

전달영향계수법에 의한 원통형 셸 구조물의 자유진동해석

문덕홍* · 0여동준**

Free Vibration Analysis of Cylindrical Shell Structures with Stiffeners by Transfer Influence Coefficient Method

D.H. Moon · D.J. Yeo

This paper describes the formulation for the vibration analysis of cylindrical shells with stiffeners by the transfer influence coefficient method. This method was developed on the base of the concept of the successive transmission of dynamic influence coefficients. The simple computational results from a personal computer demonstrate the validity of the present method, that is, the numerical high accuracy and the flexibility of programming, are compared with results of the transfer matrix method. It is also confirmed that the present algorithm could provide the solutions of high accuracy for system with a number of intermediate rigid supports. And all boundary conditions and the intermediate stiff supports such as intermediate rigid supports between shell and foundation can be treated only by adequately controlling the values of the spring constants.

1. 서 론

링보강된 원통형 셸은 유체나 가스운반용의 파이프나 여러가지 우주항공 분야의 구조물에 자주 사용되고 있고, 그 진동을 구명하는 것은 이들 구조물의 설계상 대단히 중요하며, 이미 많은 연구가 행해져 왔다. Galletly⁽¹⁾는 에너지법을, Wah와 Hu⁽²⁾는 유한차분 계산을, Saito와 Yamaguchi⁽³⁾는 전달매트릭스법과 강성매트릭스법을 결합시킨 방법을, Al-Najafi와 Warburton⁽⁴⁾은 유한요소법을 이용하여 고유진동수와 고유모드를 구하였다.

그러나 유한요소법의 이용은 구조물의 규모가 커지게되어 자유도수가 증가하면 이들의 연립방정식을 풀어야하므로, 기억용량이 큰 컴퓨터가 필요하게 되고, 전달매트릭스법은 기억용량이 비교적 적은 퍼스널컴퓨터 정도로도 계산수행이 가능하나, 중간에 단단한 탄성지지기 존재하는 경우라든지, 고차의 고유진동수를 구하는 경우에는 수치계산상 문제점이 지적되고 있다⁽⁵⁾.

본 연구에서는 동적영향계수의 축차전달에 그 기본개념을 두고있는 전달영향계수법을 이용하여 링보강재를 갖는 원통형 셸에 대한 고유진동수와 고유모드를 구하는 진동해석 알고리즘을 정식화하였다. 간단한 모델에 대해 수치실험을 수행하여 전달영향계수법으로 구한 결과를 전달매트릭스법 및 Wah등⁽²⁾과 Saito등⁽³⁾의 결과와 비교·검토하여 본 기법의 유용성을 검증하였다.

2. 지배방정식

Fig. 1은 임의 위치에 탄성스프링 또는 보강재를 갖는 원통형 셸에 대해 좌표의 설정과 상태량들의 정방향을 나타내고 있다. 해석 알고리즘의 정식화에 앞서 다음과 같은 가정을 한다.

(1) 셸의 두 경계, 즉 $x=0$ 및 $x=l$ 는 임의의 경계조건을 가진다. x 축 방향에 있어서 원통형 셸에 탄성스프링이 존재하거나 보강재가 부착되어 있어 힘벡터가 불연속이 되는 곳을 나누어서 n 개의 요소로 분할한다.

(2) 각 절원주에는 보강재가 단단히 부착되어 있거나, 축, 원주 및 반경방향의 스프링과 원주에 대

* 정회원, 부산수산대학교 제어기계공학과

** 정회원, 여수수산대학교 기관공학과

한 회전에 저항하는 회전스프링으로 지지되어 있다. 단, 각 경계의 절원주에는 스프링만으로 지지되어 있는 것으로 한다.

(3) 임의의 절원주 j 에서 x , ϕ 및 z 축 방향의 변위들과 ϕ 축 주위의 각변위는 연속이다.

기호 위에 $(-)$ 가 붙은 것은 무차원량이고, $(-)$ 가 붙지 않는 것은 차원량이다. 또한 \sim 가 붙은 것은 절원주 좌측의 무차원 물리량이며, \wedge 가 붙은 것은 절원주 우측의 무차원 물리량이다. 위첨자 i 는 매트릭스의 전치, 하첨자 j 는 절원주 j 또는 j 번째 원통형 셀요소의 물리량을 나타낸다.

임의의 원통형 셀요소의 힘과 모멘트의 방향이 Fig. 1과 같을 때 운동방정식은 다음과 같다⁽⁶⁾.

