

외팔보 형태의 수동형 Multiple Tuned Mass Damper를 이용한 구조물의 진동 억제

박재관 * · 백윤수 **

The Suppression of Structural Vibration Using Cantilevers as Multiple Tuned Mass Damper

Park, Chae-Gwan and Baek, Yoon-Su

ABSTRACT

In order to suppress the structural vibration more effectively, Multiple Tuned Mass Damper(MTMD) which is composed of a number of Tuned Mass Damper(TMD) can be used. Especially, the passive MTMD has several advantages over active TMD like easy installment and maintenance, cost and performance for power failure situation(severe damage of power lines from earthquake), etc.. For this purpose the mass and damping ratio of MTMD and the distributed frequency range which shows the range of MTMD's distribution are used as main design parameters. When the passive MTMD is constituted with multiple cantilevers, the facility in its real production and its need for only a smaller space can be named as its several advantages. In this study, the satisfactory results were obtained from the composition of MTMD utilizing dynamic characters of cantilevers, and the verification was done by the comparison of the analysis from MTMD with the computer simulation.

1. 서 론

지진 및 차량 운행 등에 의한 지반의 흔들림이나 바람 등의 외력은, 낮은 감쇠비를 갖는 구조물을 가진 시키게 되며, 과도한 경우에는 구조물의 강성 및 수명 또는 거주자의 안락성에까지 나쁜 영향을 주게 되므로, 효과적인 제진의 필요성이 요구되어, TMD(Tuned Mass Damper)에 대한 연구가 오래 전부터 진행되어 왔다. [1][2][3]

구조물의 진동 억제를 위해서는 구조물에 외력을 전달하는 통로가 되는 구조물-지반 체결 부위에 감쇠 효과를 낼 수 있는 부재를 첨가하여, 가진력을 사전에 차단하거나, 또는 구조물의 내부에 감쇠기를 장착하여 자체적으로 높은 감쇠 효과를 얻을 수 있다면, 외력에 의한 가진 시 진동을 줄

일 수 있다. 그러나, 구조물-지반 체결은 충분한 강도를 요하고, 또한 구조물은 항상 높은 강성을 지녀야 하므로, 체결 시의 진동 고립 및 내부 감쇠기 장착을 통해 구조물에 줄 수 있는 감쇠 효과에는 한계가 있다. 이런 이유 때문에 구조물의 낮은 감쇠비로 인해 발생하는 과도한 진동을 억제하기 위해서는, 진동 고립 및 내부 감쇠기 장착 이외에 감쇠 효과를 낼 수 있는 흡진기(absorber)나 질량 감쇠기(mass damper)를 부가적으로 장착하여, 구조물에 전달되는 진동 에너지를 소산시키는 방법이 필요하게 된다. 지진이 잦거나 풍속이 강한 지역에서는 고층 건물 및 스팬이 긴 다리 등에 이러한 TMD(Tuned Mass Damper)를 적용하는 연구가 활발히 진행되고 있다. [4][5][6][7][8][9]

질량 감쇠기의 주요 구성 요소는 질량체, 스프링, 감쇠기이다. 능동형 질량 감쇠기의 경우 구조물의 진동에 따른 적절한 제어력을 여러 알고리듬을 통해 산정 하여 이를 질량 감쇠기에 가함으로

*연세대학교 대학원 기계공학과

**정회원, 연세대학교 기계설계학과

써, 구조물에 전달되는 가진력을 소산시켜 구조물의 과도한 진동을 억제한다. 그러나 능동형 질량감쇠기의 경우 적절한 외부 제어력을 산정하고, 실제 구현하기 위해서는 질량 감쇠기 자체보다 오히려 더 많은 공간과 비용이 드는 부가 장치가 필요하게 되며, 또한 구조물이 커짐에 따라 제어력 역시 커지게 되어, 고층 빌딩에 장착되는 질량 감쇠기의 경우 적절한 제어력의 구현이 어렵게 된다.

