

## 축대칭 전방 압출 공정에서의 연성파괴

최석우\*, 이용신\*\*, 오흥국\*\*\*

\*생산기술연구원 생산기반기술개발센터

\*\*국민대학교 기계공학과

\*\*\*아주대학교 생산자동화공학과

### Ductile Fracture in Axisymmetric Extrusion Process

S. Choi\*, Y.S. Lee\*\*, H.K. Oh\*\*\*

\* Production Technology Development Center, Koera Academy of Industrial Technology

\*\* Dept. of Mechanical Engineering, Kook Min University

\*\*\* Dept. of Manufacturing and Automation, Ajou University

#### Abstract

A ductile fracture criterion, which has already proposed, namely,  $(\Delta l/l_o)_f$  at  $\Delta\sigma_m$   $= (\Delta l/l_o)_f + (-1/\tan\theta)\Delta\sigma_m$  (where  $(\Delta l/l_o)_f$  is fracture elongation,  $\Delta\sigma_m$  is mean stress variation) was made use of to study the working limit in axisymmetric extrusion. The present investigation is concerned with the application of theory on flow and fracture to the prediction of workability of materials in axisymmetric bar extrusion, with special reference to central bursting. The influenced of die geometry and manufacturing conditions on the central bursting are predicted.

#### 1. 서론

중심부 결함(Central Bursting)은 냉간 압출 공정중에 발생하는 내부 결함으로서, 발생하는 크랙(Crack)의 모양이 갈매기 모양과 비슷하다고 하여 쉘브론(Chevron)크랙이라고도 부른다. 이와 같이 압출 공정에서의 중심부 결함은 내부 결함이기 때문에 생산 공정중에 발견하기가 매우 곤란하여, 큰 문제를 발생시키기도 한다. 특히 자동차 산업 부분에서는 압출 공정에 의한 다단 축류 제품이 많이 사용되기 때문에 이와 같은 중심부 결함을 방지하는 방법을 찾는 것은 매우 중요하다.

지금까지 압출 공정에서의 중심부 결함을 이해하기 위하여, 많은 실험적 연구가 수행되어 왔으며, 특히 제니슨(Jennison)<sup>(1)</sup>, 오르베고조(Orbegozo)<sup>(2)</sup> 등은 양호한 결과를 내었다. 반면에 아비쯔르(Avitzur)<sup>(3)</sup>, 아비쯔르와 최(Choi)<sup>(4)</sup> 등은 상계 해법을 이용하여 이론적으로 압출 공정의 중심부 결함을 해석하였다. 안정된 공정과 내부 결함이 발생하는 공정에서의 동적 가용 속도장을 각각 가정하여, 내부 결함이 발생할 때의 에너지가 내부 결함이 발생하지 않는 안정된 공정에서의 에너지보다 크지 않을 때 내부 결함이 발생한다고 제안하였으며, 실험과 비교하여 좋은 결과를 내고 있다.

압출 공정중에 발생하는 내부 결함은 같은 조건이라고 해도 항상 발생하는 것은 아니다. 따라서 소재에 이미 존재하고 있던 내부 결함이 내부 크랙(Crack)발생에 큰 역할을 한다는 관점에서 해석이 이루어지기도 했다. 첸(Chen)<sup>(5)</sup> 등과 아야다(Ayada)<sup>(6)</sup> 등은 이러한 관점에서 연구를 수행하였으며, 다나카(Tanaka)와 요시다(Yoshida)<sup>(7)</sup> 는 구리 소재의 산소(Oxygen)량과 크랙 발생 빈도와의 관계에 대하여 연구하였다. 또한 최근에 모리토키(Moritoki)<sup>(8)</sup>는 정적 또는 운동학적 모드에 따른 새로운 연성파괴식을 제안하였으며, 제안된 파괴식을 기초로 미끄럼 선장(Slip Line)해석법에 의해 압출 공정의 내부 결함을 해석 하였다. 모리토키의 연성 파괴식은 지금까지의 식과는 달리 매우 간단하여 공정예의 응용이 비교적 용이 하지만, 연성 파괴 한계식에 소재의 파괴 변형률이 고려되지 못하여, 그 신뢰성을 검증받지 못하고 있다.