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_x}{\partial x_j} + \frac{\partial n_{x\phi}}{a \partial \phi} - \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0, \\ \frac{\partial n_{x\phi}}{\partial x_j} + \frac{\partial n_\phi}{a \partial \phi} - \frac{1}{a} q_\phi - \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= 0, \\ \frac{\partial q_x}{\partial x_j} + \frac{\partial q_\phi}{a \partial \phi} + \frac{1}{a} n_\phi - \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= 0, \\ \frac{\partial m_x}{\partial x_j} + \frac{\partial m_{x\phi}}{a \partial \phi} + q_x &= 0, \\ \frac{\partial m_{x\phi}}{\partial x_j} + \frac{\partial m_\phi}{a \partial \phi} + q_\phi &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

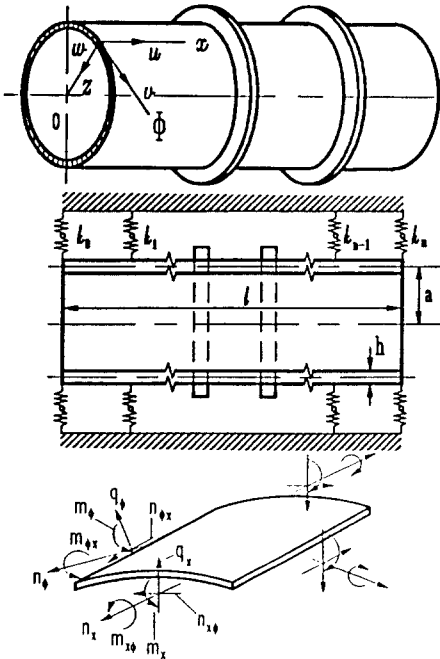


Fig. 1 Stiffened cylindrical shell with co-ordinate convention

Kelvin-Kirchhoff 막력과 전단력은,

$$\begin{aligned} r_x &= n_{x\phi} + \frac{1}{a} m_{x\phi}, \\ s_x &= q_x - \frac{\partial m_{x\phi}}{a \partial \phi} \end{aligned} \quad (2)$$

막력의 성분은,

$$\begin{aligned} n_x &= \frac{Eh}{1-\nu^2} \left\{ \frac{\partial u}{\partial x_j} + \frac{\nu}{a} \left(\frac{\partial v}{\partial \phi} - w \right) \right\}, \\ n_\phi &= \frac{Eh}{1-\nu^2} \left\{ \nu \frac{\partial u}{\partial x_j} + \frac{1}{a} \left(\frac{\partial v}{\partial \phi} - w \right) \right\}, \\ n_{x\phi} &= n_{\phi x} + \frac{1-\nu}{a^2} D \left(\frac{\partial v}{\partial x_j} + \frac{\partial \phi}{\partial \phi} \right), \\ n_{\phi x} &= \frac{Eh}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial u}{a \partial \phi} + \frac{\partial v}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

모멘트 성분은,

$$\begin{aligned} m_x &= D \left\{ \frac{\nu}{a^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial x_j^2} \right\}, \\ m_\phi &= D \left\{ \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \right) + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x_j^2} \right\}, \\ m_{x\phi} &= m_{\phi x} = \frac{(1-\nu)D}{a} \left(\frac{\partial v}{\partial x_j} + \frac{\partial^2 w}{\partial x_j \partial \phi} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

원통형 셀요소가 조화운동을 한다고 가정할 때, 변위성분과 힘성분들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (u, w, \phi) &= [U_j(x_j), W_j(x_j), \Psi_j(x_j)] \cos \eta \phi \cdot e^{i\omega t}, \\ (v, r_x) &= [V_j(x_j), R_{xj}(x_j)] \sin \eta \phi \cdot e^{i\omega t}, \\ (n_x, s_x, m_x) &= [N_{xj}(x_j), S_{xj}(x_j), M_{xj}(x_j)] \\ &\quad \times \cos \eta \phi \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 각변위는, $\phi = \partial w / \partial x_j$ 이고, 해석의 간편함을 위해 다음의 무차원 양들을 이용한다.

$$\begin{aligned} \bar{h} &= \frac{h}{a}, \quad \bar{l} = \frac{l}{a}, \quad \xi_j = \frac{x_j}{l}, \quad \zeta_j = \frac{x_j}{a}, \quad \bar{U}_j = \frac{U_j}{h}, \\ \bar{V}_j &= \frac{V_j}{h}, \quad \bar{W}_j = \frac{W_j}{h}, \quad \bar{\Psi}_j = \frac{a}{h} \Psi_j, \\ \bar{N}_{xj} &= \frac{a^2}{D_s} N_{xj}, \quad \bar{R}_{xj} = \frac{a^2}{D_s} R_{xj}, \quad \bar{S}_{xj} = \frac{a^2}{D_s} S_{xj}, \\ \bar{M}_{xj} &= \frac{a}{D_s} M_{xj}, \quad \lambda^2 = \frac{\rho a^2 h^3 \omega^2}{12 D_s} \end{aligned} \quad (6)$$