외부 제어력을 사용하지 않는 수동형 질량 감쇠기는 사고 및 지진 같은 천재지변에 의한 외부 동력원 차단 시에도 그 성능이 유지되며, 여러 개의 질량체를 구조물에 병렬식으로 연결하여 MTMD(Multiple Tuned Mass Damper)를 구현하면, 한 개의 질량 감쇠기를 사용하는 경우에 비해 그 성능을 향상시킬 수 있을 뿐만 아니라, 각각의 질량 감쇠기를 작게 구성할 수 있으므로, 설치 및 관리의 편의성을 함께 도모할 수 있게 되어, 이에 관련된 연구가 활발하게 이뤄지고 있다.^{[10][11][12]}
^[13]

질량 감쇠기의 실제 제작에 있어서도 보다 용이하게 구현할 수 있는 기계 구조의 적절한 설계가 필요함에 따라, 현재 다양한 연구가 이뤄지고 있다.^{[14][15]} 외팔보 형태의 수동형 MTMD를 이용하면, 적은 공간을 차지할 뿐만 아니라, 외팔보 끝단에 부착되는 질량체로는 실제 고층 건물의 구조물 중 일부(예: 물 탱크, 냉각 타워 등)를 활용할 수도 있을 것이다.

본 연구에서는 직사각형 단면을 가지는 외팔보들과 그 끝단에 부착되는 질량체들을 이용하여, 수동형 MTMD를 구현하고자 하며, 이를 위한 이론적 해석 및 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 그 결과를 검증하고자 한다.

2. Multiple Tuned Mass Damper

Fig. 1은 MTMD가 장착된 구조물의 모델이다. N개의 각 질량 감쇠기(mass damper)들이 구조물에 대하여 병렬로 연결되어 있고, 지반의 변위는 기둥을 통하여 구조물에 가진력으로 작용한다. 이와 같이 설계된 MTMD는 구조물에 전달되는 가진력의 일부를 자신의 운동에너지로 소산시켜, 구조물의 과도한 진동을 억제하는 역할을 수행한다.

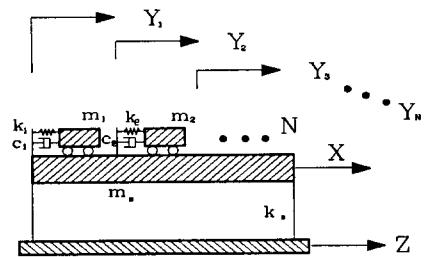


Fig. 1 Structure Model with Multiple Tuned Mass Damper

Fig. 1의 모델에서 지반의 변위를 Z, 구조물의 변위를 X, 그리고, 구조물의 변위 X에 대한 MTMD의 상대 변위를 Y_i ($i=1, 2, \dots, N-1, N$)로 정의할 때, 전체 계의 운동 방정식은 아래와 같이 각 질량 감쇠기에 해당되는 운동 방정식을 펼쳐 놓은 형태가 된다.

$$\begin{aligned} m_1(\ddot{y}_1 + \dot{x}) + c_1\dot{y}_1 + k_1y_1 &= 0 \\ m_2(\ddot{y}_2 + \dot{x}) + c_2\dot{y}_2 + k_2y_2 &= 0 \\ &\vdots \\ m_{N-1}(\ddot{y}_{N-1} + \dot{x}) + c_{N-1}\dot{y}_{N-1} + k_{N-1}y_{N-1} &= 0 \\ m_N(\ddot{y}_N + \dot{x}) + c_N\dot{y}_N + k_Ny_N &= 0 \\ m_s\ddot{x} + k_sx - \{(c_1\dot{y}_1 + k_1y_1) + (c_2\dot{y}_2 + k_2y_2) \\ &+ \cdots + (c_{N-1}\dot{y}_{N-1} + k_{N-1}y_{N-1}) + \\ &(c_N\dot{y}_N + k_Ny_N)\} &= zk_s \end{aligned} \quad (1)$$

MTMD는 구조물의 고유 진동수(f_s)부근에 각 질량 감쇠기들의 고유 진동수(f_i)들을 일정한 간격으로 배치함으로써 구조물에 가해지는 조화력의 진동수가 구조물의 고유 진동수에 근접하는 경우, 구조물의 고유 진동수와 비슷한 값을 갖도록 설계된 각 질량 감쇠기들의 활발한 운동에 의해 가진력의 일부를 소산시켜 구조물의 과도한 진동을 억제할 수 있게 된다.

MTMD의 주요 구성 요소로는 구조물에 대한 MTMD 전체의 질량비(total mass ratio; μ_t) 및 MTMD의 개수(N), MTMD의 감쇠비(damping ratio) 및 이에 의해 정해지는 각 질량 감쇠기의 감쇠계수(damping coefficient:c), MTMD의 분산 진동수 범위(distributed frequency range)에 따라 정해지는 각 질량 감쇠기의 고유 진동수 및 이에 상응하는 스프링 상수 등이 있으며, 이 모든 요소 값의

결정은 구조물의 고유 진동수를 알고 있다는 가정 하에서 진행된다. MTMD의 구성도 및 주 요소 값의 정의는 다음과 같다.