다나카(Tanaka)<sup>(9)</sup>와 페페(Pepe)<sup>(10)</sup>는 압출시 소재 중심부에 발생하는 정수압 인장 응력이 소재 크랙의 시발점이 되어, 내부 크랙이 소재 중심축에서 부터 시작된다고 주장하였다. 이는 일정 조건이 되었을 경우 소재 중심축 근처에 많은 기공이 발생한다는 렘머스(Remmers)<sup>(11)</sup>의 실험과 일치하고 있다. 이와 같은 관찰을 통하여 압출 공정에서의 중심부 결함(Central bursting)은 단축 인장 시험에서의 연성 파괴와 발생 기구가 유사하다는 것이 알려져 있다. 즉 소재 축 중심에 생기는 정수압 인장 응력이 기공을 발생시키고, 이와 같은 기공들이 성장하고, 합쳐지면서 내부 크랙이 발생한다는 것으로, 소재 중심에 정수압 압축 응력이 작용할 경우는 이러한 내부 기공의 발생이 억제되고, 기공의 성장이 억제되어 크랙이 발생하지 않는다는 것이다.

본 연구에서는 소성가공 공정의 연성 파괴를 해석하기 위하여 개발된, 새로운 연성 파괴 이론식을 사용하여, 압출 공정의 내부 결함을 해석하고자 한다. 제안된 연성 파괴식은 대상 소재의 단순 인장 시험으로 부터 얻어지기 때문에 위에 서술한 바와 같이 압출에서의 중심부 결함 해석(Central bursting)에 매우 적합한 것으로 판단된다. 이와 같이 하여 얻어진 연성파괴식과 변형된 소재의 응력과 변형률을 비교하는 것으로 소재의 가공한계를 예측할 수 있다. 따라서 그 적용이 매우 간단하고 편리하여 그 응용이 기대된다. 소재 중심부의 응력과 변형률을 계산하여야 하기 때문에 오일러(Eulerian) 유한요소법을 이용하여 해석하였으며, 압출 금형의 각도와 단면 감소율의 변화에 따른 내부 결함의 변화를 살펴 보았다.

## 2. 연성 파괴 이론

변형 상태에 있는 소재에 작용하는 평균응력(Mean Stress)의 변화에 따라서 소재의 원자 결합력이 변화하기 때문에, 이의 영향으로 소재의 연신율, 단위 면적당 표면 에너지 및 파괴 인성(Fracture Toughness)은 소재에 작용하는 평균 응력의 변화에 지배를 받게 된다<sup>(12)</sup>. 따라서 어떤 소재의 평균 응력과 연신율과의 관계를 파악할 수 있다면, 그 소재의 연신 한계를 예측할 수 있다.

즉 오(Oh)<sup>(12)</sup>에 의하여 제안된 이론에 의하면 단위 면적당의 표면 에너지는 다음 식으로 표현된다

$$\gamma_p = \gamma_s \frac{\{(\Delta l/l_o)_f - \Delta\sigma_m / \tan\theta\}}{(\sigma_u - \Delta\sigma_m) / E} \quad (1)$$

여기서

$\gamma_p$  : 단위 면적당 표면 에너지       $\gamma_s$  : 단위 면적당 탄성 표면에너지  
 $\Delta\sigma_m$  : 평균 응력 변화량      E : 영률  
 $\sigma_u$  : 인장 강도

따라서 소성상태에서의 소재의 연신율은 다음 식에 의하여 지배 받는다.

$$\left(\frac{\Delta l}{l_o}\right)_{f \text{ at } \Delta\sigma_m} = \left(\frac{\Delta l}{l_o}\right)_f + \left(\frac{-1}{\tan\theta}\right)\Delta\sigma_m \quad (2)$$

