방향력을 받고 스트링거 또는 링 보강셸에 대한 고유진동수는 Rosen 과 Singer[3]에 의해 연구되었으며, 이들은 확산보강이론(smearred stiffener theory)을 사용하였으며, 이때 보강재의 회전관성이 무시되었으나 진동수의 실험 및 이론간에 비교적 좋은 일치를 보였다. 한편 직교보강셸에 대해 ESDU(Engineering Science Data Unit)[4]에서는 Parthan[2]의 방법을 기초로 하여 진동해석을

수행하였다. Singer 등[5]은 확산이론을 이용하여 직선단을 따라 다양한 경계조건을 갖는 예하중 보강원통판넬의 진동해석을 위한 방법을 개발하였다. Mustafa 등[6]은 에너지법을 이용하여 스트링거 또는 링으로 보강된 셸에 대한 진동해석을 수행하였으며, 두가지 보강재를 동시에 고려한 셸에 대해서도 해석을 하였다. 현재까지 많은 연구자들이 복합재료의 기계적 우수성을 고려하여 복합재료로 만들어진 보강되지 않은 셸구조물에 대한 진동해석을 비교적 많이 수행하였으며, 앞에서 제시된 바와 같이 보강구조물의 경우에는 모두 등방성재료에 관한 연구로써 복합재료적층원통셸에 대해서는 최근에 와서 관심이 집중되기 시작하였다. Reddy 등[7]은 원통셸이 cross-ply로 적층되고, 보강재는 일방향적층인 보강셸에 대해 확산보강이론을 이용하여 좌굴해석을 수행하였다. 최근 1995년에 Schokker 등[8]은 복합재료로 적층된 링보강원통셸에 대해 동적환경에서의 좌굴거동을 연구하였다. Starnes[9,10] 등은 압축하중을 받는 보강복합재료 판 및 원통판넬에 대해 실험적으로 후좌굴거동 및 파괴거동을 연구하였다. 그리고 Sridharan 등[11]은 점근법을 이용하여 보강복합재료원통판넬에 대해 국부좌굴 및 후좌굴거동을 해석하였다. Goswami 등[12]은 보강복합재료원통판넬에 대해 유한요소법을 이용하여 비선형과도해석을 하였으며, Kim 등[13]은 축방향압축하중을 받는 복합재료원통판넬에 대해 후좌굴거동 및 파괴거동을 실험 및 유한요소법을 이용하여 연구하였다. 그리고 국내에서는 이영신 등이 보강원통셸의 최적구조설계에 대한 연구[14]와 보강적층원통셸, 판넬의 진동해석 및 좌굴해석[15,16]과 유체로 채워진 보강원통셸의 자유진동해석[17]을 수행하였다.

* 충남대학교 기계설계공학과 교수

** 충남대학교 기계설계공학과 대학원

이와 같이 복합재료적층 보강구조물에 대해 기존의 연구는 대부분이 비교적 접근이 용이한 판 및 판넬에 대해 연구가 수행되었으며, 복합재료원통셀에 대한 연구는 매우 미미한 상태이다. 따라서 본 연구에서는 직교보강(길이방향 및 원주방향 보강)된 복합재료원통셀에 대해 에너지법을 이용하여 좌굴 및 진동해석을 수행하였으며 이산보강 이론을 해석에 이용하였다.

2. 수식화

본 연구에서 고려된 복합재료 적층원통셀의 각층은 완전하게 결합되었으며, Fig. 1 과 같이 길이 L , 두께 h 및 반경 R 을 갖는다. 이 때의 좌표계는 (x, ϕ, z) 로 표현되며, x 는 축방향, ϕ 는 원주방향, z 는 반경방향을 나타낸다. 각각의 방향에 대한 변위 성분을 u, v, w 로 표현하였다. 그리고 복합재료원통셀은 수직으로 스트링거와 링으로 보강되었으며, 보강재의 형태를 Fig. 1에 나타냈다. 여기서 d_s, d_r 및 b_s, b_r 는 각각 스트링거와 링의 높이 및 폭을 나타내며, \bar{z}_s, \bar{z}_r 는 셀의 중앙면에서 보강재의 중심까지의 거리이다. 여기서 하첨자(s)는 스트링거, (r)은 링을 나타낸다. 먼저 원통셀에 대한 변형률에너지는 다음과 같이 된다.