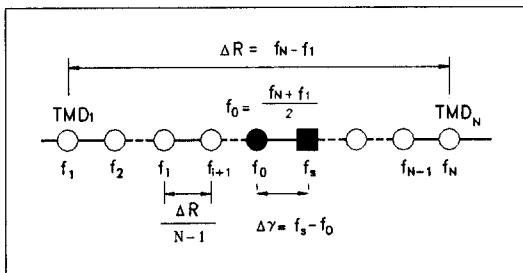


Fig. 2 A Schematic of MTMD in Frequency Domain

$$\text{Mass ratio} : \mu_i = \frac{m_i}{m_s}$$

m_i : mass of i th MD

m_s : mass of structure

$$i = 1, 2, \dots, N-1, N$$

$$\text{Total mass ratio} : \mu_t = \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_{N-1} + \mu_N$$

$$\text{Natural frequency ratio} : \xi_i = \frac{\omega_i}{\omega_s}$$

ω_i : natural frequency of i th MD

ω_s : natural frequency of structure

$$\text{Damping ratio} : \eta_i = \frac{c_i}{2m_i\omega_i}$$

c_i : damping coefficient of i th MD

$$\text{Excitation frequency ratio} : f = \frac{\omega}{\omega_s} \quad (2)$$

ω : excitation frequency

Natural Frequency of Structure : f_s

Frequency Range : $\Delta R = f_N - f_1$
 f_1, \dots, f_{N-1}, f_N : i th MD's Frequency

$$\text{MTMD's Central Frequency} : f_o = \frac{f_N + f_1}{2}$$

Frequency Off-set : $\Delta\gamma = f_s - f_o$

Fig. 2의 f_o 는 MTMD의 진동수 범위(ΔR), 감쇠비(η_i), 전체 질량비(μ_t)와의 영향을 고려한 최

적 값을 산정 하여, 구조물의 고유 진동수인 f_s 와 고유 진동수 오프셋($\Delta\gamma$)만큼의 차를 두도록 설계한다. 한 개의 TMD(Tuned Mass Damper)를 사용하는 경우에 대한 최적값 산출해^[1]를 이용하면, MTMD의 진동수 오프셋을 결정할 수 있다. 구조물과 질량 감쇠기의 고유 진동수와 질량을 각각 ω_s , ω_d 및 m_s , m_d 라고 정의하면, STMD(Single Tuned Mass Damper)에 있어 최적의 고유 진동수비(natural frequency ratio: $\xi = \omega_d / \omega_s$)는 질량비(mass ratio: $\mu = m_d / m_s$)에 대한 함수로 아래 식에 의해 얻을 수 있다.^[1] MTMD의 경우 식 (3)에 전체 질량비(μ_t)를 대입하여 진동수 오프셋 값을 설정 할 수 있다.

$$\xi_{opt} = \frac{1}{1 + \mu_t} \quad (3)$$

지반의 입력 변위(Z)에 대한 구조물의 응답 변위(X) 및 각 MTMD의 응답 변위(Y_i) 크기의 비로 식 (1)의 해를 구하면, 아래와 같은 결과 식들을 얻을 수 있다. 이때 사용된 요소 값의 정의는 식 (2)를 따른다.

$$\left| \frac{X}{Z} \right| = \left| 1 - f^2 - \sum_{i=1}^N \frac{(2\eta_i \xi_i \mu_i f j + \mu_i \xi_i^2 f^2)^2}{\xi_i^2 - f^2 + 2\eta_i \xi_i f j} \right|^{-1}$$

$$\left| \frac{Y_i}{Z} \right| = \left| \left\{ 1 - f^2 - \sum_{j=1}^N \frac{(2\eta_j \xi_j \mu_j f j + \mu_j \xi_j^2 f^2)^2}{\xi_j^2 - f^2 + 2\eta_j \xi_j f j} \right\} \times \frac{f^2}{\xi_i^2 - f^2 + 2\eta_i \xi_i f j} \right| \quad (4)$$

$$j = \sqrt{-1} \\ i = 1, 2, \dots, N-1, N$$

식 (4)는 MTMD의 성능을 예측할 수 있는 중요한 식이 되며, 이를 통해 MTMD의 성능에 미치는 요소 값의 적절한 설계가 가능하다.

