

임의 단면 형상의 3차원 압출에 대한 상계해법-유한요소법 Couple에 관한 研究

이 병 섭*, 홍 성 인**

* 충남대학교 대학원 기계공학과, ** 충남대학교 기계공학과

A Study on Arbitrary Cross Section Shaped Three-Dimensional Extrusion
with Upper Bound Method-Finite Element Method Couple

B. S. Lee*, S. I. Hong**

* Dept. of Mech. Eng., Graduate School, Chungnam National University

** Dept. of Mech. Eng., Chungnam National University

Abstract

The extrusion velocity of billet through a die and the shapes of the die are the important factors in the metal forming process of the extrusion of billet. In recent years, the life cycle of products is going faster. Although the former finite element method was capable of yielding a detailed analysis, it requires lots of time and extensive coding effort.

Then, some simple devices were developed and based on upper bound method. For this purpose, a kinematically admissible velocity field is formulated for extrusion of cylinders with arbitrary cross section and die profile on their outer surfaces by using a modified upper bound approach, which configures simultaneous extruding speeds in three directions. Also, In order to display the mesh of the cold forward extrusion process using the approach, the automatic three-dimensional mesh generation produced by the approach coupled finite element method with upper bound method.

1. 서 론

소성공정중 압출가공은 특히, 주택용 알루미늄샤시와 대형 구조용 부재 등의 수요 증대에 의해서 압출 프레스의 유압화, 대형화가 진전되어 압출가공품의 다양화, 고품질화, 고부가가치화의 시대로 진행하기 때문에 현재에는 제품의 형상과 재질에 적용된 압출 방법의 선택과 고도 기술이 요구되고 있다. 이러한 요구에 의해 아직까지 실험에 많이 의존하고 있는 금형 설계의 적격성 판정에 있어서 시간적 비용적 제한을

벗어나기 위해 모의실험(simulation)을 통한 정보를 얻으려는 노력이 지금까지 계속되어 왔다.

압출문제에 있어서는 압출방법, 콘테이너, 금형 등의 공구형상, 빌렛구성, 윤활상태, 재료특성, 압출온도, 압출속도, 제품형상, 역학적 경계조건등 많은 영향을 주는 인자를 가지고 있다. 그 중 압출 속도와 금형 형상은 중요한 인자로 복잡한 경계면에서 해석을 요구하는 한편, 제품 주기(life cycle)가 점점 작아지는 요즈음, 보다 다양한 변화에 대한 빠른 해석과 편리한 해석을 요구하고 있다. 그러나, 기존의 유한요소해석 알고리즘은 그 해석의 근사성에도 불구하고 한 모델에 대한 해석시간이 경험에 의해 설계되는 것에 비교하여 길기 때문에 산업현장에서는 아직 적용이 미진한 상태이다. 특히, 범용적으로 쓰이는 유한요소프로그램들도 압출 금형의 형태나 조건등이 유사성을 지니고 있음에도 불구하고 그를 위한 모델링작업에 있어 편리성을 제공해 주지 못하고 있다.

따라서 본연구를 통하여 상계법에서 사용되는 속도장의 최적화를 통해 구한 금형 및 윤곽선 함수를 적용 사각형 3차원 요소망을 생성하고 이에 따른 초기속도장의 값을 비압축성 유체라는 가정으로 부디 구한 후, 이를 초기 속도장의 값과 형상입력값으로 유한요소해석에 적용하는 기법을 개발하고자 한다.

2. 상계법을 이용한 형상의 구현 (속도 함수 이용)

상계법을 이용한 형상의 구현을 위해 다음 두 가정을 전제한다. 소성역은 금형입구 단면과 출구단면으로 되어 있는 금형공내의 영역이고, 피가공체는 완전강소성체이다.