여기서

$(\Delta l/l_o)_{f \text{ at } \Delta\sigma_m}$  : 임의의 응력상태에서 소재의 파괴 연신율  
 $(\Delta l/l_o)_f$  : 인장 시험에서 얻어진 파괴 연신율  
 $\tan\theta$  : 인장 시험에서 얻어지는 소재 고유의 값(그림 1 참고)

즉 그림 1을 참고로 살펴보면 소성 변형을 받기전에 연신율이  $(\Delta l/l_o)_f$  이던(이 값은 그림 1처럼 인장 시험결과에서 얻어진다) 어떤 소재가 소성변형을 받아 임의의 응력상태로 되어 그 변화량이  $\Delta\sigma_m$  이 되었을 경우 변형된 소재의 연신율은 식 (2)의 좌변 값,  $(\Delta l/l_o)_{f \text{ at } \Delta\sigma_m}$  으로 변화한다는 것으로 인장 시험을 통하여 그림 1과 같은 소재 데이터를 얻는다면 식(2)를 이용하여 그 소재의 연성 파괴 한계를 예측할 수 있다.

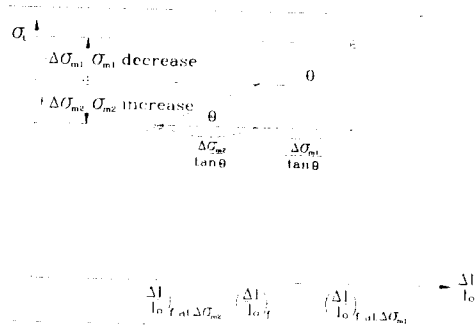


Fig. 1. True stress-elongation curve in uniaxial tensile test with varying mean stress.

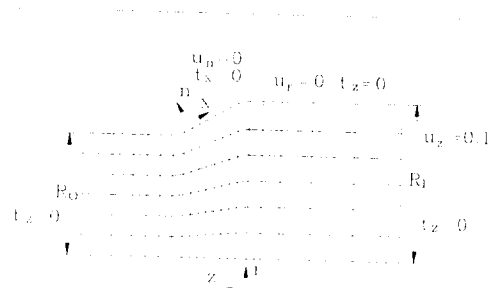


Fig. 2 Boundary conditions and mesh system for steady-state axisymmetric extrusion analysis.

### 3. 유한 요소 해석

압출공정을 해석하기 위하여 유한요소해석법을 사용하였다. 사용된 모델은 평형 방정식

(Conservation Equation, Balancelaws), 구성방정식(Constitutive Equation)과 경계조건으로 구성되며, 정상상태(Steady State)의 성형공정을 해석하는데 유용한 오일러(Eulerian)유한요소 해석법을 사용하였다.

### 구성 방정식 (Constitutive Equations)

변형체 역학을 해석하기 위해서는 지배 방정식, 즉 보전식(Conservation Equation)들은 충분치 못하여, 소재의 변형 특성을 나타내는 구성 방정식(Constitutive Equation)으로 보충된다. 이러한 식들을 가장 일반적인 형태로 표현을 하면,

$$\sigma = \hat{\sigma}(d, C, \theta, s^i) \quad (3)$$

윗 식에서  $\theta$ 는 온도,  $s^i$ 는 상태 변수들이고  $C$ 는 코우시 그린 변형률 텐서(Right Cauchy Green Strain Tensor)이다.

본 연구에서는 해석을 위하여 알루미늄 소재 A6061과 신소재인  $Ni_3Al$ 을 사용하였으며, 냉간 압출공정을 해석하므로 온도 효과와 변형률 속도(Strain rate)의 효과를 무시하고, 다음 식을 사용하였다.

$$A6061 : \bar{\sigma} = 54.3(\bar{\epsilon})^{0.16} \quad [kgf / mm^2] \quad (4)$$

$$Ni_3Al : \bar{\sigma} = 15 + 400\bar{\epsilon} \quad [kgf / mm^2] \quad (5)$$

윗 식은 적용 소재의 항복조건을 나타내는 것으로, 편차응력에 대한 구성 방정식은 유동규칙(Flow rule)과 더불어 완성된다.