$$U_c = \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^{2\pi} \int_0^L [N_x \varepsilon_x + N_\phi \varepsilon_\phi + N_{x\phi} \varepsilon_{x\phi} + M_x \kappa_x + M_\phi \kappa_\phi + M_{x\phi} \kappa_{x\phi}] (R+z) dx d\phi dz \quad (1)$$

여기서 $N_x, N_\phi, N_{x\phi}, M_x, M_\phi, M_{x\phi}$ 는 합응력 및 합모멘트를 나타내며, 각각의 변형률 및 곡률은 Flügge 이론에 따라 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= u_{,x} & \varepsilon_\phi &= \frac{v_{,\phi}}{R} + \frac{w}{R+z} \\ \varepsilon_{x\phi} &= \frac{u_{,\phi}}{R+z} + \frac{R+z}{R} v_{,x} & \kappa_x &= -w_{,xx} \\ \kappa_\phi &= -\frac{w_{,\phi\phi}}{R(R+z)} & \kappa_{x\phi} &= -\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R+z}\right) w_{,x\phi} \end{aligned} \quad (2)$$

한편 고려된 셀은 양단이 단순지지된 경계조건을 가지며 다음과 같은 수학적 표현식을 갖는다.

$$v = w = M_x = N_x = 0 \quad \text{at } x = 0, L \quad (3)$$

단순지지 경계조건을 만족하는 변위식을 삼각함수를 이용하여 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= U_{mn} \cos m\pi x/L \cos n\phi \cos \omega_{mn} t \\ v &= V_{mn} \sin m\pi x/L \sin n\phi \cos \omega_{mn} t \\ w &= W_{mn} \sin m\pi x/L \cos n\phi \cos \omega_{mn} t \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 U_{mn}, V_{mn}, W_{mn} 는 각 방향에 대한 진폭을 나타내며, ω_{mn} 은 각 모드에 대한 각진동수를 나타낸다. 가정된 변위식(4)과 변형률 및 곡률식(2)을 이용하면 식(1)의 변형률에너지는 다음과 같이 진폭항으로 정리된다.

$$U_c = \left[\alpha_{11}^c U_{mn}^2 + \alpha_{22}^c V_{mn}^2 + \alpha_{33}^c W_{mn}^2 + 2\alpha_{12}^c U_{mn} V_{mn} + 2\alpha_{13}^c U_{mn} W_{mn} + 2\alpha_{23}^c V_{mn} W_{mn} \right] \quad (5)$$

여기서 계수 α_{ij}^c 는 복합재료적층재의 특성을 나타내는 각각의 강성계수 A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} 와 셀의 기하형상에 의해 결정되는 값이다.

한편 길이방향보강재인 스트링거에 대한 변형률에너지는 이산이론을 이용하면 다음과 같은 표현식으로 이루어진다.

$$U_s = \sum_{k=1}^s \frac{E_{xs}}{2} \int_0^L \int_{A_k} \varepsilon_{xs}^2 dA_k dx + \sum_{k=1}^s \frac{(GJ)_k}{2} \int_0^L \left(\frac{w_{s,x\phi}}{R} \right)^2 dx \quad (6)$$

$$\varepsilon_{xs} = u_{s,x}$$

여기서 ε_{xs} 스트링거에 대한 길이방향변형률을 나타내며, $(GJ)_k$ 와 A_k 는 k 번째 스트링거에 대한 비틀림강성 및 단면적을 나타내며, 셀의 중앙면에서 z 만큼 떨어진 곳에서의 스트링거에 대한 변위는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\begin{aligned} u_s &= u - z w_{,xx} \\ v_s &= (R+z)/R v - z/R w_{,\phi} \\ w_s &= w. \end{aligned} \quad (7)$$

가정된 변위식을 대입하여 적분을 취하면 다음과 같이 스트링거 보강재에 대한 변형률에너지 식이 진폭의 항으로 만들어진다.

$$U_s = \alpha_{11}^s U_{mn}^2 + \alpha_{33}^s W_{mn}^2 + 2\alpha_{13}^s U_{mn} W_{mn} \quad (8)$$