이러한 가정하의 변형역을 Fig.1과 같이 원통좌표계로 나타내는 경우 동적가용속도장의 일반형은 체적일정의 조건에서 다음의 방정식으로 표현된다.

$$\frac{\partial v_r(r, \varphi, z)}{\partial r} + \frac{1}{r} v_r(r, \varphi, z) + \frac{\partial v_z(r, \varphi, z)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi(r, \varphi, z)}{\partial \varphi} = 0 \quad (1)$$

식(1)은 Kiuchi¹⁾의 3차원 상계해법을 이용하여 전개하면, 다음 식(2)과 같은 결론에 도달할 수 있다.

$$\begin{aligned} v_r(r_s(\varphi, z), \varphi, z) &= -\frac{r_s(\varphi, z)}{2} \left\{ \frac{\partial v_z(z)}{\partial z} + \frac{\partial w(\varphi, z)}{\partial \varphi} \right\} \\ &= \frac{1}{r_s(\varphi, z)} \frac{\partial r_s(\varphi, z)}{\partial \varphi} r_s(\varphi, z) \cdot w(\varphi, z) \\ &\quad + v_z(z) \frac{\partial r_s(\varphi, z)}{\partial z} \end{aligned} \quad (2)$$

식(2)은 금형 표면에서 물질은 금형 모양을 따라 흐른다는 것을 나타낸다. 그러므로, 위식의 동적가용속도장은 체적일정의 조건과 요청된 모든 동적경계조건을 만족한다. 그러나 위식은 변형역내에 최외각의 다이 접촉면에서만 값들을 준다. 그러나, 위식(2)을 근거로 다음과 같은 과정을 통하여 전체 변형역에 대한 초기 속도장을 계산할 수 있다.

압출금형 형상을 결정하기 위해 소재의 형상과 제품의 형상이 주어졌을 경우 금형의 입구형상이 결정되는데 금형의 진행방향중의 단면적 A_i 는 바로 이전의 단면적 A_{i-1} 로부터 적절한 보간을 통하여 구해질 수 있다. 이는 비압축성이라는 가정아래 금형이 출구를 나오면서 비틀리거나 굽혀지지 않는 경우에 다음 식과 같이 한 단면에 흐르는 총 유동량은 일정하다.

$$\dot{Q} = A_{i-1} \bar{v}_{i-1} = A_i \bar{v}_i$$

그러므로 윤곽선 함수 $f(z)$ 에 따른 단면 감소율은 마찰을 고려하지 않았을 경우 평균속도를 나타낸다고 할 수 있다.

이제 임의의 입구상의 외각점 (r_{0j}, θ_{0j}) 을 고려하면, 이점의 진행 벡터는

$$v_{ij} = \frac{A_k}{A_i} v_{kj} \quad (\text{단, } k=i-1) \quad (3)$$

이때의 속도벡터 v_{ij} 는 금형의 윤곽선을 따르는 방향이고 A_k/A_i 의 크기를 가진 벡터이다. 이때 면적은 반경의 함수 이므로 A_k 와 A_i 의 일대일 대응점을 잡게 되면 내부의 벡터를 구할 수 있고 다시 금형 윤곽선에 의한 근사유선상의 접선에 대하여 금형 길이의 방향과 반경방향의 속도 벡터로 나눌 수 있다. 그러므로, 이렇게 구한 초기 속도값과 절점 요소들을 통하여 3차원 요소 자동생성을 행할 수 있을 것이다.

또한 각종 이형 출구 단면의 경우에는 출구 단면 외각선 상의 점과 입구 단면 외각선 상의 점들을 잇는 금형 윤곽선을 정의한 후(이는 다음 절에서 설명되어 있다.) r 좌표의 함수에 의해 식(3)과 같이 구현될 수 있다. 결국 다시 Kiuchi 상계해법을 통하여 구한 금형과 접촉하고 있는 외곽 표면 벡터의 값들이 중요하다는 것을 인식할 수 있으며, 이형 출구 단면을 가진 압출재의 최적 곡선금형을 찾을 수 있는 방법을 제시하고 있다고 할 수 있다.

3. 윤곽선 함수의 분류

변형역의 입구와 출구를 잇는 곡선 금형의 일반형으로 Wang²⁾등에 의해 다음 4가지형을 선정할 수 있다. Fig. 2에서는 4가지 곡선 금형 윤곽선의 형태를 보여주고 있다. 이 4가지의 함수의 조합 및 변수 변화를 통하여 각종 곡선 금형 윤곽선의 표현이 가능하다. 이를 상세히 기술하면 다음과 같다.