식 (5), (6)의 무차원량을 식 (1)~(4)에 대입하여 매트릭스 미분방정식으로 나타내면,

$$\frac{d}{d\xi_j} \bar{Z}_j(\xi_j) = A_j \bar{Z}_j(\xi_j) \quad (7)$$

여기서 $\bar{Z}_j(\xi_j)$ 는 국부좌표 ξ_j 에 있어서의 상태량 벡터이고, 그 요소들은,

$$\begin{aligned} b_{12} &= -\nu \eta \bar{l}, \quad b_{13} = \nu \bar{l}, \quad b_{15} = \bar{h} \bar{l} / 12, \quad b_{21} = 3 \eta \bar{l} \\ &\quad / (3 + \bar{h}^2), \quad b_{24} = \eta \bar{h}^2 \bar{l} / (3 + \bar{h}^2), \quad b_{26} = \bar{h} \bar{l} \\ &\quad / \{ 2(1-\nu)(3 + \bar{h}^2) \}, \quad b_{34} = \bar{l}, \quad b_{42} = b_{12}, \quad b_{43} = \\ &\quad \nu \eta^2 \bar{l}, \quad b_{48} = \bar{l} / \bar{h}, \quad b_{51} = (6(1-\nu) \eta^2 \bar{h} \bar{l} / (3 + \bar{h}^2)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -12\bar{l}\lambda^2/\bar{h}), \quad b_{54} = -6(1-\nu)\eta^2\bar{h}\bar{l}/(3+\bar{h}^2), \\
& b_{56} = -b_{21}, \quad b_{62} = \{(1-\nu^2)\eta^2(12+\bar{h}^2)-12\lambda^2\}\bar{l} \\
& b_{63} = -(1-\nu^2)(12+\eta^2\bar{h}^2)\eta\bar{l}/\bar{h}, \quad b_{65} = -b_{12}, \\
& b_{68} = -b_{12}, \quad b_{72} = \bar{l}/\bar{h}, \quad b_{63}, \quad b_{73} = \{(1-\nu^2)(12+ \\
& \eta^4\bar{h}^2)-12\lambda^2\}\bar{l}/\bar{h}, \quad b_{75} = -b_{13}, \quad b_{78} = -b_{43}, \quad b_{81} = \\
& -6(1-\nu)\eta^2\bar{h}\bar{l}/(3+\bar{h}^2), \quad b_{84} = -b_{81}, \quad b_{86} = -b_{24}, \\
& b_{87} = -b_{34} \quad (8)
\end{aligned}$$

상기 이외의 계수 항은 0이다. 식 (7)을 풀면,

$$\begin{aligned}
\bar{Z}_j(\xi_j) &= F_j(\xi_j) \bar{Z}_j(0), \\
\frac{d}{d\xi_j} F_j(\xi_j) &= A_j F_j(\xi_j) \quad (9)
\end{aligned}$$

여기서 필드 전달매트릭스 $F_j(\xi_j)$ 는 다음의 멱급 수식을 이용하여 매트릭스의 요소들을 구하였다.

$$\begin{aligned}
F_j(\xi_j) &= e^{A_j \xi_j} \\
&= I + \frac{1}{1!} A_j \xi_j + \frac{1}{2!} A_j^2 \xi_j^2 + \frac{1}{3!} A_j^3 \xi_j^3 + \dots \quad (10)
\end{aligned}$$

임의의 j 번째 요소 좌·우측의 절원주 $j-1$ 과 j 에 있어서의 상태벡터 $Z_{j-1}(\xi_{j-1}) = ('d_{j-1}, 'f_{j-1})$ 과 $Z_j(\xi_j) = ('d_j, 'f_j)$ 사이의 관계식은,

$$Z_j(\xi_j) = F_j(\xi_j) Z_{j-1}(\xi_{j-1}) \quad (11)$$

식 (11)을 변위벡터 $\bar{d}_j = ('U, 'V, 'W, 'P)_{j-1}$ 와 힘벡터 $\bar{f}_j = ('N, 'R, 'S, 'M)_{j-1}$ 에 대한 부분매트릭스로 재정리하면,

$$\begin{bmatrix} \bar{d} \\ \bar{f} \end{bmatrix}_{j-1} = \begin{bmatrix} 'D & -'B \\ -'C & 'A \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \bar{d} \\ \bar{f} \end{bmatrix}; \quad (12)$$

A_j, B_j, C_j 및 D_j 는 4×4 의 정방매트릭스이다.

Fig. 2와 같은 링보강재 부분에 있어서, 링보강재의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_{\alpha}}{\partial \phi} + a n_x &= \rho_s a_s A_s \frac{\partial^2 u_s}{\partial t^2}, \\
\frac{\partial p_{\beta}}{\partial \phi} - p_{\alpha} + a r_x &= \rho_s a_s A_s \frac{\partial^2 v_s}{\partial t^2}, \\
p_{\beta} + \frac{\partial p_{\alpha}}{\partial \phi} + a s_x &= \rho_s a_s A_s \frac{\partial^2 w_s}{\partial t^2}, \\
a_s p_{\alpha} - \frac{\partial m_{\alpha}}{\partial \phi} - a_s e_s r_x &= \rho_s I_x \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 w_s}{\partial \phi^2} + v_s \right), \\
a_s p_{\alpha} + \frac{\partial m_{\alpha}}{\partial \phi} + t_s &= \rho_s I_x \frac{\partial^3 u_s}{\partial t^2 \partial \phi}, \\
\frac{\partial t_s}{\partial \phi} - m_{\alpha} - a e_s n_x + a m_s &= a_s \rho_s I_p \frac{\partial \phi_s^2}{\partial t^2} \quad (13)
\end{aligned}$$