한편 원주방향보강재인 링에 대한 변형률에너지는 다음과 같이 원주방향변형에 의한 에너지와 비틀림강성에 의한 에너지의 합으로 표현될 수 있다.

$$U_r = \sum_{k=1}^r \frac{E_{xk}}{2} \int_0^{2\pi} \int_{A_r} \varepsilon_{\phi r}^2 dA_{rk} (R+z) d\phi + \sum_{k=1}^r \frac{(GJ)_{rk}}{2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{R} w_{r,\phi} d\phi \quad (9)$$

$$\varepsilon_{\phi r} = (v_{r,\phi} + w_r) / (R+z) \quad (10)$$

여기서 링에 대한 변형은 앞에서 이용되었던 스트링거에 대한 변형과 같은 표현식을 갖으므로 이를 이용하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$U_r = \alpha_{22}^r V_{mn}^2 + \alpha_{33}^r W_{mn}^2 + 2\alpha_{23}^r V_{mn} W_{mn} \quad (11)$$

고려된 복합재료원통셀의 운동에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$T_c = \frac{1}{2} \rho_t \int_0^L \int_0^{2\pi} (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) R dx d\phi \quad (12)$$

$$\rho_t = \sum_{k=1}^N \rho_k h_k$$

여기서 (·)는 시간에 대한 미분을 나타내며, 정의된 운동에너지식에 가정된 변위식을 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$T_c = \omega_{mn}^2 \left[\beta_{11}^c (U_{mn}^2 + V_{mn}^2 + W_{mn}^2) \right] \quad (13)$$

한편 스트링거보강재에 대한 운동에너지는 다음과 같다.

$$T_s = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^s \rho_{sk} \int_0^L \int_{A_{sk}} (\dot{u}_s^2 + \dot{v}_s^2 + \dot{w}_s^2) dA_{sk} dx \quad (14)$$

가정된 변위식을 이용하여 정리하면 다음과 같이 진폭항으로 정리된다.

$$T_s = \omega_{mn}^2 \left[\beta_{11}^s U_{mn}^2 + \beta_{22}^s V_{mn}^2 + \beta_{33}^s W_{mn}^2 + 2\beta_{13}^s U_{mn} W_{mn} + 2\beta_{23}^s V_{mn} W_{mn} \right] \quad (15)$$

그리고 링에 대한 운동에너지는 다음과 같이 정의된다.

$$T_r = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^r \rho_{rk} \int_0^{2\pi} \int_{A_{rk}} (\dot{u}_r^2 + \dot{v}_r^2 + \dot{w}_r^2) (R+z) dA_{rk} dx \quad (16)$$

정의된 셀과 링간의 변위관계를 이용하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$T_r = \omega_{mn}^2 \left[\beta_{11}^r U_{mn}^2 + \beta_{22}^r V_{mn}^2 + \beta_{33}^r W_{mn}^2 + 2\beta_{13}^r U_{mn} W_{mn} + 2\beta_{23}^r V_{mn} W_{mn} \right] \quad (17)$$

길이방향 및 원주방향으로 보강된 복합재료원통셀이 길이방향압축력만을 받는 경우를 고려하면, 이 압축력에 의한 한 일(work done)은 다음과 같이 정의된다.

$$W = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \bar{N}_x w_{,x}^2 R dx d\phi \quad (18)$$

여기서 \bar{N}_x 는 압축력을 나타내며, 이 식을 정리하면 다음과 같이 된다.

$$W = \alpha_{44} \bar{N}_x W_{mn}^2 \quad (19)$$

스트링거로 보강된 원통셀에 대한 총변형률에너지 및 운동에너지는 각각의 에너지를 합하면 되므로 보강된 원통셀에 대한 진동수방정식은 다음의 Rayleigh-Ritz 법을 이용하면 쉽게 구할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial X_i} (U_i - T_i + W) = 0, \quad X_i = U_{mn}, V_{mn}, W_{mn} \quad (20)$$

식(20)을 적용하면 다음과 같은 행렬형태의 진동수 방정식이 유도된다.

$$[K] - \omega_{mn}^2 [M] - \bar{N}_x [W] = 0 \quad (21)$$

이 고유치문제를 풀어 보강된 원통셀에 대한 좌굴 하중 및 고유진동수를 예측할 수 있다.