① H-곡선 금형 : 상수 변형률의 금형 윤곽선

$$f(z) = \sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{A_0}{(\gamma-1)z/z_1 + 1}}$$

$\gamma = r_0^2 / r_f^2$: 상사압출비, A_0 : 빌렛의 단면적, z_1 : 금형의 길이

r_0 : 입구에서 외곽 둘레의 한 지점으로 부터 금형 중심선까지의 거리

r_f : 출구에서 외곽 돌레의 한 지점으로부터 금형 중심선까지의 거리
 여기서, 윤곽선 함수 $f(z)$ 는 금형 중심선으로부터의 거리를 나타낸다.

② T-곡선 금형 : 선형 1차 윤곽선

$$f(z) = r_0 - z \tan \alpha$$

α : 금형의 반각

③ E-곡선 금형 : 타원 곡선 금형 (ellipse curved die)

$$f(z) = \sqrt{r_0^2 - \frac{z^2 (r_0^2 - r_f^2)}{z_1^2}}$$

④ C-곡선 금형 : 수렴 곡선 금형 (converge curved die)

$$f(z) = 1 + \{D - 3 + 3r_f\} \left(\frac{z}{z_1}\right)^2 + (2 - 2r_f - 2D) \left(\frac{z}{z_1}\right)^3 + D \left(\frac{z}{z_1}\right)^4$$

여기서, $D = \frac{3(1-r_f)(1-2z_r)}{1-6z_r+6z_r^2}$ 이고 z_r 은 금형 길이에 대한 금형 윤곽선의 곡률의 부호가 반하는 지점에 대한 비이다.

4. 결과 및 고찰

다양한 금형 윤곽선과 출구 단면의 구현과 함께 초기 속도장의 적정 설정은 복잡한 형상의 금형설계에 중요한 인자이다. Fig 3,4,5,6는 압출 하중을 줄일 수 있고, 재료의 유동을 양호하게 이끌어 내는 것으로 알려진 수렴 금형 곡선에 대한 여러가지 출구 단면과 자동유한요소생성을 보여주고 있다. Fig 3에서는 육각형 출구단면에 대한 요소생성을 보여주고 있고 Fig 4에서는 L단면 형제의 2분면을 Fig 5에서는 T단면 형제의 2분면을 보여주고 있으며, Fig 6에서는 복잡한 이형제의 자동유한요소생성을 보여주고 있다.

기존의 등각사상에 의한 수식화는 복잡하고 각각의 출구 단면의 수식화 과정을 거쳐 생성된 요소는 금형 윤곽선이 선형의 경우에만 보편적일 뿐 그외의 경우에 대하여는 일반화 된 적용이 불가능하였다. 더욱이 Fig 6와 같이 복잡한 이형제의 경우에는 각각의 출구 단면 곡선의 변곡점을 수학적으로 기술하여야 하는 어려움이 존재하여 실제적 이형제에 대한 적용이 힘들었으나, 본 논문에서 제시한 개선된 사상법은 Fig 6에서 보이지는 것과 같이 임의의 형제라도 Fig 3,4,5와 같은 방법으로 표시가 가능하고 이에 따른 초기속도장의 설정이 가능하다. 또한 금형윤곽선의 복잡한 형태에 따른 마찰항의 지리에 있어 방향여현함수를 자동유한요소생성프로그램상에서 바로계산하여

입력데이터로 유한요소프로그램에 사용할 수 있기 때문에 복잡한 형상의 마찰계산 알고리즘을 또한 개선할 수 있다.

Fig 7,8,9,10는 각각 타원과 클로버(clover)와 사각형과 트로코이달 기어의 출구 단면을 가진 금형의 3차원 유한요소생성을 보여주고 있다. 금형길이방향으로는 금형윤곽선에 따라 Fig 7은 상수 변형률의 금형윤곽선인 H-곡선을 채택하였고, Fig 8은 선형 1차 윤곽선을 Fig 9는 타원 곡선 금형 윤곽선을 채택하고 있으며, Fig 10은 수렴 금형곡선을 채택하고 있다. 각각의 압출비는 60%이며, 트로코이달 기어의 경우만 45.5%이다. Kobayashi³⁾와 Yang⁴⁾등은 단지 4가지 이형재의 수렴 금형 곡선에 대한 상계법 및 초기속도장 설정에 등각사상을 이용하였다.