절원주 j 의 좌측과 우측에 있어서, 힘의 평형

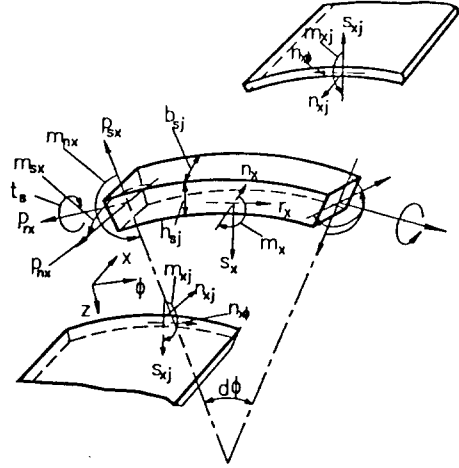


Fig. 2 Ring element and interaction forces with sign convention

조건으로부터,

$$\bar{f}_j = \bar{f}_j - K_j \bar{d}_j \quad (14)$$

여기서

$$K_j = \begin{bmatrix} K_{11}^c + \bar{k}_x & 0 & 0 & K_{14}^c \\ 0 & K_{22}^c + \bar{k}_\phi & K_{23}^c & 0 \\ 0 & K_{32}^c & K_{33}^c + \bar{k}_z & 0 \\ K_{41}^c & 0 & 0 & K_{44}^c + \bar{k}_r \end{bmatrix}, \quad (15)$$

K_j 의 요소 값들과 스프링상수들의 무차원량은,

$$\begin{aligned}
K_{11}^c &= r_1, \quad K_{14}^c = \bar{h} e_s r_1 - r_2, \quad K_{22}^c = r_3 / r_5, \quad K_{23}^c = \\
& (n \bar{h} e_s r_3 - r_4) / \bar{a}_s r_5, \quad K_{32}^c = K_{23}^c, \quad K_{33}^c = r_7 + \\
& (n \bar{h} e_s r_6 / (\bar{a}_s r_4)), \quad K_{41}^c = K_{14}^c, \quad K_{44}^c = \bar{h} e_s r_8 + r_9, \\
& (\bar{k}_x, \bar{k}_\phi, \bar{k}_z) = a^2 h (k_x, k_\phi, k_z) / D_s, \\
\bar{k}_r &= a h k_r / D_s, \quad (16)
\end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
r_1 &= 12 \{ (1-\nu^2) (n^2 \bar{E}_s \bar{I}_x + \bar{G}_s \bar{J}_s) n^2 \bar{h}^2 / \bar{a}_s^3 - \\
& \bar{a}_s \bar{\rho} \lambda^2 (\bar{A}_s + n^2 \bar{h}^2 \bar{I}_x / \bar{a}_s^2) \}, \quad r_2 = 12(1-\nu^2) \\
& (\bar{E}_s \bar{I}_x + \bar{G}_s \bar{J}_s) n^2 \bar{h}^2 / \bar{a}_s^2, \quad r_6 = (n \bar{h} e_s b_3 + b_4) / \bar{a}_s, \\
r_3 &= 12 (\bar{A}_s \bar{a}_s^2 + \bar{h}^2 \bar{I}_x) \{ (1-\nu^2) n^2 \bar{E}_s / \bar{a}_s^2 - \bar{\rho} \lambda^2 \}, \\
r_5 &= 1 - \bar{h} e_s / \bar{a}_s, \quad r_4 = 12 \{ (1-\nu^2) \bar{E}_s (\bar{A}_s + n^2 \bar{h}^2 \\
& \cdot \bar{I}_x / \bar{a}_s^2) - \bar{h}^2 \bar{I}_x \bar{\rho} \lambda^2 \}, \quad r_7 = 12 \bar{a}_s \bar{E}_s \{ (1-\nu^2) \\
& (\bar{A}_s \bar{a}_s^2 + n^4 \bar{h}^2 \bar{I}_x) / \bar{a}_s^3 - \bar{\rho} \lambda^2 (\bar{A}_s + n^2 \bar{h}^2 \bar{I}_x / \bar{a}_s^2) \} \\
& + n \bar{h} e_s r_4 / \bar{a}_s, \quad r_8 = n \bar{h} e_s r_1 + r_2, \quad r_9 = 12 \bar{h}^2 \bar{a}_s \\
& \{ (1-\nu^2) (\bar{E}_s \bar{I}_x + n^2 \bar{G}_s \bar{J}_s) / \bar{a}_s^3 + \bar{I}_p \bar{\rho} \lambda^2 \} + \bar{h} e_s r_2
\end{aligned}$$

3. 동적영향계수 매트릭스의 전달

절원주 j 의 좌측과 우측에서 변위벡터 \hat{d}_j, \hat{d}_j 와 힘벡터 \hat{f}_j, \hat{f}_j 사이의 관계의 정의는,

$$\begin{aligned} \hat{d}_j &= T_j \hat{f}_j, & T_j &= {}^t T_j, \\ \hat{d}_j &= \hat{T}_j \hat{f}_j, & \hat{T}_j &= {}^t \hat{T}_j \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 T_j, \hat{T}_j 는 4×4 의 대칭인 동적영향계수 매트릭스이다.