3. 수치결과 및 토의

본 해석해의 정확도를 검증하기 위해 3 적층으로 [0/90/0] 대칭적층된 보강셀에 대해 Ref.[7]의 좌굴 해석결과를 비교하여 Fig.2 에 나타냈다. 보강재는 등간격으로 일방향 단일적층 되었으며, 이들의 기하형상 및 재료물성은 Fig.2 와 같다. 그림에 나타난 것처럼 참고문헌과는 최대 약 1.7%의 차이를 보이고 있으며, 본 해석해가 약간 작은 좌굴하중을 갖으나, 비교적 잘 일치하고 있다. 그리고 보강재수가 많아질 수록 좌굴하중은 증가를 한다.

한편 직교보강된 등방성원통셀에 대해 고유진동수를 기존문헌[4,6]과 비교하였으며, 이 때 고려된 재료물성 및 기하형상은 Table 1 에 제시되었다. Table 2 는 본 해석결과와 기존문헌의 이론결과[4,6] 를 비교한 것으로 참고문헌[4]의 결과와의 차이는 최대 4.02%, 참고문헌[6]과는 최대 2.23%미만으로 비교적 잘 일치하고 있다.

앞으로 제시될 모든 수치예에서 사용될 복합재료는 Glass/epoxy 복합재료로 다음과 같은 물성을 갖는다.

$$E_{22} = 7.6 \text{ Gpa} \quad E_{11}/E_{22} = 2.5 \quad G_{12} = 4.1 \text{ Gpa}$$

$$\nu_{12} = 0.26 \quad \rho = 1643 \text{ kg/m}^3$$

Fig.3 에서는 대칭적층에 대해 적층수의 변화에 따른 고유진동수를 비교하였다. 이 때 스트링거 및 링의 수는 각각 10 개이다. 축방향반파수(m)은 1 이고 원주방향반파수(n)의 변화에 대해 고찰하였다. 그림에 나타난 것처럼 보강이 되지 않은 원통셀에 대해서는 적층수의 증가는 진동수를 증가시키나, 보강셀에 대해서는 적층수의 영향이 그리 크게 작용하지 않는다. 이와 같은 현상은 보강에 의한 강성증가보다는 적층수증가에 의한 강성증가가 작기 때문에 나타나는 현상이다. 보강을 함으로써 고유진동수가 증가하였으며, 큰 원주방향반파수에 대해 적층수의 영향이 보다 크게 나타났다.

Fig.4 에서는 Fig.3 에 제시된 원통셀에 대해 좌굴하중을 저차 3 가지모드에 대해 제시하였다. 그림에 제시된 것처럼 비보강셀 및 보강셀에 대해 적층수의 증가는 좌굴하중을 증가시키며, 비보강셀에 대해 적층수를 더욱 많이 하면 좌굴하중은 거의 일정한 값으로 접근함을 예측할 수 있으나 보강셀에 대해서는 적층수의 효과가 비보강셀보다 민감하게 반응을 한다.

Fig.5 에서는 $[0/90]_{16}$ 대칭 16 적층된 보강셀에 대해 보강재수의 영향에 따른 고유진동수의 변화거동을 나타낸다. 그림에서 처럼 보강재수의 증가에 따라 고유진동수는 증가하며, 큰 원주방향반파수에 대해 보강재의 영향이 크게 작용한다. 한편 보강재가 어느 한도까지 증가를 하게 되면 고유진동수는 거의 일정한 값으로 접근함을 예측할 수 있다. 한편 Fig.6 은 Fig.5 에 이용된 셀에 대해 좌굴해석한 결과를 제시하였다. 도시된 것처럼 보강재수의 증가는 좌굴하중을 증가시키며, 보강재수의 영향이 진동수에 미치는 경향과는 반대로 작은 반파수에서 보다 민감하게 작용을 한다.

