

끝단이 막힌 중공 원통형 광섬유 하이드로폰의 감도 해석

°이종길*, 윤형규**, 서인창**

Sensitivity Analysis of Fiber Optic Hydrophone for a End-Capped Hollow Cylinder

°Jongkil Lee*, Hyunggyu Yoon**, and Inchang Seo**

ABSTRACT

수중 음향센서로서 최근에 많이 연구되고 있는 광섬유 하이드로폰(fiber optic hydrophone)의 성능을 예측하기 위하여 광섬유의 편광특성(polarization)에 따른 정규화 감도식(normalized sensitivity)을 유도 하였다. 본 연구에서 사용된 하이드로폰은 광섬유가 끝단이 막힌 중공 원통형 맨드렐(mandrel)에 감긴 구조이며 음압이 하이드로폰에 작용할때 응력 관계식을 이용하여 정규화 감도식을 유도 하였으며 유도된 감도식을 맨드렐의 내외경비에 따라 특성을 수치해석 하였다. 균일한 재질의 광섬유에서 맨드렐의 내외경비의 값이 클수록 그리고 맨드렐의 탄성계수의 값이 작을수록 감도가 증가함을 관찰 하였다.

기호설명

- $\epsilon_i (i = 1,2,3)$: orthogonal components of strain of fiber
- E^f, E^m : Young's modulus of fiber and mandrel, respectively
- $\tilde{E} (= E^f / E^m)$: normalized modulus of elasticity
- K_0 : optical wave number
- L : total fiber length in hydrophone
- n : refractive index
- P : acoustic pressure
- $P_{ij} (P_{11}$ and $P_{12})$: Pockels(elasto-optic) coefficients
- R_1, R_2 : inner and outer radii of mandrel, respectively
- r : fiber location in hydrophone
- $\tilde{R} (= R_1 / R_2)$: normalized radius ratio
- $\sigma_i (i = 1,2,3)$: orthogonal components of stress in the fiber
- $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$: orthogonal components of stress in the mandrel
- $\Delta\phi$: phase shift of light wave
- ν^f, ν^m : Poission's ratio of fiber and mandrel, respectively

1. 서론

광섬유(fiber optic)를 이용한 센서 기술은 최근에 신호처리 및 다중화(multiplexing) 기술의 발전과 함께 음향, 제측, 기계 및 항공등의 다양한 분야에서 활발히 응용이 되고 있다. 또한 수중 음향 센서로서 광섬유 하이드로폰(hydrophone)은 별도의 전자장비 없이 원하는 신호를 높은 감도로 감지할 수 있는 잇점 때문에 미국 및 유럽등지에서 매우 적극적으로 연구되고 있다[1]. 광섬유 하이드로폰은 광섬유와 광섬유가 감기는 맨드렐(mandrel)로 구성되어 있으며 맨드렐의 구조 및 형상에 따라 음향 신호의 감지 성능 즉, 감도가 매우 민감하게 변한다고 보고되고 있다[2-5]. McMahon등은[2] 광섬유 자체에 피복이된 구조와 맨드렐에 감긴 구조의 감도를 비교 해석 하였는데 맨드렐 구조의 하이드로폰이 감도면에서 감지 않은 구조보다 10배 정도 우수함을 보였다.

본 연구에서는 일반적으로 널리 쓰이는 맨드렐의 구조인 양단이 막히고 중공 원통형 광섬유 하이드로폰의 감도를 이론적으로 해석하여 이를 맨드렐의 치수 및 재질에 따라 수치해석 하였다.

* 정회원, 국방과학연구소
** 국방과학연구소

따라서 본 연구의 결과는 고감도 광섬유 하이드로폰의 설계에 충분히 응용이 되리라고 판단된다.

2. 광섬유 하이드로폰의 감도 해석

Fig. 1에는 Mach-Zehnder 간섭계로 구성된 광섬유 하이드로폰의 일반적인 감지 방법을 보였다. 음압이 광섬유에 작용하면 광섬유는 세방향으로 변형률을 보이고 이에따라 광(light) 경로차가 발생하여 기준 광섬유(reference fiber)와 간섭을 일으키게 되며 광섬유 하이드로폰은 수중 음향 신호를 감지하게 된다. 수중 음향 신호인 음압은 광섬유 하이드로폰에 압력으로 작용한다.