3.1 동적영향계수의 필드 및 포인트 전달

식 (12)와 (17)에서 j 번째 셀요소에 있어서 동적영향계수의 필드전달식은,

$$X_j \hat{T}_j = H_j \quad (j=2, \dots, n) \quad (18)$$

여기서,

$$\begin{aligned} X_j &= \hat{T}_{j-1} {}^t C_j + {}^t D_j \\ H_j &= \hat{T}_{j-1} {}^t A_j + {}^t B_j \end{aligned} \quad (19)$$

식 (14)와 (17)에서 동적영향계수의 포인트전달식은,

$$X_j \hat{T}_j = \hat{T}_j \quad (20)$$

$$X_j = I_j + \hat{T}_j P_j \quad (21)$$

상기의 필드 및 포인트전달식을 결합시키면, 식 (18)과 (20)으로부터 필드-포인트 전달식은,

$$Y_j \hat{T}_j = H_j \quad (j=2, \dots, n) \quad (22)$$

$$Y_j = X_j + H_j K_j \quad (23)$$

3.2 절원주 0에서의 동적영향계수 매트릭스

원통형 셀의 좌측의 경계선인 절원주 0을 스프링 지지로 간주하고, 절원주 0 우측에서의 동적영향계수 매트릭스를 구하면 다음과 같다.

$$\hat{T}_0 = K_0^{-1} \quad (24)$$

그러나, K_0 가 특이매트릭스인 경우, 절원주 0과 절원주 1사이의 동적영향계수의 전달과정은 K_0 를 그대로 사용한 다음 식을 사용한다.

$$X_1 \hat{T}_1 = H_1 \quad (25)$$

여기서,

$$\begin{aligned} X_1 &= {}^t C_1 + K_0 {}^t D_1 \\ H_1 &= {}^t A_1 + K_0 {}^t B_1 \end{aligned} \quad (26)$$

식 (26)의 K_0 의 요소인 스프링상수 값들을 적

절히 변경시켜 모든 경계조건에 대응시킨다.

4. 진동수방정식

진동수방정식은 원통형 셀의 우측단의 경계조건을 스프링지지로 간주하였으므로, $K_n \neq 0$ ($\hat{f}_n \neq 0, \hat{f}_n = 0$)이고, 식 (14)와 (17)에서

$$\begin{aligned} (I + K_n \hat{T}_n) \hat{f}_n &= \hat{f}_n \\ (I + K_n \hat{T}_n) \hat{f}_n &= 0 \end{aligned} \quad (27)$$

로 된다. 식 (18)과 \hat{T}_n 의 대칭성을 이용하여 (27)에 대입하면,

$$\begin{aligned} (I + K_n {}^t H_n {}^t X_n^{-1}) \hat{f}_n &= 0 \\ ({}^t X_n + K_n {}^t H_n {}^t X_n^{-1} {}^t X_n) {}^t \hat{f}_n &= 0 \end{aligned} \quad (28)$$

로 된다. 식 (28)에서 ${}^t X_n^{-1} {}^t X_n = 1$ 이고, 식 (23)으로부터 ${}^t X_n + K_n {}^t H_n = {}^t Y_n$ 이므로,

$${}^t Y_n {}^t \hat{f}_n = 0 \quad (29)$$

여기서, $\hat{f}_n \neq 0$ 이므로, 진동수방정식은,

$$\begin{aligned} \det ({}^t Y_n {}^t X_n^{-1}) &= \det (Y_n) / \det (X_n) = 0 \\ Y_n &\equiv \det (Y_n) = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

따라서, 진동수방정식 (30) 대신에 식 (31)을 사용함으로써, 모든 경계조건 및 중간조건을 스프링상수의 값만을 다른 값으로 대치시킴으로써 대응시킬 수 있으며, 동시에 거짓 근도 해소할 수 있게 된다.

$$\text{sgn}(\Gamma_n) = \text{sgn}(X_1) \cdot \text{sgn}(\hat{X}_1) \prod_{j=2}^n \text{sgn}(Y_j) \quad (31)$$

5. 고유모드의 계산

원통형 셀의 고유모드 계산은 고유진동수를 구한 후, 원통형 셀의 우측에서 좌측으로 역방향으로 실행된다.

6. 수치계산 결과 및 고찰

링보강재를 갖는 원통형 셀구조물에 대해 수치 실험을 수행하여 전달영향계수법(TICM)로 구한 계산결과들을 전달매트릭스법(TMM) 및 Wah등⁽²⁾과 Saito등⁽³⁾의 결과와 비교하여 알고리즘의 유효성을 확인하였다.