Fig.7 은 $[0/90]_{16}$ 셀의 길이 대 반경(L/R)의 변화에 따른 좌굴하중 및 기본진동수의 거동을 표시한 것으로 보강재의 수는 10 개 및 20 개로 두 경우를 고려하였다. 그림에서 처럼 좌굴하중은 길이 대 반경비가 커질 수록 초기 $L/R=10$ 까지 급격히 감소하다가 그 이상이 되면 거의 같은 비로 접근함을 알 수 있다. 그러나 L/R 비가 어느 이상 ($L/R=35$)이 되면 좌굴하중이 급격히 감소하는 거동을 하며, 이는 좌굴에 대해 L/R 가 매우 커지면,

셀의 특성이 사라지고 빔의 거동을 하게 된다는 것을 의미한다. 마찬가지로 기본진동수도 초기에는 급격히 감소하다가 거의 일정한 값으로 접근을 하고 있다. 그리고 앞에서 제시된 바와 같이 보강재수가 많을 수록 큰 진동수 및 좌굴하중을 갖는다.

Fig.8 에서는 $[0/90]_8$ 대칭적층적층에 대해 셀의 두께 대 반경비(h/R)의 변화에 따른 좌굴하중 및 기본진동수의 거동을 보여 주고 있다. h/R 의 비가 커질 수록 좌굴하중은 2 차원적으로 증가하며, 좌굴하중의 경우 다른 h/R 비에 대해 보강재수를 달리하면 서로간의 차는 거의 일정하게 나타났으나, 진동수의 경우 작은 h/R 비에서는 서로간의 차이가 다른 곳에 비해 크게 나타났다.

4. 결 론

본 연구에서는 직교보강된 복합재료 원통셀에 대해 에너지법을 기초로 하여 좌굴 및 진동해석이 수행되었고, 보강원통셀에 대해 기존의 자료와 비교하여 잘 일치하였으며, 몇가지 수치예로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

- ① 보강재수를 증가시키면 즉, 보강을 많이 할수록 좌굴하중 및 고유진동수가 증가하는 거동을 한다.
- ② 적층수를 증가시키면 좌굴하중 및 고유진동수가 증가를 하나, 어느 이상이 되면 거의 일정한 값으로 접근을 한다.
- ③ 셀의 길이 대 반경비의 증가는 좌굴하중 및 고유진동수를 증가시키며, 좌굴하중의 경우 L/R 의 비가 어느값 이상이 되면 셀의 기능을 상실하여 빔의 거동을 하며, 고유진동수의 경우에는 거의 일정한 값으로 접근을 한다.
- ④ 셀의 두께 대 반경비의 증가 즉, 셀의 두께가 두꺼워질 수록 좌굴하중 및 고유진동수 모두 증가하는 거동을 한다.

REFERENCES

1. W. H. Hoppmann, 1958, "Some Characteristics of Flexural Vibrations of Orthogonally Stiffened Cylindrical Shells", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 30, pp.77-83.
2. S. Parthan and D. J. Johns, 1970, "Effects of Inplane and Rotatory Inertia on the Frequencies of Eccentrically Stiffened Cylindrical Shells", AIAA Journal, Vol. 8, pp.253-261.
3. A. Rosen and J. Singer, 1974, "Vibrations of Axially Loaded Stiffened Cylindrical Shell", J. Sound and Vibration, Vol.34, pp.357-378.
4. ESDU, 1982, "Free Vibrations of Thin Walled Orthogonally Stiffened Circular Cylindrical Shells", ITEM No.80040.

5. J. Singer, A. Rand and A. Rosen, 1984, "Vibrations of Axially Loaded Stiffened Cylindrical Panels with Elastic Restraints", J. Sound and Vibration, Vol.93, pp.397-408.

6. B.A.J. Mustafa and R. Ali, 1989, "An Energy Method for Free Vibration Analysis of Stiffened Circular Cylindrical Shells", Computers and Structures, Vol.32, No.2, pp. 355-363.

7 J.N. Reddy and J.H. Starnes, Jr, 1993, "General Buckling of Stiffened Circular Cylindrical Shells According to a Layerwise Theory", Computers & Structures, Vol.49, No.4, pp.605-616.

8 A. Schokker, A. Kasagi and S. Sridharan, 1995, "Dynamic Interactive Buckling of Ring-Stiffened Composite Shells", AIAA J., Vol.33, No.10, pp.1956-1962.