유동규칙은 Levy-Mises 형태를 가정하여 다음과 같다.

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \frac{3\dot{\bar{\epsilon}}}{2\bar{\sigma}} \bar{\sigma} \quad (6)$$

### 비압축성

본 연구에서의 성형소재는 거의 비압축성이기 때문에 구성 방정식에 체적점성(Bulk viscosity  $k$ )를 무한대로 하여 얻어질 수 있다. 이 체적 점성계수는 다음과 같이 정의된다.

$$k_b = \lambda + \frac{2}{3}\mu \quad (7)$$

따라서 비압축성 유동은  $\lambda$ 를 무한대로 하여 묘사될 수 있는데,  $\lambda$ 는 전단 점성계수와 포와송비(Poisson ratio)로 다음과 같이 표현된다.

$$\lambda = \frac{2\mu\nu}{1-2\nu} \quad (8)$$

포와송비를 0.5에 근접시켜서, 무한대값의  $\lambda$ 를 유지할 수 있고, 비압축성의 해석을 가능하게 한다. 본 연구에서는 0.499995의 포와송비를 사용하여 변형율속도 텐서의 Trace를 영에 근접시키는 비압축성 유동을 해석하였다.

#### 경계 조건

소성가공의 역학적 해석은 평형 방정식과 구성 방정식외에 경계치 조건이 반드시 주어 져야 문제를 정립하게 된다. 금속의 유동 속도 및 응력, 즉 운동량 보존식의 해를 구하기 위해서는 속도 또는 힘의 경계에서의 값이 주어져야 한다. 물체의 경계중에서 속도가 주어진 부분을  $S_v$ , 표면력이 주어진 부분을  $S_\sigma$ 라 하면, 경계조건은 다음과 같다.

$$v = \hat{v} \text{ on } S_v \quad t = \hat{t} \text{ on } S_\sigma \quad (9)$$

여기에서  $\hat{v}$ 와  $\hat{t}$ 는 주어진 속도벡터와 표면력 벡터(Traction vector)이다. 표면력 벡터의 또 다른 경우는 금형 사이의 마찰에 기인하는 힘이다. 본 연구에서는 소재와 금형사이의 마찰력은 없는 것으로 하였다(그림 2 참고).

#### 유한 요소 정식화

앞에서 전개한 수학적 모델의 식들은 유한요소법을 이용하여 속도 분포 및 응력 분포를 근사적으로 구할 수 있다. 선운동량 보존식으로 부터 얻은 가상일률(Rate of virtual work) 범함수는 다음과 같다.

$$\delta J = - \int_V \sigma \cdot \delta \underline{\underline{e}} dV + \int_V \underline{b} \cdot \delta \underline{u} dV + \int_S \underline{t} \cdot \delta \underline{u} dS = 0 \quad (10)$$

질량 보존식은 구속조건으로 사용되며, 그 범함수를 구하면 다음과 같다.

$$\delta I = \int_V [P - \lambda \text{tr}(\dot{\epsilon})] \delta p dV \quad (11)$$

여기에서  $P = -(1/3)\sigma_{kk}$ 이고,  $\lambda$ 는 벌칙 계수(Penalty parameter)이고, 본 연구에서는 유한 요소의 가우스(Gauss)선택점마다 그 점에서의 유효 점성계수의 10<sup>6</sup>배로 값을 취하였다. 식(10) 및 식(11)의 범함수들의 오일러(Euler)식은 각각 선형 운동량 보존식과 질량 보존식이 된다.