Fig 11은 수렴금형곡선에 대한 Lee⁵⁾의 상계해법에 의한 실험과 가중잔류항법에 의한 해석을 본 논문에서 사용된 해석 프로그램의 해석과 비교한 그림이다. 재료는 알루미늄 2024을 사용하였으며, 마찰 계수는 0.12를 사용하여 같은 조건을 적용하였다. Fig 11에서 나타내는 것과 같이 본 논문의 해석 결과가 기존의 가중잔류항법 보다 작은 범위를 가지고 실험치에 근사한 것을 알릴 수 있다. 그 비교의 값을 Table 1에 정리하여 놓았다.

Table 1. Comparisons of extrusion pressure between the experiment and various methods of analysis for the given process conditions (C-curved die profile)

Section shape	R.A. (%)	Method	Extrusion pressure (MPa)		Difference with experiment (%)
			Theory	Experiment	
Ellipse	60	F E M	270.5	306.7	-13.4
		M W R	372.7		17.7
Square	60	F E M	282.0	317.3	-12.5
		M W R	380.0		16.5
Clover	60	F E M	320.2	349.9	-9.3
		M W R	389.9		10.2
Trochoidal gear	45.5	F E M	307.1	317.5	-3.4
		M W R	301.5		-5.3

5. 결론

3차원 변형사상법을 이용하여 압출공정의 3차원 유한요소해석시 전처리 과정으로 필요한 유한요소망 자동생성과 초기속도장 설정의 새로운 기법을 개발하였다.

이 방법을 일반적인 압출 문제에 적용시켜 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 복잡한 출구 단면 형상을 가진 압출 금형의 해석 영역에 대해 유한요소망을 생성하는 데 있어 많은 입력자료를 편리하게 하여 입력에 필요한 시간과 노력을 최소화하였으며, 그 방법을 제시하였다.
- (2) 금형윤곽선의 다양한 종류에 대한 압출기 개발에 대한 기본자료로 필요한 해석 요구에 부응하여 다양한 금형 윤곽선에 대한 요소망 생성을 자동화하였다.
- (3) 면직사상법으로 개선된 초기속도장을 이용하여 강소성유한요소해석시 해석시간을 단축시키는 물론 마찰항을 개선하는 알고리즘을 이끌어 내었다.

References

1. 木内 外 2人, “異形材の押出し引抜き加工に関する研究”, 昭化 56年度 塑性加工春季講演會
2. Wang xutang and Jin qijian and Xie shueisheing, “Elasto-Plastic Finite Element Analysis of Hydrostatic Extrusion with Various Mathematically Contoured Dies”, Professor, Department of Mechanical Engineering, Tsinghua University, Beijing, P.R.C., 25th MTDR conference, p.51-57, 1984
3. Lee, C.H., Iwasaki, H. and Kobayashi, S., “Calculation of residual stresses in plastic deformation processes”, J. of Eng. for Industry, Vol. 94, pp697, 1972
4. 이 춘만, 양 동원, “곡면금형을 통한 3차원압출의 가중잔류항법에 의한 수치해석”, 大韓機械學會 '89年度 春季學術大會 抄録集(I), pp.124~128, 1989
5. 이 춘만, “곡면금형을 통한 3차원 압출의 가중잔류항법에 의한 수치해석”, 생산공학파, 한국과학기술원, 대전, 박사학위 논문, 1989
6. Johnson, W. and Kudo, H. , “The mechanics of metal extrusion”, Manchester University Press, 1962
7. Avituzur, B. , “Metal forming : Process and Analysis” , McGraw-Hill, 1968
8. Thomsen, E.G. , “Investigation of the application of the viscoplasticity methods of analysis to metal deformation processing”, 1967
9. Chen, C.C., Oh, S.I. and Kobayashi, S. , “Ductile fracture in axisymmetric extrusion and drawing” , J. of Eng. for Industry, Vol. 101, pp23, 1979
10. Dong-Yol Yang, Moon-Uhn Kim and Choong-Hong Lee, “An analysis for extrusion of helical shapes from round billets”, Int. J. Mech. Sci. Vol 20, pp. 695-705, 1978
11. 신 현우, 김 동원, 김 낙수, “단순화된 3차원 유한 요소법을 이용한 정상 상태 성형과정 연구”, 大韓機械學會 '90年度 秋季學術大會 論文集, pp.347~351, 1990
12. Prager, W. and Hodge, P.G. , “Theory of Perfectly Plastic Solids”, New York, John Wiley & Sons, 1951.
13. Drucker, D.C., Prager, W. and Greenberg, H.J., “Extended Limit Design

Theorems for Continuous Media”, Quarterly of Applied Mathematics, Vol. 9. p. 381-389, 1952

14. Lee, C.H. and Kobayashi, S., “New Solutions to Rigid Plastic Deformation Problems Using a Matrix Method”, ASME Paper No.72-WA/Prod-12.