9. J.H.Starnes Jr., N.F.Knight Jr., and M. Rouse, 1985, "Postbuckling Behavior of Selected Flat Stiffened Graphite-Epoxy Panels Loaded in Compression", AIAA J., Vol.23, No.8, pp.1236-1246.

10. N.F.Knight Jr., J.H.Starnes Jr., 1988, "Postbuckling Behavior of Selected Curved Stiffened Graphite-Epoxy Panels Loaded in Axial Compression", AIAA J., Vol.26,

No.3, pp.344-352.

11. S. Sridharan and M. Zeggane, 1992, "Postbuckling Response of Stiffened Composite Cylindrical Shells", AIAA J., Vol.30, No.12, pp.2897-2905.

12. S. Goswami and M. Muhopadhyay, 1995, "Geometrically Non-Linear Transient Dynamic Response of Laminated Composite Stiffened Shells", J. of Reinforced Plastics and Composites, Vol.14, pp.618-640.

13. Z.G. Kim, C.S. Hong, and C.G. Kim, 1995, "Postbuckling Analysis of Stringer-Stiffened Composite Laminated Cylindrical Panels", J. of Reinforced Plastics and Composites, Vol.14, pp.827-846.

14. 이영신, 김대원, 1989, "보강원통셸의 최적구조 설계에 관한 연구", 대한기계학회논문집, 제13권, 제2호, pp.205-212.

15. 이영신, 허남일, 1993, "구멍이 있는 보강된 적층원통셸의 좌굴 및 진동해석", 한국항공우주학회, 93년도 제학술대회논문집, pp.437-440.

16. 이영신, 염기연, 1995, "내부가 유체로 채워진 보강원통셸의 자유진동해석", 대한기계학회, 95년도 춘계학술대회논문집, pp.721-725.

Table 1 Properties of the orthogonally stiffened isotropic shell

Properties			
$E(GPa)$	207	$L(m)$	0.813
ν_{12}	0.3	$R(m)$	0.203
$\rho(kg/m^2)$	7430	$h(m)$	0.00204
No. of stringer/ring	20/13	$b_s/b_r(m)$	0.006/0.004
		$d_s/d_r(m)$	0.008/0.006

Table 2 Natural frequencies of an orthogonally stiffened isotropic shell

m=1	Natural frequencies(Hz)				
	n	Present	Ref.[4]	Discp.(%)	Ref.[6]
1	942	938	0.43	932	1.07
2	439	443	0.90	449	2.23
3	337	348	4.02	334	0.90
4	482	492	2.03	478	0.84
5	740	745	0.67	746	0.80

Discp. : discrepancy

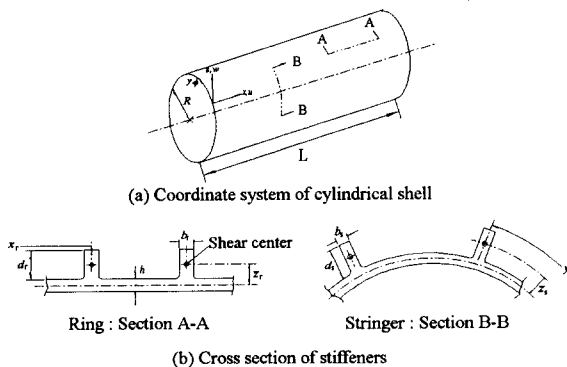


Fig.1 Coordinate system and stiffener cross-section for the composite cylindrical shell

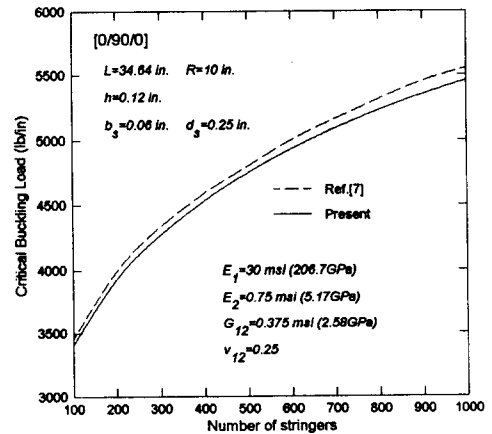


Fig.2 Comparison of buckling load for a stiffened composite cylindrical shell [0/90/0] with Ref.[7]