모델 1은 등간격으로 보강재가 3개 있고, 경계

조건에 대처하기 위해 양단에 지지스프링이 존재하는 모델이며, 모델 2는 모델 1에서 2번째 링보강재를 탄성스프링으로 대체한 모델이다. 모델 1, 2에서 셸의 두께는 5 mm, 반경 200 mm, 길이 600 mm이고, 셸과 보강재의 종탄성 계수 $E = E_s = 2.067 \times 10^{11}$ N/m², 횡탄성 계수 $G = 7.95 \times 10^{10}$ N/m², 밀도 $\rho = \rho_s = 7.84 \times 10^3$ kg/m³, $\nu = 0.3$ 이다. 또한, 보강재의 폭과 깊이는 각각 10 mm이다.

사용된 계산기는 퍼스널컴퓨터(Pentium 100 MHz)와 슈퍼컴퓨터(CrayC 90)이고, 사용언어는 Fortran이며, 퍼스널컴퓨터에서는 배정도 변수로, 슈퍼컴퓨터에서는 4배정도 변수로 계산하였다.

6.1 계산정도

Table 1은 14개의 등간격으로 설치된 링보강재를 갖는 양단 단순지지의 원통형 셸구조물에 대해

Table 1 Comparison of natural frequencies for shell with 14 stiffeners

η	Method	$h_z =$	$h_r =$	$h_\theta =$
		4.1021×10^{-3}	4.1021×10^{-3}	4.1021×10^{-3}
2	TICM	686.10498	673.57164	696.16007
	SUPER	686.10498	673.57164	696.16007
	Wah	686	674	697
	Satio	686.1	673.6	696.1
3	TICM	504.4609	733.53471	1056.6492
	SUPER	504.4609	733.53471	1056.6492
	Wah	505	735	1059
	Satio	504.5	733.5	1056.7
4	TICM	725.66125	1268.1446	1929.3080
	SUPER	725.66125	1268.1446	1929.3080
	Wah	727	1270	1934
	Satio	725.6	1268.1	1929.3
5	TICM	1121.8515	2010.6891	3048.1257
	SUPER	1121.8515	2010.6891	3048.1257
	Wah	1123	2015	3059
	Satio	1121.8	2010.7	3048.1

TICM과 SUPER의 고유진동수 (f_n)를 Wah 및 Satio 등의 결과와 비교하여 나타낸 것이다. Table 1에서 보면, TICM은 SUPER, Wah 등 및 Satio 등의 값들과 η 값의 변화에 관계없이 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

Table 2는 모델 1에 대해서 양단의 경계조건이 단순지지와 일단고정 타단자유이고 원주방향의 반파수 $\eta=1$ 의 경우에 대한 TICM의 무차원 고유진동수 (λ)를 TMM 및 SUPER와 비교하여 나타낸 것이다. Table 2에서 TICM의 계산결과는 SUPER와 완전히 일치하고 있음을 알 수 있다. 그리고 TMM의 계산결과는 저차에서는 정해를 잘 구할 수 있지만 고차에서는 정해를 구할 수 없다. 이것은 TMM의 단점, 즉 고차진동수 영역으로 갈수록 진동수가 계산정도를 저하시키기 때문이라고 생각된다.

Table 1, 2에서, TICM과 TMM은 배정도 변수를 써서 퍼스널컴퓨터로 계산한 것이고, SUPER는 TICM과 TMM 기법에 의해 4배정도 변수를 써서 슈퍼컴퓨터로 계산하였을 경우, 두 기법의 계산결과 값들이 일치한 것을 나타낸다.

Table 3은 모델 2에 대해서 $\eta=1$ 일 때, TICM의 무차원 고유진동수 계산결과를 TMM 및 SUPER와 비교하여 나타낸 것이다. Table 3에서 TICM과 SUPER는 완전히 일치하고 있지만, TMM은 스프링상수 값이 비교적 적은 $\bar{k}_x = \bar{k}_y = \bar{k}_z = 10^2$, $\bar{k}_r = 0$ 일 경우는 저차에서는 대체로 정해를 구할 수 있지만, 고차에서는 정해를 잘 구할 수 없다가, [****] 표시된 부분, 즉 14차 이상에서는 계산기상에서 오버플로우되어 전혀 해가 구하여지지 않게 된다. 또한, 지지 스프링상수 값이 좀더 큰

Table 2 Comparison nondimensional natural frequencies (λ) of circular cylindrical shell for Model 1