Fig. 3은 MTMD를 구성하는 각 질량 감쇠기의 감쇠비를 변수로 하여, 고유 진동수 오프셋($\Delta\gamma$)을 다르게 해 가며, 식 (4)에 의해 결정되는 최대 DMF(Dynamic Magnitude Factor: $|X/Z|$) 값을 도시한 것이다. 도시된 세 경우 모두 감쇠비가 5~8%에서 가장 낮은 값을 주고 있음을 알 수 있다.

Fig. 4는 진동수 범위(ΔR)를 변수로 하여, 감쇠비를 바꾸어 가며 최대 DMF를 도시한 것이다. 낮은 값을 얻기 위해서는 감쇠비가 작을수록 진동

수 범위를 크게 하는 것이 필요하다.

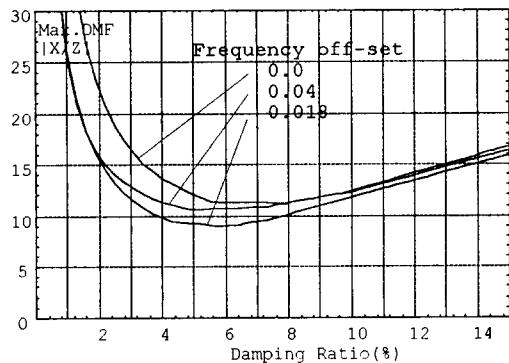


Fig. 3 Influence of Damping Ratio with Different Frequency off-set : MTMD(N=5, $\Delta R = 0.12$, $\mu_t=0.02$)

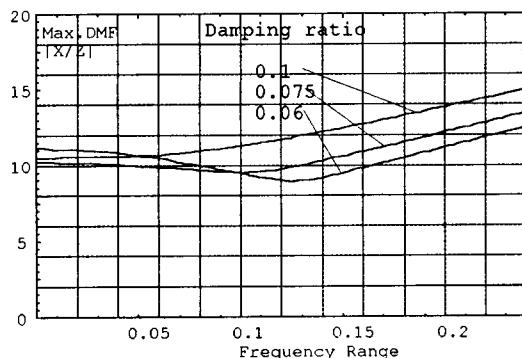


Fig. 4 Influence of Frequency Range(ΔR) in Different Damping ratio : MTMD (N=5, $\mu_t=0.02$)

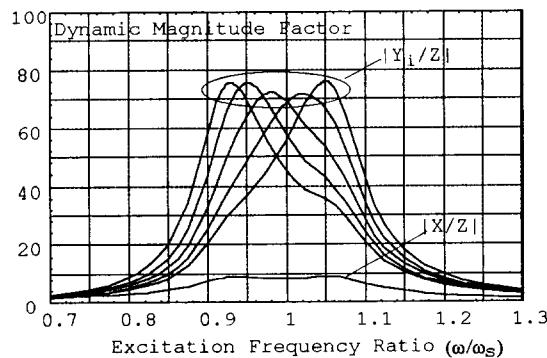


Fig. 5 Comparison of Mass Damper's Max. DMF with Structure's Max.DMF (N=5, $\Delta R=0.12$, $\Delta \gamma=0.015$, $\mu_t=0.02$, $\eta=0.059$)

또한, MTMD의 동특성 중 고려해야 할 사항은 식 (4)에 의해 구해지는 각 질량 감쇠기의 변위 및 속도, 가속도이다. 가진 변위에 대한 구조물의 응답 변위에 비해, 각 질량 감쇠기의 응답 변위는 월등히 큰 값을 가지게 되는데, 이는 구조물의 질량에 대해 작은 질량비를 가지는 MTMD의 특성에 의한 것이며, MTMD 설치시 공간 문제를 야기할 수 있어 이에 대한 문제 해결도 역시 필요하게 된다. Fig. 5는 MTMD와 구조물의 최대 DMF 값을 함께 도시한 것이며, 각 질량 감쇠기의 최대 DMF값이 구조물에 비해 월등하게 큰 것을 알 수 있다.

3. 외팔보를 이용한 Multiple Tuned Mass Damper 의 구현

외팔보의 강성을 스프링으로, 외팔보의 효과 질량과 그 끝단에 부가된 질량의 합을 질량 감쇠기의 질량으로 고려해, Fig. 6과 같이 MTMD를 구현 할 수 있다.