이와같이 소성변형시의 체적변화를 무시하였을 경우, 압력항들은 제거되고, 각 질점(nodal point)에서의 속도만이 미지수가 되어 다음과 같은 유한요소 정식을 얻을 수 있다.

$$[K_\mu + K_\lambda] \{U\} = \{F\} \quad (12)$$

윗 식에서  $K_\lambda$ 는 비선형 항복 조건을 따르는 소성유동을 지배하며,  $K_\mu$ 는 재료가 체적 팽창(Volumetric dilatation)이 없도록 구속하는 행렬로서, 강성 행렬  $[K_\mu + K_\lambda]$ 는 대칭성을 유지하고 있다. 마지막으로 각 요소에서 구한 유한요소 정식은 전영역에 걸쳐 중첩되어(Assembly procedure) 경계조건을 적용시켜서 해를 구하게 된다.

#### 4. 축대칭 전방 압출의 해석 결과

축 대칭 전방 압출에 있어서 내부 결함(Central bursting)에 미치는 공정 변수의 영향을 파악하기 위하여 압출 공정의 변수중 금형의 반각과 단면 감소율을 변화시켜서 해석하여 보았다. 압출에서의 마찰은 대부분 압출 공정중 일정하게 유지되기 때문에 마찰 변수는 해석에서 제외시켰으며, 해석의 편리성을 위하여, 마찰이 없는 무마찰의 경우에 대하여 해석하였다.

해석에 사용된 소재는 비교적 연성이 좋은 알루미늄(A6061)과 연성이 좋지 않은 신소재 Ni<sub>3</sub>Al이다. 이 소재들의 연성 파괴 한계식은 인장 시험 결과로 부터 다음과 같이 얻을 수 있다<sup>(14,15)</sup>.

$$\text{A6061} : (\Delta l/l_0)_{f \text{ at } \Delta \sigma_m} = 0.14 + (-1/113)\Delta \sigma_m \quad (13)$$

$$\text{Ni}_3\text{Al} : (\Delta l/l_0)_{f \text{ at } \Delta \sigma_m} = 0.0025 + (-1/400)\Delta \sigma_m \quad (14)$$

그림 2는 본 해석에 사용된 유한 요소와 그 형상을 보여 주는 것으로 유한 요소는 형상에 따라 84개 요소에서 120개 요소까지 사용되었다.

그림 3 및 그림 4는 유한 요소 해석을 통하여 구한 알루미늄(A6061)의 소재 중심에서의 평균응력(Mean stress) 분포를 소재 중심선에 따라 나타낸 것으로, 평균 응력을 항복 응력(Yield stress,  $\sigma_y = 20.0$ )으로 무차원화시킨 것이다. 그림 3과 4는 단면 감소율이 30%인 경우에 있어서 금형 반각  $\alpha$  가 각각 15°, 25°인 경우에 소재 중심선 상에서의 평균 응력의 변화를 나타낸 것으로, 금형 반각이 25°인 경우 소재 단면의 감소가 시작되는 금형의 입구점 근방에서 평균응력(Mean stress)이 인장으로 나타나고 있으며, 금형의 출구점으로 갈수록 점점 압축으로 변화해 간다. 이와 같은 소재 중심선에서의 평균응력의 분포는 아라바스(Aravas)<sup>(13)</sup> 해석 결과와 일치하고 있다. 금형 반각이 15°인 경우 소재 중심에서의 평균응력은 금형 반각이 25°인 경우와 달리, 모든 부분에서 압축쪽에 있다. 따라서 금형 반각이 25°이고, 단면 감소율이 30%인 경우 소재 중심부에 결함(Central bursting)이 발생할 확률이 매우 높은 것을 알 수 있다.

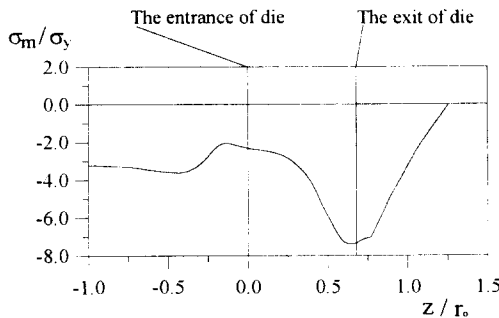


Fig. 3 The distribution of mean stress along the central line,  $\alpha = 15^\circ$ , R.A. = 30%.