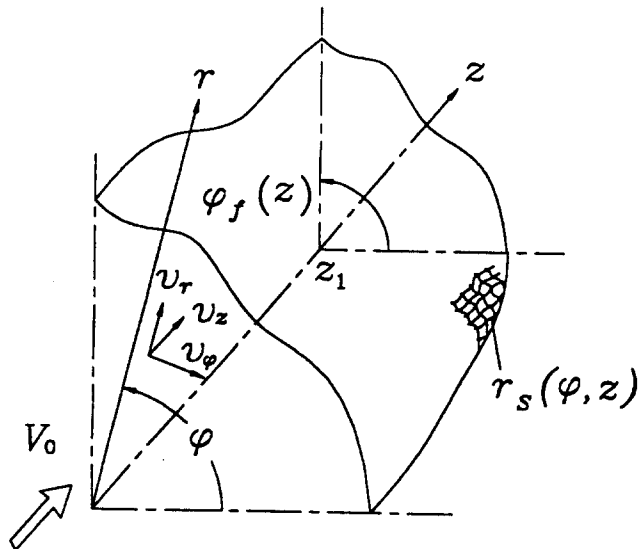


Fig 1. Schematic diagram of the die surface in the cylindrical co-ordinate system

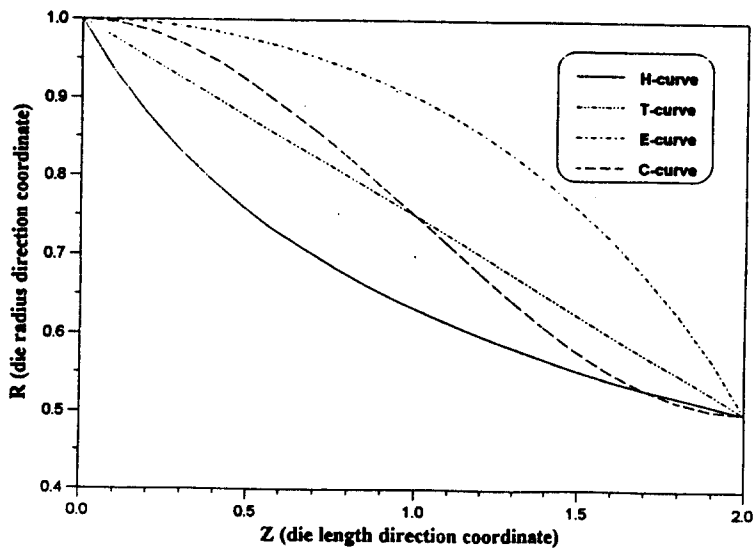


Fig 2. Various die profile for forward extrusion

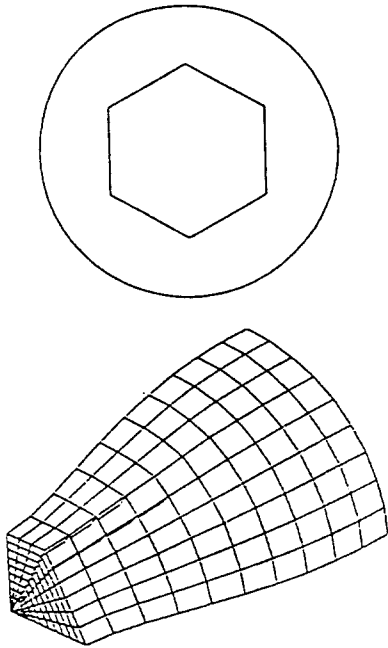