광섬유를 등방성(isotropic) 탄성체라고 가정하여 음압에 의한 광섬유 자체의 변형은 후크의 법칙(Hooke's law)을 이용하여 구할 수 있다. 즉, 직교 세방향 변형률, ε_1 , ε_2 , 및 ε_3 는

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E^f} \{ \sigma_1 - \nu^f (\sigma_2 + \sigma_3) \} \quad (1)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E^f} \{ \sigma_2 - \nu^f (\sigma_1 + \sigma_3) \} \quad (2)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E^f} \{ \sigma_3 - \nu^f (\sigma_1 + \sigma_2) \} \quad (3)$$

로 표현된다. 또한 광섬유에 음파가 작용하면 광섬유에 변형이 생기고 광섬유내를 전파하는 광은 위상변화를 가지게 되며 이 위상변화 $\Delta\phi$ 는 다음의 식으로 표현된다[3]. 즉,

$$\Delta\phi = K_o n L \varepsilon_1 - \frac{1}{2} n^3 K_o L (\varepsilon_1 p_{12} + \varepsilon_2 p_{11} + \varepsilon_3 p_{12}) \quad (4)$$

만일 하이드로폰의 크기가 음파의 파장보다 훨씬 작다고 가정하면 하이드로폰 본체 표면주위에 미치는 순간 음압은 같다고 볼 수 있다.

광섬유 하이드로폰은 광섬유가 감기는 맨드릴의 구조에 따라 감도의 차이가 많이 발생하며 일반적으로 많이 쓰이는 맨드릴은 중공 원통형이다. 천해용에 사용되는 하이드로폰은 맨드릴을 셀구조(원통의 두께가 외경의 1/20 이하)로 제작하여도 수압에 큰 영향을 받지 않으나 수심이 비교적 깊은곳에서 사용이 될 경우에는 수압이 하이드로폰의 구조에 영향을 미쳐 정적 변위를 발생시킨다. 이 변위는 실제 음향신호와 상관없는 잡음신호로 변형되어 음향 신호처리에 영향을 끼치게

된다. 본 연구에서는 양단이 막힌 중공 원통형 맨드릴을 해석 대상으로 선정하였으며 수압의 영향은 고려하지 않았다. Fig. 2에서와 같이 외부 음압 P가 맨드릴의 표면에 힘으로 작용할때 이것에 발생하는 응력은 직교 세축 방향으로 σ_r , σ_θ 및 σ_z 가 발생되며 이것은 각각[3]

$$\sigma_r = P \left[\frac{R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} - \frac{R_2^2 R_1^2}{r^2 (R_2^2 - R_1^2)} \right] \quad (5)$$

$$\sigma_\theta = P \left[\frac{R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} + \frac{R_2^2 R_1^2}{r^2 (R_2^2 - R_1^2)} \right] \quad (6)$$

$$\sigma_z = P \frac{R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \quad (7)$$

로 표현되며 여기서 광섬유의 직경은 매우 작아 맨드릴의 직경에 비하여 무시할 수 있다고 보면 $r=R_2$ 로 볼 수 있다. 무차원수 $\tilde{R} = R_1 / R_2$ 를 이용하여 다시쓰면

$$\sigma_r = P, \quad \sigma_\theta = P \left(\frac{1 + \tilde{R}^2}{1 - \tilde{R}^2} \right), \quad \sigma_z = P \left(\frac{1}{1 - \tilde{R}^2} \right) \quad (8)$$

으로 유도된다. 따라서 식 (1)~(8)을 이용하여 식 (4)의 광위상차를 구하면 광섬유 하이드로폰의 감도를 예측할 수 있다.

양끝단이 막힌 중공 원통형 광섬유 하이드로폰에 음압 P가 작용하면 광섬유가 변형을 일으키게 되는데 이때 광섬유의 길이방향 변형률 ε_l (longitudinal strain)은 맨드릴의 접선방향 변형률 ε_θ (tangential strain)와 같게 된다. 그러나 광섬유 자체의 반경방향 및 접선방향의 응력, σ_2 및 σ_3 는 광파의 편광(polarization)에 따라 맨드릴에서의 나머지 두 방향의 응력 σ_r 및 σ_z 에 대칭이 달라지게 된다. Fig. 3에는 편광에 따른 응력의 상호 대칭을 좌표축으로 보였다. 이것은 다음의 두 경우로 나누어 감도를 계산할 수 있다.