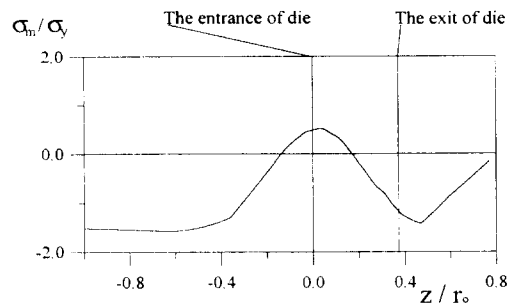


Fig. 4 The distribution of mean stress along the central line,  $\alpha = 25^\circ$ , R.A. = 30%.

#### 4.1 알루미늄(A6061)의 연성 파괴 해석 결과

그림 5는 알루미늄(A6061)의 유한 요소 해석 결과에 연성 파괴식을 도입하여, 알루미늄 압출에 있어서 중심부 결함을 해석한 결과를 보여주는 그림이다. 즉 유한 요소 해석을 통하여 계산한 소재 중심부에서의 평균 응력 변화량을 연성 파괴식 (13)에 대입하여 압출 소재의 한계 연신율을 계산하고, 이 연신율과 그 점에서 유한 요소 해석으로 계산한 연신율과 비교하여, 계산된 한계 연신율보다 그 점에서의 연신율이 큰 경우 중심부 결함(Central bursting)이 발생하는 것으로 예측한다. 그림 5에서 수평축은 금형의 반각을 나타내고 있으며, 수직축은 단면 감소율을 나타내고 있다. 각각 점으로 표시한 것이 해석 결과를 나타내는 것으로 ×표로 나타낸 것이 중심부 결함(Central bursting)이 발생하는 것으로 예측된 점이고, ●로 나타낸 것은 중심부 결함이 발생하지 않는 것으로 예측된 것이다.

그림에서 알 수 있듯이 압출에서 중심부 결함이 발생하는 영역은 금형 반각이 커질수록, 또 단면 감소율이 작을수록 커지고 있어, 금형 반각이 클수록, 단면 감소율이 작을수록 중심부 결함이 발생할 확률이 높음을 알 수 있다. 이는 일반적으로 알려진 사실과 잘 일치하는 해석 결과로, 본 해석이 의미가 있음을 알 수 있다.

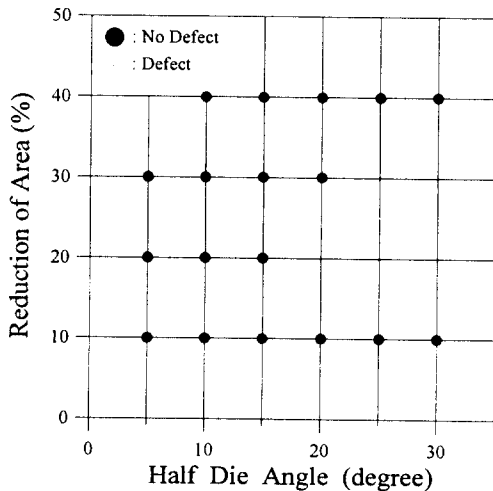


Fig. 5 The central bursting in cold extrusion (A6061).

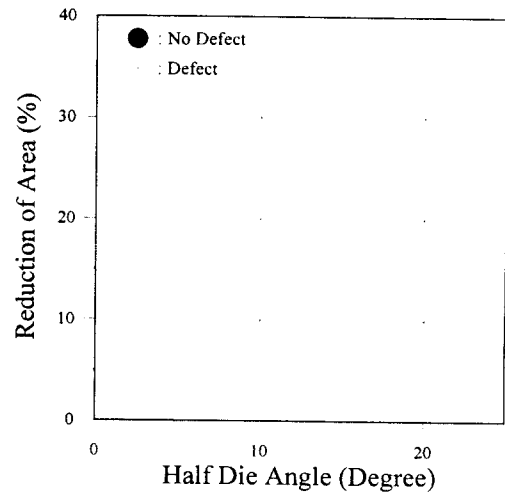


Fig. 6 The central bursting in cold extrusion (Ni<sub>3</sub>Al).