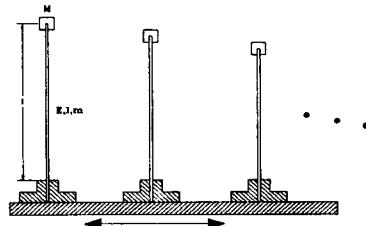


Fig. 6 Multiple Tuned Mass Damper using Cantilevers

구조물 하단 지지부의 변위가 시간에 따라 변할 때, 외팔보는 일정한 형태의 운동을 하게 된다. 하단 지지부의 변위가 조화 함수의 형태를 띠고, 특히 외팔보의 1차 고유 진동수 부근에 한정된다면, 외팔보에는 Fig. 7과 같은 1차 모드 운동만이 일어날 것이다. 구조물은 일반적으로 상당히 큰 강성체이므로, 진동에 있어 주 요소는 1차 모드에 집중된다. 따라서 구조물의 주요 진동은 1차 고유 진동수 부근에서 이뤄지게 되고, MTMD를 이루는 각각의 MD들은 구조물의 1차 고유 진동수를 중심으로 10% 이내에 분산되도록 설계를 한다. 따라서, MTMD를 구현하는 데 사용할 외팔보의 경우, Fig. 7과 같이 1차 모드의 운동만을 고려하여 동

특성을 해석하는 것이 가능하다.

Fig. 7과 같은 형태의 1차 모드로 운동하는 외 팔보는 이력 감쇠(hysterisis damping)를 무시하고, 이상화시킨다면 1개의 질량체와 질량이 없는 스프링(massless spring)으로 구성된 1자유도 진동체로 가정할 수 있다. 외팔보의 질량 중 일부는 효과 질량(effective mass: m_e)의 개념을 통해 진동체를 구성하는 질량으로 간주된다.

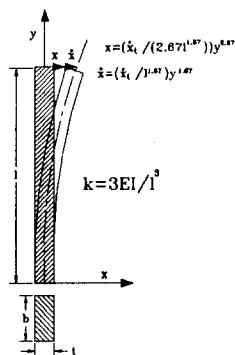


Fig. 7
Cantilever's
expected motion

외팔보의 끝단에 장착되는 부가 질량(m_a)과 외 팔보의 효과 질량(m_e)의 합을 질량 감쇠기의 전체 질량으로 하고, 외팔보의 길이(l), 두께(t), 폭(w), 탄성계수(elastic coefficient:E), 단면 관 성 모우멘트(moment of inertia of cross sectional area:I)의 합수인 외팔보-자유단 빔의 강성 식을 이용하면, 외팔보 형태의 질량 감쇠기 고유 진동수를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\omega = \sqrt{\frac{3EI}{l^3(m_a + \gamma_e m_b)}} \quad (5)$$

MTMD를 구성하는 각 질량 감쇠기들은 모두 같은 양의 질량을 갖도록 설계된다. 외팔보를 이용해 MTMD를 구현하는 경우 외팔보의 질량 중 일부가 효과 질량의 개념을 통해 질량 감쇠기의 질량 중 일부로 이용되기 때문에 설계시 이를 고려하기 위한 식 (6)과 같은 연립 방정식의 풀이가 필요하다. 식 (6)의 해를 얻어, 각 질량 감쇠기를 이루는 외팔보의 길이, 폭, 두께 및 부가 질량을 결정 할 수 있다.

$$\sqrt{\frac{3EI}{l^3(m_a + \gamma_e m_b)}} = \xi_i \omega_s \quad (6)$$

$$m_a + \gamma_e m_b = \mu_i m_s$$

ξ_i : frequency ratio of i th MD
 m_a : cantilever's tip mass
 γ_e : effective mass ratio of cantilever
 μ_i : mass ratio of i th MD

4. 시뮬레이션

본 연구에서 구성한 모델의 전체 질량비(μ_t)를 STMD에 대한 식 (3)을 참조하여 초기 진동수 오프셋을 얻어, 이로부터 MTMD에서의 진동수 오프셋 값을 찾아 설정하였고, 효과 질량비(γ_e)는 진동 핸드북^[16]에서 주어진 값을 사용하였다.

MTMD의 동특성을 이용하여, 본 연구에서 사용할 모델을 선정하였고, 그 사양은 다음과 같다.

$$N=5, \Delta R=0.12, \eta=0.049 \quad (7)$$

$$\Delta \gamma=0.015, \mu_t=0.021$$

Fig. 8은 본 연구에서 구성한 MTMD 모델에 대해 식 (4)를 이용해 도시한 것으로서, 외팔보를 이용해 구현할 MTMD의 목표 DMF 곡선이 된다.