2.1 $\sigma_1 = \sigma_\theta$, $\sigma_2 = \sigma_r$ 및 $\sigma_3 = \sigma_z$ 인 편광의 경우

맨드릴에 접선방향으로 발생하는 변형률 ε_θ 는

$$\begin{aligned} \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E^m} [\sigma_\theta - \nu^m (\sigma_r + \sigma_z)] \\ &= \frac{P}{E^m} \left[\frac{1 + \tilde{R}^2}{1 - \tilde{R}^2} - \nu^m \frac{2 - \tilde{R}^2}{1 - \tilde{R}^2} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

로 표현되며 이것은 광섬유에서의 ε_1 과 같으므로 식 (1)을 이용하여 σ_1 을 구하면

$$\sigma_1 = P \left[\frac{E^f (1 + \tilde{R}^2)}{E^m (1 - \tilde{R}^2)} - \frac{E^f \nu^m 2 - \tilde{R}^2}{E^m 1 - \tilde{R}^2} \right] + \nu^f P \frac{2 - \tilde{R}^2}{1 - \tilde{R}^2} \quad (10)$$

로 표현된다. 또한 $\sigma_2 = \sigma_r$ 및 $\sigma_3 = \sigma_z$ 인 관계를 이용하여 식(1)~(3)에 식 (8)을 대입하여 세축방향의 변형률을 구하면

$$\varepsilon_1 = P \left[\frac{1 + \tilde{R}^2}{E^m (1 - \tilde{R}^2)} - \frac{\nu^m 2 - \tilde{R}^2}{E^m 1 - \tilde{R}^2} \right] \quad (11)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{P}{E^f} \left[1 - \frac{E^f \nu^f 1 + \tilde{R}^2}{E^m 1 - \tilde{R}^2} + \frac{E^f \nu^f \nu^m 2 - \tilde{R}^2}{E^m 1 - \tilde{R}^2} - (\nu^f)^2 \frac{2 - \tilde{R}^2}{1 - \tilde{R}^2} - \frac{\nu^f}{1 - \tilde{R}^2} \right] \quad (12)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{P}{E^f} \left[\frac{1}{1 - \tilde{R}^2} - \frac{E^f \nu^f 1 + \tilde{R}^2}{E^m 1 - \tilde{R}^2} + \frac{E^f \nu^f \nu^m 2 - \tilde{R}^2}{E^m 1 - \tilde{R}^2} - (\nu^f)^2 \frac{2 - \tilde{R}^2}{1 - \tilde{R}^2} - \nu^f \right] \quad (13)$$

으로 유도된다. 식 (4)에서 광위상차를 다시쓰면

$$\frac{\Delta\phi}{K_o n L} = \varepsilon_1 - \frac{1}{2} n^2 (\varepsilon_1 p_{12} + \varepsilon_2 p_{11} + \varepsilon_3 p_{12}) \quad (14)$$

으로 표현되며 광섬유의 변형률 관계식 (11)~(13)을 식(14)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\phi}{K_o n L} = & \frac{P}{1 - \tilde{R}^2} \left[\left\{ \frac{(1 + \tilde{R}^2)}{E^m} - \frac{\nu^m}{E^m} (2 - \tilde{R}^2) \right\} \times \right. \\ & (1 - 0.5n^2 P_{12}) - \frac{n^2}{2E^f} [(1 - \tilde{R}^2) - \frac{E^f}{E^m} \nu^f (1 + \tilde{R}^2)] \\ & + \frac{E^f}{E^m} \nu^f \nu^m (2 - \tilde{R}^2) - (\nu^f)^2 (2 - \tilde{R}^2) - \nu^f] P_{11} \\ & + [1 - \nu^f \frac{E^f}{E^m} \nu^f (1 + \tilde{R}^2) + \frac{E^f}{E^m} \nu^f \nu^m (2 - \tilde{R}^2) \\ & \left. - (\nu^f)^2 (2 - \tilde{R}^2) - \nu^f (1 - \tilde{R}^2)] P_{12} \right] \quad (15) \end{aligned}$$