#### 4.2 Ni<sub>3</sub>Al의 연성 파괴 해석 결과

그림 6은 Ni<sub>3</sub>Al소재의 유한 요소 해석 결과에 연성 파괴식을 도입하여, 압출에 있어서 중심부 결함(Central bursting)을 해석한 결과를 보여주고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 해석한 모든 점에서 파괴가 발생한다고 예측되고 있다. 응력 해석 결과를 살펴보면, 어떤 경우에 있어서는 소재 중심부 부근에 인장 응력이 작용하고 있지는 않지만, 파괴가 발생하는 것으로 나타났다. 그림 7은 Ni<sub>3</sub>Al소재 압출시 소재 중심부 발생하는 평균응력의 분포를 나타내고 있는 것으로, 평균 응력이 압축 상태에 있음에도 불구하고, 이 부근의 연신율이 소재의 한계 연신율보다 크게 나타나고 있어 소재는 파괴되고 있는 것으로 예측되고 있다. 이와 같은 해석은 다른 파괴 한계식으로는 예측하기 어려운 것으로, 본 해석에 사용된 연성 파괴식의 특징을 나타내는 결과라고 할 수 있다.

그림 8은 이 소재를 정수압 압출과정으로 압출하는 것을 해석한 것으로, 정수압 압력이  $72 \text{ kgf/mm}^2$  (7,200 Bar)인 경우, 일부 영역이 안전한 것으로 예측되고 있다. 실제로  $\text{Ni}_3\text{Al}$ 소재는 신소재로서 개발되어 있으나, 연성이 부족하여 정수압 압출등의 공정에서 만 성형이 가능한 것으로 알려져 있으므로<sup>(14)</sup>, 본 해석이 의미가 있음을 알 수 있다. 따라서 그림 6과 그림 8은 연성이 부족한 소재에 있어서 정수압 압축 응력이 어떠한 역할을 하는지 잘 보여주는 결과라고 하겠다.

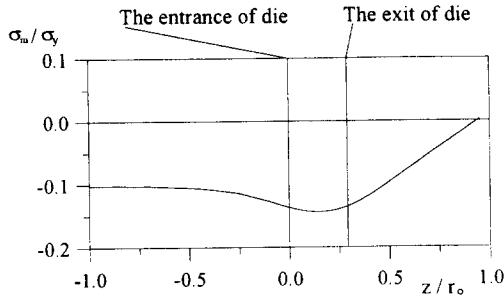


Fig. 7 The distribution of mean stress along the central line  $\alpha = 10^\circ$ , R.A. = 10%.

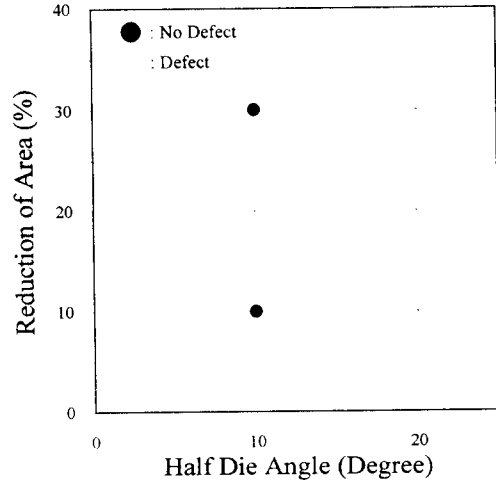


Fig. 8 The central bursting in hydrostatic extrusion ( $\text{Ni}_3\text{Al}$ ).

#### 4.4 결론

축대칭 전방 압출에 있어서 중심부 결함(Central Bursting)에 대한 이론 해석 결과 다음과 같은 결과를 얻었다.