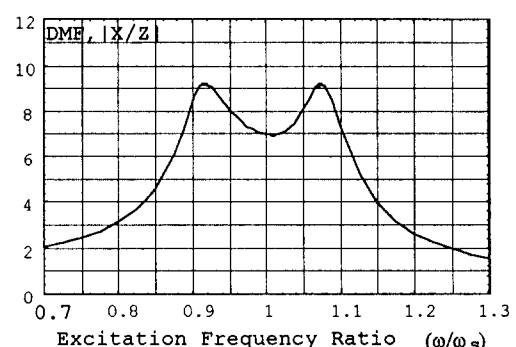


Fig. 8 DMF Curve of Structure with MTMD
(N=5, $\mu_t=0.021$, $\Delta R=0.12$, $\Delta \gamma=0.015$, $\eta=0.049$)

시뮬레이션 도구로는 Knowledge Revolution 사의 Working Model을 사용하였다. 외팔보 및 빔의 휘어짐을 고려함에 있어, 여러 개로 나눈 강체를 회전 스프링(rotational spring)으로 연결하는 방법을 사용하였다.

구조물은 5개의 강체로 구성되어 있으며, 각각은 회전 스프링(rotational spring)으로 연결되어 있다. 구조물의 기둥 길이, 폭, 두께 및 상판의 질량과 시뮬레이션을 통해 구한 구조물의 동특성은 다음과 같다.

$$E = 210 \times 10^9 \text{ N/m}^2, \rho = 7800 \text{ kg}$$

$$l_{beam} = 0.4 \text{ m}, w_{beam} = 0.03 \text{ m}$$

$$t_{beam} = 0.003 \text{ m}, m_s = 1.59 \text{ kg} \quad (8)$$

$$f_s = 12.75 \text{ Hz}$$

식 (8)의 구조물의 특성에 맞추어, Fig. 8의 DMF 곡선을 갖는 MTMD를 구현하기 위한 외팔보의 요소 값을 식 (6)을 이용해, 설계한 결과는 아래와 같다. 이때 외팔보는 구조물과 마찬가지로 강체를 회전 스프링으로 연결한 형태를 가진다.

Table. 1 The Parameter values of Cantilevers Used as Multiple Tuned Mass Damper

No.	NFR	thickness	width	length	A. mass
1	0.922	0.5	15	139.6	4.50
2	0.952	0.5	15	136.7	4.54
3	0.982	0.5	15	133.9	4.57
4	1.012	0.5	15	131.2	4.61
5	1.042	0.5	15	128.7	4.64

mass(g), length(mm)

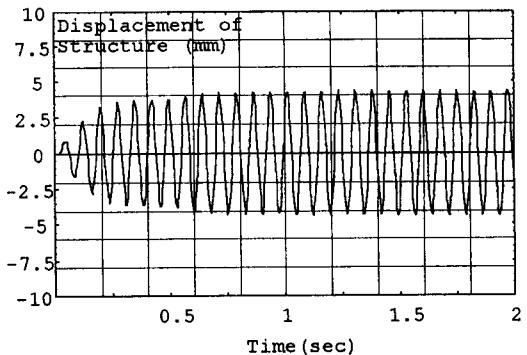
NFR:Natural Frequency Ratio (ξ_1)

A.mass:Cantilever's Tip Mass

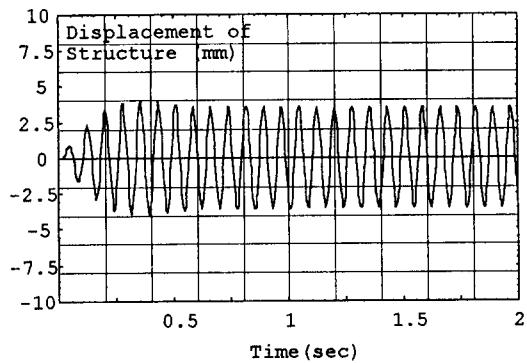
5. 결과 및 고찰

DMF의 측정은 구조물의 지반에 조화 함수 형태의 변위(Z) 입력을 일정한 진동수로 가한 후, 정상 상태에서의 최대 응답 변위를 구한 것이다.