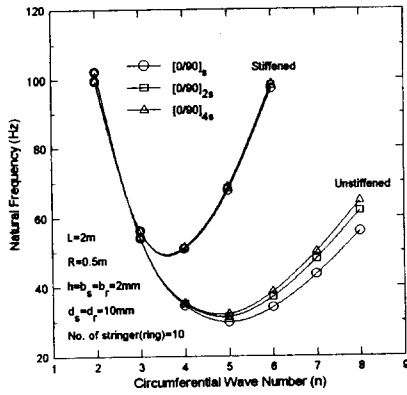


Fig. 3 The effect of layer number on the natural frequency for the symmetric composite cylindrical shells

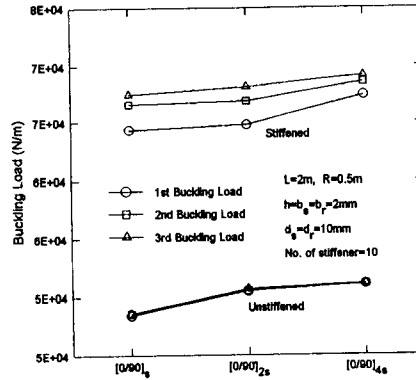


Fig. 4 The effect of layer number on the buckling load for the symmetric composite cylindrical shells

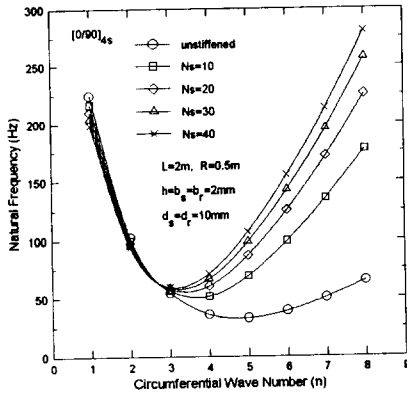


Fig. 5 The effect of stiffener number on the natural frequency for the symmetric composite cylindrical shells

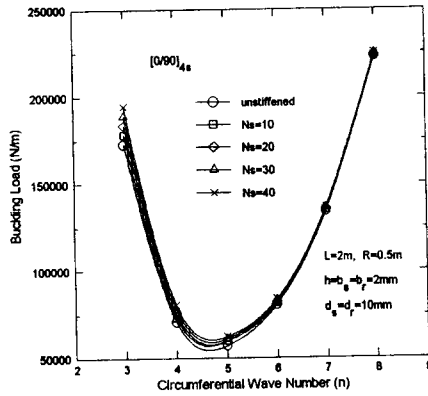


Fig. 6 The effect of stiffener number on the buckling load for the symmetric composite cylindrical shells

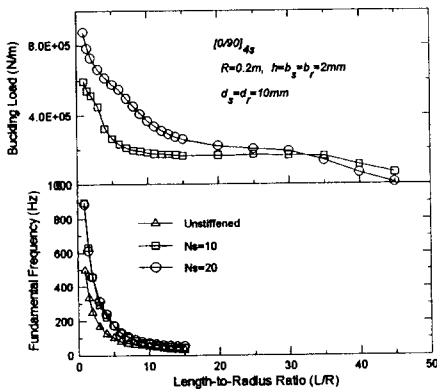


Fig. 7 The effect of L/R ratio on the buckling load and fundamental frequency for the $[0/90]_{4s}$ composite cylindrical shell

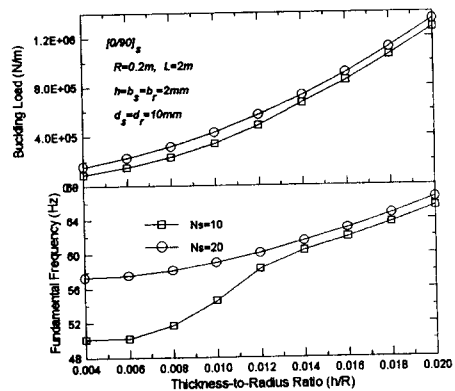


Fig. 8 The effect of R/h ratio on the buckling load and fundamental frequency for the $[0/90]_s$ composite cylindrical shell