1. 오일러 유한 요소 해석법을 이용하여, 소재 중심부의 평균 응력(Mean Stress) 분포와 연신율의 분포를 해석할 수 있었다.
2. 해석 결과 압출에서의 중심부 결함(Central Bursting)은 금형 반각이 커질수록, 단면 감소율이 작아질수록 발생할 확률이 높아짐을 알 수 있었다.
3. 유한 요소 해석을 통하여 소재 축 중심에 평균 응력(Mean Stress) 분포를 살펴본 결과, 일부 해석 결과에서 금형 입구측 근방에서 평균 응력이 인장으로 나타남을 알 수 있었으며, 이와같은 인장 평균 응력으로 인하여 중심부 결함이 발생할 확률이 높아진다는 것을 알 수 있었다. 그러나  $\text{Ni}_3\text{Al}$ 과 같이 연성이 부족한 소재는 평균 인장 응력이 압축임에도 불구하고 중심부 결함이 발생할 수 있다는 사실을 알 수 있었다.
4. 또한 이와같이 연성이 부족한 소재의 압출에 있어서는 정수압 압출 공정을 이용하는 것이 내부 결함 방지 목적에서 매우 효율적임을 파악할 수 있었다.



## 참고문헌

1. Jennison, H.C., "Certain Types of Defects in Copper Wire Caused by Improper Dies and Drawing Practice", *Proc. Inst. Metals, Div. AIME*, Vol. 89, pp121, 1930.
2. Orbegozo, J.I., "Fracture in Wire Drawing", *Annals of CIRP*, Vol. 16, pp319, 1968.
3. Avitzur, B., "Analysis of Central Bursting Defects in Extrusion and Wire Drawing", *Trans. ASME, Ser. B*, Vol. 90, pp79, 1968.
4. Avitzur, B. and Choi, C.C., "Analysis of Central Bursting Defect in Plane Strain Drawing and Extrusion", *Trans. ASME, Ser. B*, Vol. 108, pp317, 1986.
5. Chen, C.C., Oh, S.I. and Kobayasi, S., "Ductile Fracture in Axisymmetric Extrusion and Drawing", *Journal of Engineering for Industry ASME*, Vol.101, pp23-44, 1979.
6. Aayada, M., Higashiho, T. and Mori, K., "Central Bursting in Extrusion of Inhomogeneous Materials", in Lange, K.(ed.), *Advanced Technology of Plasticity(Vol.1)*, Springer-Verlag, pp553-558, 1987.
7. Tanaka, H. and Yoshida, K., "Finite Element Method Analyses and Experimental Investigations on Cupping Defects in Drawn Materials", *The Technology Report of the Tokai Univ.*, Vol. 21, pp107, 1981.
8. Moritoki, H., "The Criterion for Central Bursting and its Occurrence in Drawing and Extrusion under Plane Strain", *Int. J. Plast.*, Vol. 7, pp713-731, 1991.
9. Tanaka, H., *Nippon Kink. Gakk.*, Vol. 16, pp567, 1952.
10. Pepe, J. J., *Metals. Engng. Q.*, Vol. 16, pp46, 1976.
11. Remmers, W. E., *Trans, AIME*, Vol. 87, pp107, 1930.
12. Oh, H.K., "Determination of Fracture Toughness by Uniaxial Tensile Test", *J. Mat. Pro. Tech.*, Vol.54, pp372-374, 1995.
13. Aravas, N., "The Analysis of Void Growth that Leads to Central Bursts During Extrusion", *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 34(No.1), pp55-79, 1986.
14. Zok, F. and Embury, J.D., "Forming of Low-Ductility Materials under Hydrostatic Pressure", *J. Mater. Shaping Technol.*, Vol. 8, pp77-81, 1990.
15. Choi, s and Oh, H.K., "Ductile Fracture in the Central Region of Cicular Plate in the Rotary Forging", *한국소성가공학회, '95추계학술대회*, pp95-101, 1995.