가진 진동수를 바꾸어 가며, 여러 개의 Fig. 9와 같은 그래프를 얻은 후, 이를 통해 최대 DMF값을 구하여 Fig. 8과 비교한 그래프가 Fig. 10에 나와 있다. 결과적으로 전 구간에 걸쳐 만족스런 결과를 얻을 수 있었으며, 외팔보 형태의 수동형 MTMD의 구현을 위한 해석이 타당함을 보여주고 있다.



(a)



(b)

Fig. 9 Time to Displacement Curve of Structure with MTMD ($N=5, \mu_t=0.021, \Delta R=0.12, \Delta \gamma=0.015, \eta=0.049$) : (a) Excitation frequency ratio($f=\omega/\omega_s=1.06$), (b) Excitation frequency ratio($f=\omega/\omega_s=1.02$)

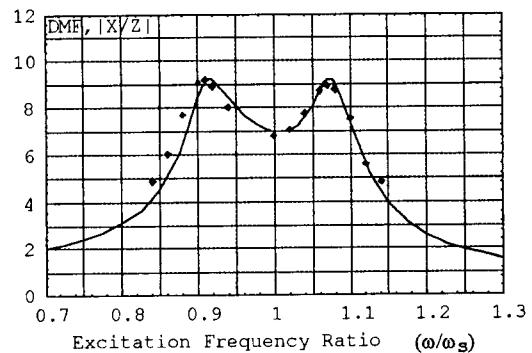
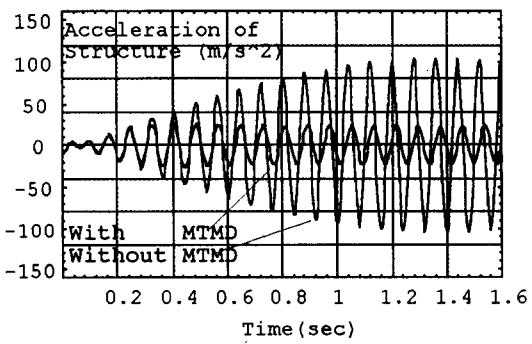


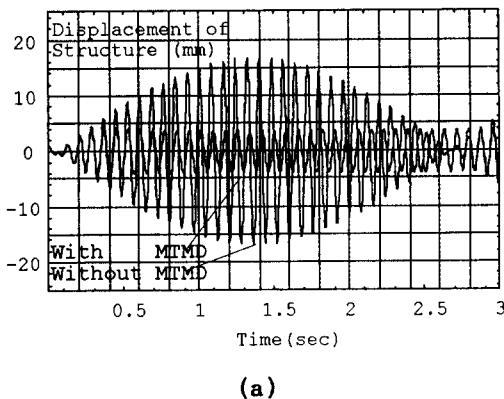
Fig. 10 Comparison of Simulation Results with Performance Curve of MTMD ($N=5, \mu_t=0.021, \Delta R=0.12, \Delta \gamma=0.015, \eta=0.049$)

구조물에 공진을 일으킬 수 있는 영역에서의 일반 가진 경우에 대하여 시뮬레이션 상에서 외팔보형 MTMD의 성능을 실험하였다. 가진 진동수비(ω/ω_n)는 0.97이었고, MTMD의 장착 유무 경우에 대하여 각각 변위, 속도, 가속도의 시간당 증감 정도를 Fig. 11에서 비교하였다. Fig. 11의 (a)에서 보듯이 MTMD를 적용치 않은 경우 외부 가진에 의해 큰 값을 가지고, 맥놀이 현상을 주기적으로 보이는 것과는 달리, 외팔보형 MTMD의 장착 경우에는 감쇠기의 역할을 해내어, 일정 시간 후에는 정상 상태에 이르는 결과를 주고 있다. Fig. 11의 (b), (c)의 속도, 가속도의 경우에도 역시 (a)와 마찬가지의 결과를 얻어, MTMD를 적용한 구조물의 경우에는 일정시간 후에는 모두 정상상태에 도달하였다.