No.	Symply-supported			Clamped-free		
	TICM	TMM	SUPER	TICM	TMM	SUPER
1	0.3666721	0.3666721	0.3666721	0.1626543	0.1626543	0.1626543
2	0.5841389	0.5841389	0.5841389	0.4724147	0.4724147	0.4724147
3	0.7046518	0.7046518	0.7046518	0.7283970	0.7283970	0.7283970
4	0.8436016	0.8436016	0.8436016	0.8171895	0.8171895	0.8171895
5	0.9035253	0.9035253	0.9035253	0.8796000	0.8796000	0.8796000
6	0.9362499	0.9362499	0.9362499	0.9232913	0.9232913	0.9232913
7	0.9699474	0.9699474	0.9699474	0.9531657	0.9531657	0.9531657
8	1.0106628	1.0106628	1.0106628	0.9894064	0.9894064	0.9894064
9	1.0173402	1.0173402	1.0173402	1.0349501	1.0349501	1.0349501
10	1.0694219	1.0694218	1.0694219	1.1020800	1.1020797	1.1020800
11	1.1371795	1.1371803	1.1371795	1.1808378	1.1808383	1.1808378
12	1.2275237	1.2275500	1.2275237	1.2795463	1.2793625	1.2795463
13	1.3388144	1.3385749	1.3388144	1.2845117	****	1.2845117
14	1.4607323	****	1.4607323	1.3987948	****	1.3987948

Table 3 Comparison nondimensional natural frequencies(λ) of circular cylindrical shell for Model 2

No.	$\bar{k}_x = \bar{k}_\theta = \bar{k}_r = 10^2$			$\bar{k}_x = \bar{k}_\theta = \bar{k}_r = 4 \times 10^6$		
	TICM	TMM	SUPER	TICM	TMM	SUPER
1	0.1271860	0.1271861	0.1271860	0.6830411	0.6830469	0.6830411
2	0.1722324	0.1722327	0.1722324	0.6850409	0.6850413	0.6850409
3	0.4221320	0.4221319	0.4221320	0.9018824	0.9018831	0.9018824
4	0.6081004	0.6081004	0.6081004	0.9083416	0.9083413	0.9083416
5	0.7618461	0.7618461	0.7618461	0.9679776	0.9679775	0.9679776
6	0.8456507	0.8456507	0.8456507	0.9815643	0.9815645	0.9815643
7	0.9267796	0.9267796	0.9267796	1.0592931	1.0589981	1.0592931
8	0.9729225	0.9729225	0.9729225	1.0883247	1.0869272	1.0883247
9	1.0413398	1.0413398	1.0413398	1.2090343	*****	1.2090343
10	1.0650230	1.0650230	1.0650230	1.2595285	*****	1.2595285
11	1.1379747	1.1379747	1.1379747			
12	1.1880050	1.1880031	1.1880050			
13	1.2981230	1.2980660	1.2981230			
14	1.3062604	*****	1.3062604			

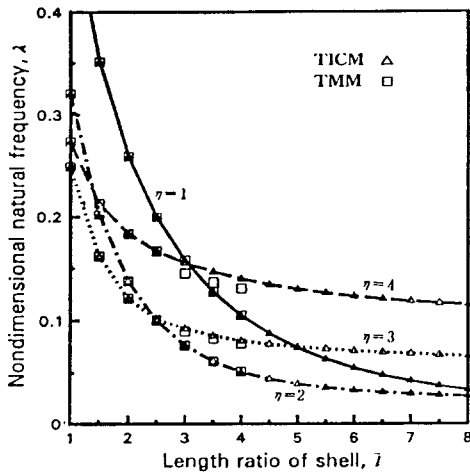


Fig. 3 Nondimensional natural frequencies versus length ratio of shell ($m=1$)

값인 $\bar{k}_x = \bar{k}_\theta = \bar{k}_r = 4 \times 10^6$, $\bar{k}_r = 0$ 인 경우에도 TICM은 SUPER와 저차에서 고차까지 완전히 일치하고 있지만, TMM은 구해진 5차에서만 정확해 일치하고 9차 이상의 고차에서는 전혀 해를 구할 수 없게 된다. 이것은 TMM은 중간지지된 스프링상수 값들이 커짐에 따라 고유진동수가 아직 포화상태에 있지 않음에도 불구하고, 전달매트릭스 요소내에는 스프링상수 값들에 의해 요소간의 값들의 차가 극단적으로 커지므로 전술의 고차 진동에서와 같이 전달매트릭스의 사칙연산 과정에서 생기는 처리오차때문이라 생각한다.

Fig. 3은 모델 1이 일단고정 타단자유의 경계조건을 갖을 때, $m=1$ 에 대해서 축방향의 길이비 ($\bar{l}=l/a$)의 변화에 따른 TICM과 TMM의 무차원

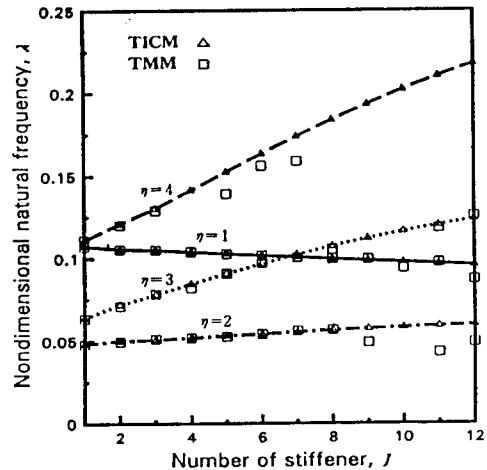


Fig. 4 Nondimensional natural frequencies versus number of stiffeners ($m=1$)

고유진동수 변화를 나타낸 것이다.