Fig 3. Meshgeneration and die Shape for hexgon section

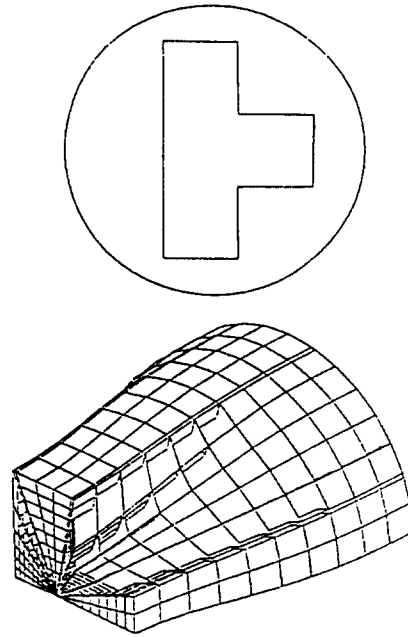


Fig 5. Meshgeneration and Shape for T section

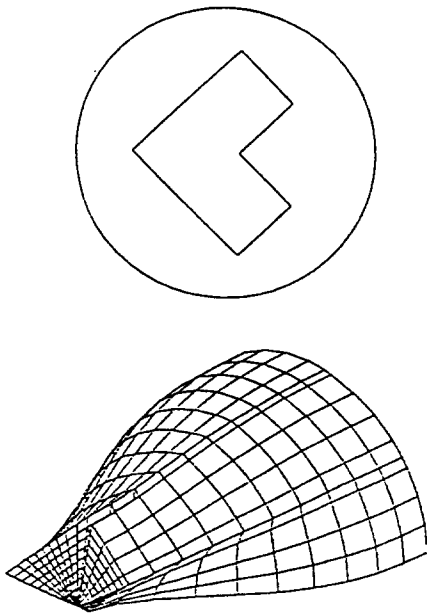


Fig 4. Meshgeneration and die Shape for L section

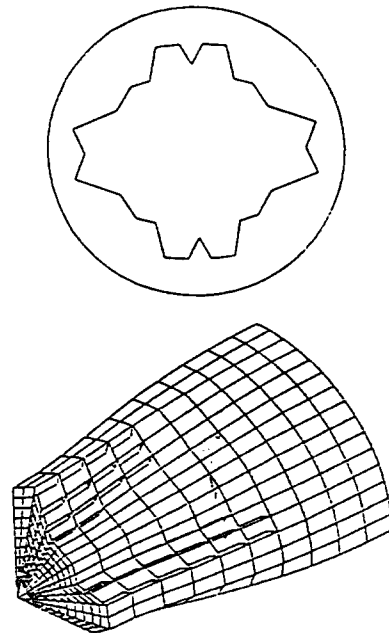