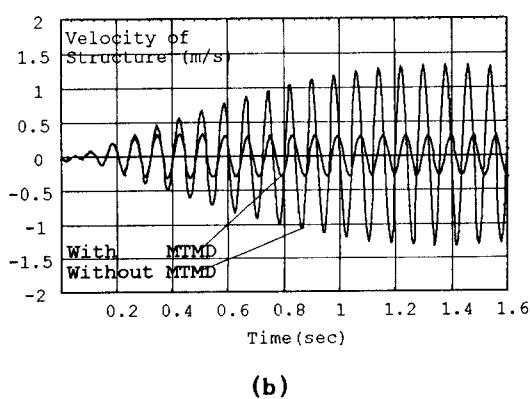


(c)

Fig. 11 Comparison of 'With MTMD' and 'Without MTMD' on Displacement(a), Velocity(b), Acceleration(c) of Structure : MTMD ($N=5$, $\mu_t=0.021$, $\Delta R=0.12$, $\Delta \gamma=0.015$, $\eta=0.049$)



(a)



(b)

6. 결 론

본 연구에서는 MTMD에 대한 동특성과 요소 값의 MTMD 성능에 대한 영향을 이해하고, 이를 이용하여 적절한 요소 값은 설계한 후, 외팔보 형태의 MTMD를 구현함으로써 구조물의 과도한 진동을 억제하고자 하였으며, 다음과 같은 결과를 얻었다.

1) 구조물의 과도한 진동을 억제하기 위한 수동형 MTMD의 동특성 해석과 요소 값의 MTMD 성능에 대한 영향을 고려하여 MTMD 모델을 결정한 후, 외팔보의 동특성을 이용한 수동형 MTMD 구현 방법을 제안하였고, 이에 대한 해석을 통해 원하는 MTMD 모델을 구현할 수 있는 외팔보의 요소 값을 설계하였다.

2) 1)에서 제안한 외팔보 형태의 수동형 MTMD의 모델을 구성하고 이에 대한 시뮬레이션을 실시하여, 1)의 제안 및 해석의 타당성을 검증하였다.

참고 문헌

1. J.P. Den Hartog, Mechanical Vibration, 4th ed, McGraw-Hill (1956)
2. C.E. Crede, C.M. Harris, Shock and Vibration Handbook, Vol.1, Chapter 6, McGraw Hill (1961)

3. G.B.Warburton , E.O.Ayorinde, 'Optimum absorber parameters for simple systems', Earthquake eng.struct.dyn. 8, 197-217 (1980)
4. R.J.McNamara , 'Tuned Mass Dampers for Buildings' , J.struct.eng., ASCE 103 , 1785-1798 (1977)
5. Y.Tamura , 'Suppression of Wind-induced Vibrations of Buildings', J.wind.eng., 44, 71-84 (1990)
6. T.Fujita , 'Seismic Isolation and Response Control of Nuclear and Non-nuclear Structure', Proc., 11th Int. Conf.struct.Mech. in Reactor Technol. (1991)
7. E.Heredia-Zavoni , E.H.Vanmarcke , 'Seismic Random - Vibration analysis of Multisupport-Structural Systems' , J.eng.mech., 120, 1107-1128 (1994)
8. S.Natsiavas, 'Vibration Absorbers for a Class of Self-Excited Mechanical Systems', J.app.mech.div.(ASCE), 60, 382-387 (1993)
9. M.Gu , H.Xiang , 'Optimization of TMD Suppressing Buffeting Response of Long-span Bridges' , J.wind.eng.indust. aero. , 41-44, 1383-1392 (1992)
10. T.Igusa , K.Xu , 'Vibration Reduction Characteristics of Distributed Tuned Mass Dampers', Proc. 4th int.conf .struct. dyn. :recent advances, 596-605 (1991)
11. H.YAMAGUCHI , N.HARNPORNCHAI , 'Fundamental Characteristics of Multiple Harmonically Forced Oscillations', Tuned Mass Dampers for Suppressing Earthquake eng. struct .dyn. 22, 51-62 (1993)
12. A.Kareem , S.Kline , 'Performance of Multiple Mass Dampers under Random Loading', Journal of struct.eng 121 , 348-361 (1995)
13. Y.Fujino , L.M.Sun , 'Vibration Control by Multiple Tuned Liquid Dampers(MLTDs)' , J.struct.eng., 119, 3482-3502 (1993)
14. T.Fujinami , S.Yamamoto , 'Dynamic Absorber Using Lever and Pendulum Mechanism for Vibration Control of Structure' , 日本機械學會論文集(C 編) (1991)
15. Y.Fujino , L.Sun , Benito M. Pacheco , Piyawa Chaiseri , 'Tuned Liquid Damper (TLD) for Suppressing Horizontal Motion of Structure', J.eng.mech , v118, 2017-2030 (1992)
16. C.M.Harris , C.E.Crede , 'Introduction to the Handbook' , Shock and Vibration Handbook , Vol.1 (1961)