Fig. 4는 모델 1에서 경계조건이 일단고정, 타단자유이고, 등간격으로 놓여진 링보강재 개수의 증가에 따른 고유진동수의 변화를 $m=1$ 에 대해서 나타낸 것이다.

6.2 고유모드

Fig. 5는 수치계산 모델 1에서 양단자유의 경계조건을 갖을때, 원주방향의 파의 수 $\eta=1$ 에 대한 1차에서 4차까지의 고유모드를 나타낸 것이다. Fig. 5에서 점선은 축방향의 변위(\bar{U}), 파선은 원주방향의 변위(\bar{V}), 실선은 반경방향의 변위(\bar{W})를 나타내며, 최대 변위를 1로 하여 축방향에 대하여 도시한 것이다.

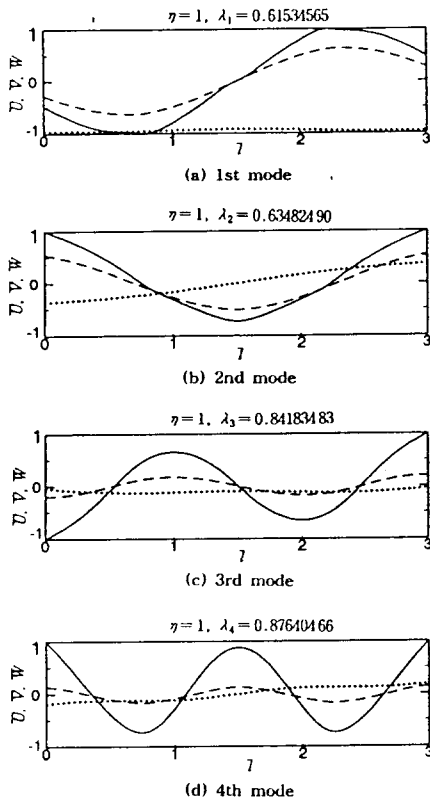


Fig.5 Characteristics modes

7. 결 론

본 연구에서는 동적영향계수의 축차전달에 그 기본 개념을 둔 전달영향계수법을 이용하여 임의의 경계조건을 갖는 탄성지지와 링보강재를 갖는 원통형 쉘의 진동해석에 적용해서, 고유진동수와 고유모드를 구하는 알고리즘을 체계화시켜 정식화한 후, 프로그램을 개발하였다. 간단한 계산모델에 대해 수치실험을 수행하여, 그 결과들을 전달매트릭스법 및 Wah등과 Saito등의 결과와 비교·검토하여, 본 기법의 유용성과 종래의 전달매트릭스법에 대한 계산정도의 우수성을 확인하였다. 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 본 해석기법은 전달매트릭스법으로는 구하기 곤란한 고차의 진동수에 대해서도 계산정도가 양호하였다.

(2) 본 해석기법은 쉘구조물의 중간에 고강성의 탄성지거나 보강재가 존재하더라도 유연성을 가지고 적용할 수 있었다.

(3) 본 해석기법은 동일한 조건에서 길이비 \bar{l} 의 증가에 관계없이 고유진동수를 잘 구할 수 있지만, 전달매트릭스법에서는 \bar{l} 의 일정한 값 이상에서는 고유진동수를 구할 수가 없었다.

(4) 본 기법에서는 여러가지 경계조건의 처리를 동일한 해석 알고리즘에 축방향, 원주방향, 반경방향 및 회전방향의 스프링상수 값만을 적절하게 변경시킴으로서 대응시킬 수 있었다.

참고문헌

- (1) Galletly, G.D., 1955, "On the In-Vacuo Vibrations of Simply Supported, Ring-Stiffened Cylindrical Shells," *Proc. 2nd U.S. Natl. Congr. Appl. Mech. ASME*, pp.225~231.
- (2) Wah, T. and Hu, W.C.L., 1968, "Vibration Analysis of Stiffened Cylinders Including Inter-Ring Motion," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.43, No.5, pp.1005~1016.
- (3) Saito, H. and Yamaguchi, H., 1979, "Vibration Damping Characteristics of a Thin Cylindrical Shell Stiffened with Viscoelastic Rings," *Ingenieur-Archiv*, Vol.48, No.4, pp.301~311.
- (4) Al-Najafi, A.M.J. and Warburton, G.B., 1970, "Free Vibration of Ring-Stiffened Cylindrical Shells," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.13, No.1, pp.9~25.
- (5) Pestel, E.C. and Leckie, F.A., 1963, *Matrix Methods in Elastomechanics*, McGraw-Hill, pp.192~204, pp.137~141.
- (6) Soedel, W., 1983, *Vibrations of Shells and Plates*, Marcel Dekker, New York, pp.52~54.