Fig 6. Meshgeneration and die Shape for W section

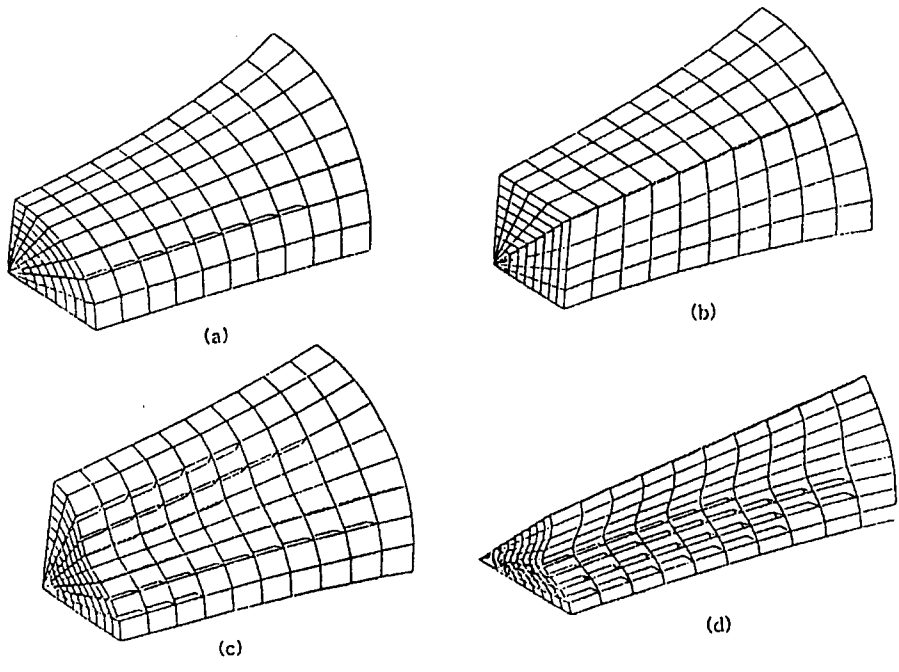


Fig 7. Meshgeneration for H-curved die profile

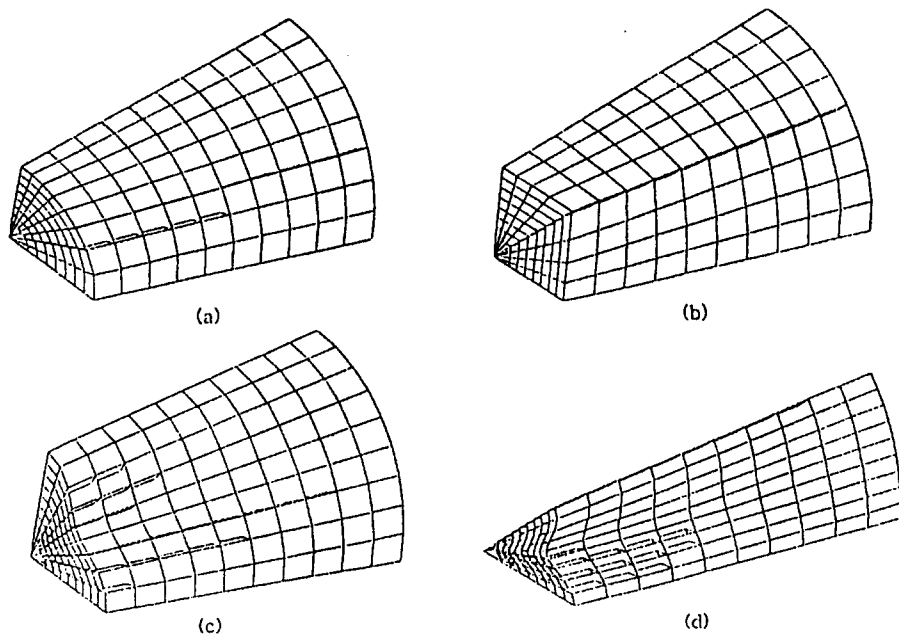


Fig 8. Meshgeneration for T-curved die profile

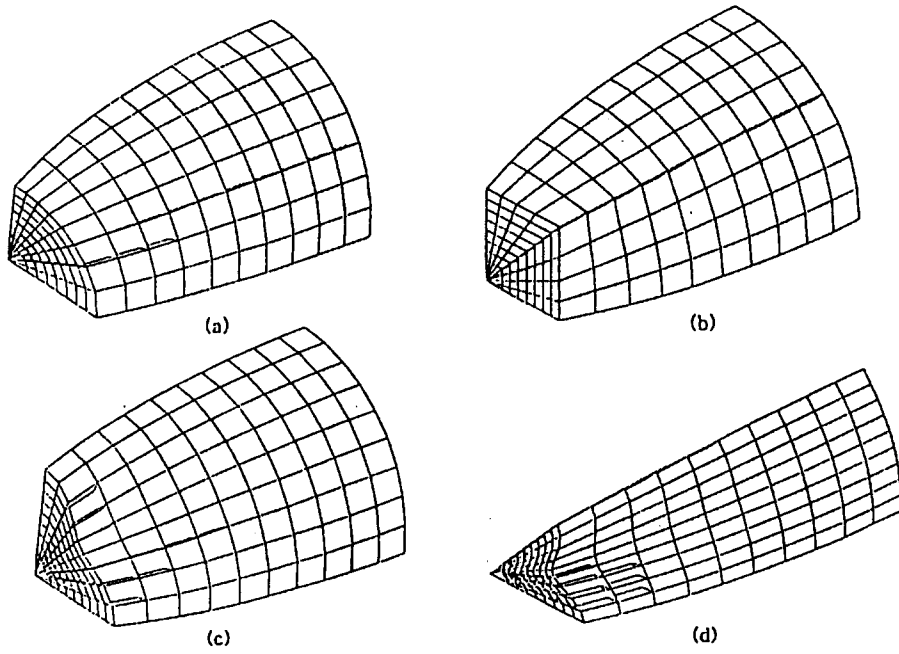