으로 유도된다. 식 (15)에서 정규화된 강성비

$\tilde{E}(=E^f/E^m)$ 를 이용하여 양쪽항을 무차원화 시켜 정리하면

$$\begin{aligned} \frac{E^f \Delta\phi}{PK_o n L} = & \frac{1}{1 - \tilde{R}^2} [\{ \tilde{E}(1 + \tilde{R}^2) - \tilde{E} \nu^m (2 - \tilde{R}^2) \} \\ & \times (1 - 0.5n^2 P_{12}) - 0.5n^2 \{ [1 - \tilde{R}^2 - \nu^f \\ & - \tilde{E} \nu^f (1 + \tilde{R}^2) + [\tilde{E} \nu^f \nu^m - (\nu^f)^2] (2 - \tilde{R}^2) \} P_{11} \\ & + \{ [1 - \nu^f \tilde{E}(1 + \tilde{R}^2) + [\tilde{E} \nu^f \nu^m - (\nu^f)^2] (2 - \tilde{R}^2) \\ & - \nu^f (1 - \tilde{R}^2) \} P_{12}] \quad (16) \end{aligned}$$

으로 표시된다. 따라서 광섬유 하이드로폰의 정규화 감도(normalized sensitivity)는 식 (16)을 이용하여 구할 수 있다. 식 (16)에서 정규화 감도는 광섬유의 굴절률 n 및 Pockel 계수등이 일정하다고 볼때 맨드릴의 내외경비 \tilde{R} 및 강성비 \tilde{E} 의 함수임을 알 수 있다.

2.2 $\sigma_1 = \sigma_\theta$, $\sigma_2 = \sigma_z$ 및 $\sigma_3 = \sigma_r$ 인 편광의 경우

맨드릴에서의 응력 관계식 $\sigma_2 = \sigma_z$ 및 $\sigma_3 = \sigma_r$ 을 이용하여 식(1)~(3)에 식 (8)을 대입하여 광섬유의 세축방향의 변형률을 구하면

$$\varepsilon_2 = \frac{P}{E^f} \left[\frac{1}{1 - \tilde{R}^2} - \frac{E^f \nu^f 1 + \tilde{R}^2}{E^m 1 - \tilde{R}^2} + \frac{E^f \nu^f \nu^m 2 - \tilde{R}^2}{E^m 1 - \tilde{R}^2} - (\nu^f)^2 \frac{2 - \tilde{R}^2}{1 - \tilde{R}^2} - \nu^f \right] \quad (17)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{P}{E^f} \left[1 - \frac{E^f \nu^f 1 + \tilde{R}^2}{E^m 1 - \tilde{R}^2} + \frac{E^f \nu^f \nu^m 2 - \tilde{R}^2}{E^m 1 - \tilde{R}^2} - (\nu^f)^2 \frac{2 - \tilde{R}^2}{1 - \tilde{R}^2} - \frac{\nu^f}{1 - \tilde{R}^2} \right] \quad (18)$$

따라서 광섬유 하이드로폰의 정규화 감도는

$$\begin{aligned} \frac{E^f \Delta\phi}{PK_o n L} = & \frac{1}{1 - \tilde{R}^2} [\{ \tilde{E}(1 + \tilde{R}^2) - \tilde{E} \nu^m (2 - \tilde{R}^2) \} \\ & \times (1 - 0.5n^2 P_{12}) - 0.5n^2 \{ [1 - \nu^f \tilde{E}(1 + \tilde{R}^2) \\ & + [\tilde{E} \nu^f \nu^m - (\nu^f)^2] (2 - \tilde{R}^2) - \nu^f (1 - \tilde{R}^2) \} P_{11} \\ & + \{ [1 - \tilde{R}^2 - \nu^f - \tilde{E} \nu^f (1 + \tilde{R}^2) + [\tilde{E} \nu^f \nu^m \\ & - (\nu^f)^2] (2 - \tilde{R}^2) \} P_{12}] \quad (19) \end{aligned}$$

로 표현된다. 따라서 광섬유 하이드로폰의 정규화 감도(normalized sensitivity)는 식 (19)를 이용하여 구할 수 있다. 식 (16)과 같이 식 (19)에서도 정규

화 감도는 광섬유의 굴절률 n 및 Pockel 계수등이 일정하다고 볼때 맨드럴의 내외경비 \tilde{R} 및 강성비 \tilde{E} 의 함수임을 알 수 있다.