Fig 9. Meshgeneration for E-curved die profile

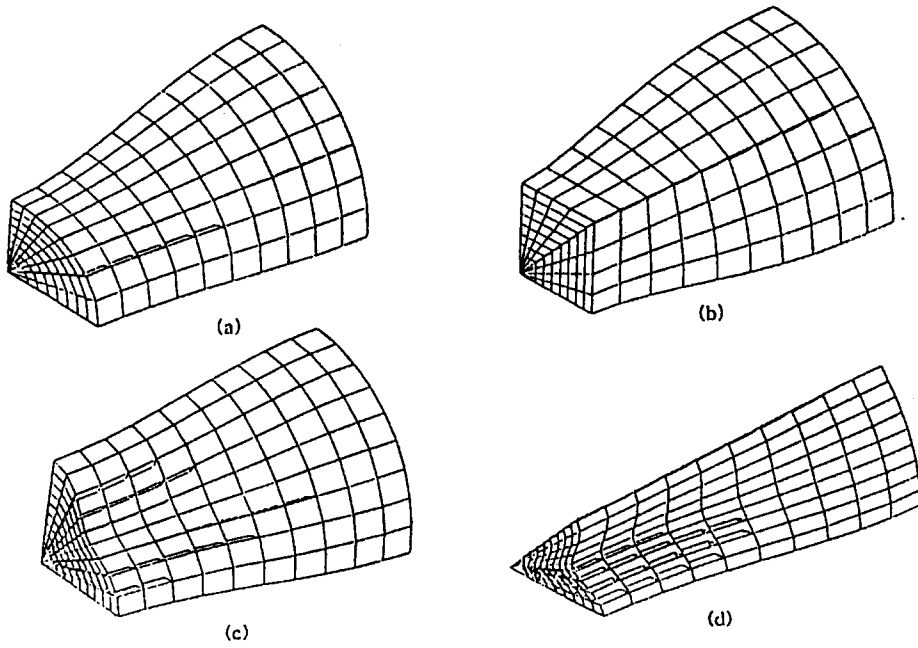


Fig 10. Meshgeneration for C-curved die profile

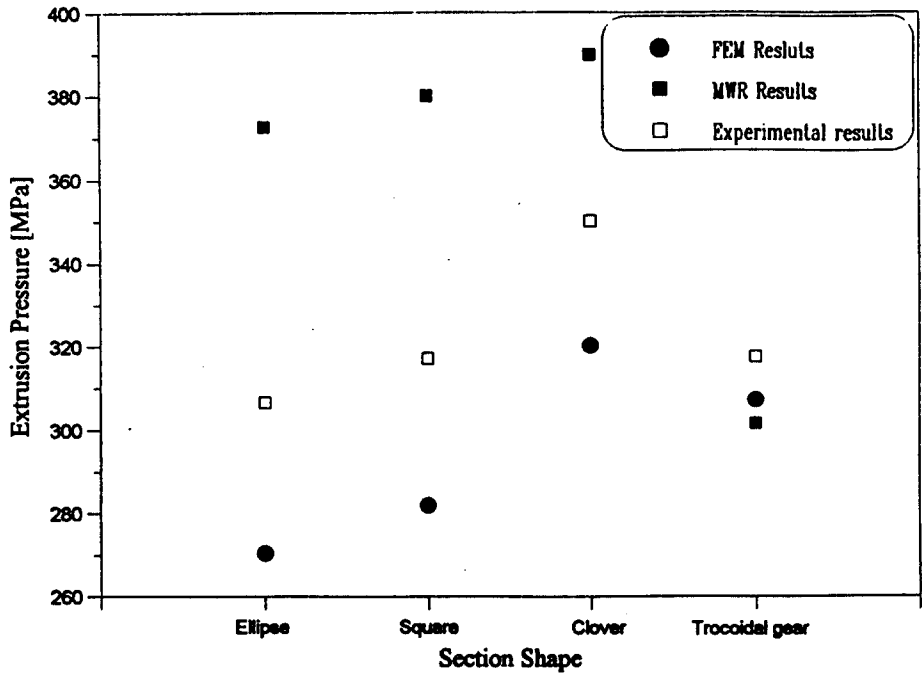


Fig 11. Comparison experimental and analytical results for various exit-section and C-curved die profile