2.3 임의 편광의 경우

McMahon[3]등은 광섬유에서의 편광이 임의 방향일때 감도해석을 하였다. 즉, Pockel 상수값을 P_{11} 및 P_{12} 의 평균값 $P_{av}=(P_{11}+P_{12})/2$ 으로 감도식을 아래와 같이 유도 하였다. 즉,

$$\frac{E^f \Delta \phi}{PK_o n L} = \frac{1}{1 - \tilde{R}^2} \{ [1 + \tilde{R}^2 - \nu^m (2 - \tilde{R}^2)] \times (1 - 0.5n^2 P_{12}) - 0.5n^2 P_{av} [(2 - \tilde{R}^2) \{ (1 - \nu^f - 2\nu^m \nu^m) \tilde{E}^{-1} + 2\nu^f \nu^m \} - 2\nu^f (1 + \tilde{R}^2)] \} \quad (20)$$

또한 McMahon[3]등은 맨드럴을 알루미늄, lucite 및 polyethylene 등의 재질로 구분하여 감도의 변화량을 관찰 하였다.

3. 수치해석 및 결과

광섬유 하이드로폰의 정규화 감도로 유도된 식 (16) 및 (19)를 이용하여 맨드럴의 내외경비 및 강성비에 따른 감도를 수치해석 하였다. 여기서 사용된 광섬유는 일반적으로 많이 사용되는 용융 실리카(fused silica)를 선택 하였으며 이것의 $E^f=73\text{GPa}$, 프와송비 $\nu^f=0.17$, 굴절률 $n=1.456$, Pockel 상수 $P_{11}=0.12$, $P_{12}=0.27$ 로 계산 하였다. 또한 알루미늄의 탄성계수 $E^m=71\text{GPa}$, 프와송비 $\nu^m=0.355$ 로 계산 하였으며 glass(pyrex)는 $E^m=62\text{GPa}$, 프와송비 $\nu^m=0.24$ 로 계산 하였다. Fig. 4는 맨드럴의 재질을 알루미늄 및 glass(pyrex)로 하였을 경우 정규화 반경에 따른 감도 변화를 보인 것이다. Fig. 4에서 정규화 감도는 맨드럴의 내외경비, 즉 정규화 반경이 커질수록 증가함을 알 수 있다. 또한 편광 #1은 편광 #2의 경우에 비하여 감도 계산에 약간의 차이를 보이나 $\tilde{R}=0.8$ 일때 약 15%정도의 편차를 보였다. glass(pyrex)의 경우는 알루미늄의 경우보다 탄성계수의 값이 약 87.3% 정도이며 이것의 정규 감도 특성은 알루미늄의 경우보다 다소 우수함을 관찰 하였다. \tilde{R} 의 값이 0.8보다 크면 맨드럴은 셸(shell)구조로 되어 식(5)-(8)들의 응력 관계식은 수정되어야 한다. 본 논문에서는 \tilde{R} 의 값이 0.8이하인 경우로만 제한 하였다.

Fig. 5는 McMahon[3]등이 광섬유의 편광 현상

이 임의각으로 되었을때 Pockel 상수값을 P_{11} 및 P_{12} 의 평균값으로 감도식을 유도하여 식 (20)으로 제안한 것을 수치해석 하여 식 (16)과 (19)등의 결과와 비교 하였다. 이때 맨드럴의 재질은 알루미늄으로 선택하였다. Fig. 5에서와 같이 광섬유의 편광방향은 감도해석에 크게 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

그러나 광섬유 하이드로폰의 본래 사용 목적이 수중에 설치하여 음압을 감지하는 것이므로 수심에 따른 수압의 영향을 고려 한다면 맨드럴 구조물의 정적 변형률(hydrostatic strain)을 계산 하여 구조물의 강인성 측면에서 설계하는것이 바람직하다고 본다.

4. 결론

수중 음향센서로서 최근에 많이 연구되고 있는 광섬유 하이드로폰(fiber optic hydrophone)의 성능을 예측하기 위하여 광섬유의 편광특성(polarization)에 따른 정규화 감도식(normalized sensitivity)을 유도 하였다. 본 연구에서 사용된 하이드로폰은 광섬유가 끝단이 막힌 중공 원통형 맨드럴(mandrel)에 감긴 구조이며 음압이 하이드로폰에 작용할때 응력 관계식을 이용하여 정규화 감도식을 유도 하였으며 유도된 감도식을 맨드럴의 내외경비에 따라 특성을 수치해석 하였다. 균일한 재질의 광섬유에서 맨드럴의 내외경비의 값이 클수록 그리고 맨드럴의 탄성계수의 값이 작을수록 감도가 증가함을 관찰 하였다.

참고문헌

- (1) 이종길, 윤형규, 서인창, 1996, "광섬유 하이드로폰 및 소나 기술 현황," 국방과 기술, 제205호, pp. 48-61.
- (2) Nash, P. J. and Keen, J., 1990, "Design and Construction of Practical Optical Fiber Hydrophones," *Proceedings of the Institute of Acoustics*, Vol. 12, Part 4, pp. 201-212.
- (3) McMahon, G. W. and Cielo, P. G., 1979, "Fiber Optic Hydrophone Sensitivity for Different Sensor Configurations," *Applied Optics*, Vol. 18, No. 22, pp. 3720-3722.
- (4) McDearmon, G. F., 1987, "Theoretical Analysis of a Push-Pull Fiber-Optic Hydrophone," *IEEE Journal of Lightwave Technology*, Vol. LT-5, No. 5, pp. 647-652.
- (5) Dandridge, A. and Kersey, A. D., 1988, "Overview of Mach-Zehnder Sensor Technology and Applications," *Fiber Optic and Laser Sensors VI*, SPIE Vol. 985, pp. 34-52.

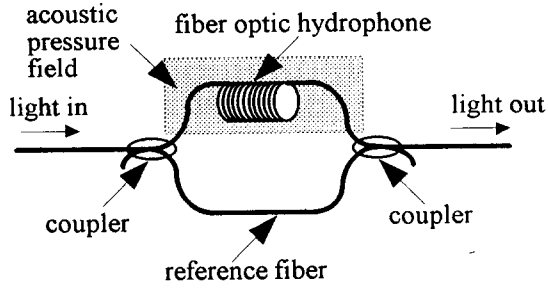


Fig. 1 Fiber optic hydrophone interferometer

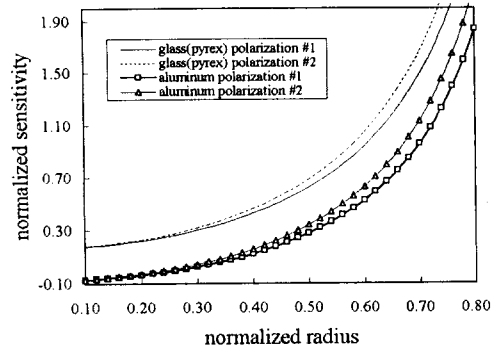


Fig. 4 Normalized sensitivities for different mandrel materials (aluminum and glass-pyrex)

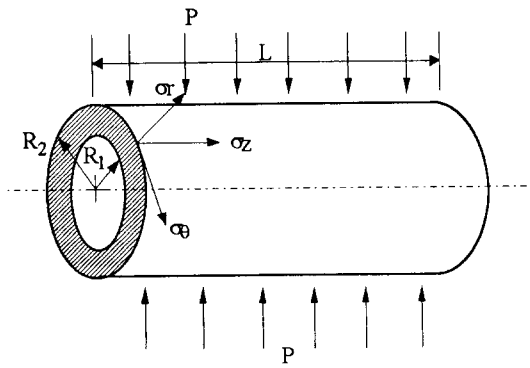


Fig. 2 Mandrel dimensions and stress coordinate

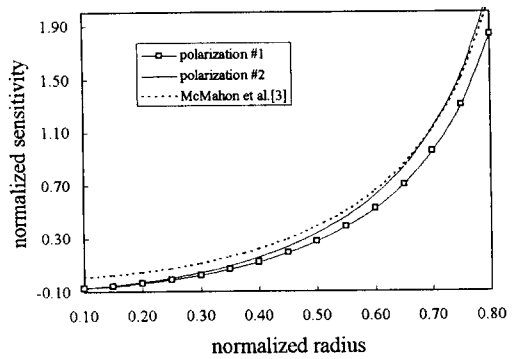


Fig. 5 Normalized sensitivities comparison to the McMahon et al.[3] for the case of aluminum

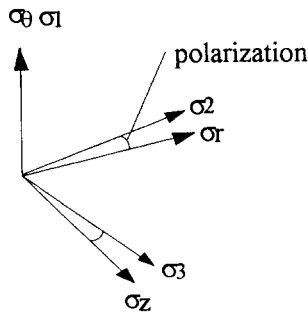


Fig. 3 Polarization coordinate of the fiber and mandrel ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$: fiber coordinate, $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$: mandrel coordinate)