한국소성가공학회 '96춘계학술대회 논문집 pp. 62~72

집합조직의 발전을 반영하는 다결정재의 성형공정해석

김응주, 이용신
국민대학교 기계공학부

Finite Element Analysis for Forming Process of Polycrystalline Metal Including Texture Development

Kim, Eung-Zu and Lee, Yong-Shin
School of Mechanical Engineering, KOOKMIN University

Abstract

A process model is formulated considering the effect of crystallographic texture developed in forming process. The deformation induced plastic anisotropy can be predicted by capturing the evolution of texture during large deformation in the poly crystalline aggregate. The anisotropic stiffness matrix for the aggregate is derived and implemented in Eulerian finite element code. As an application, the evolution of texture in rolling, drawing and extrusion processes are simulated. The numerical results show good agreement with reported experimental textures.

1. 서 론

다결정 금속재의 성형가공은 소성변형을 일으키는 과정에서 소재의 미세조직의 변화를 수반하게 된다. 특히 변형중 각 결정립의 방위변화는 결정학적 이방성을 초래한다. 따라서 고품질 부품의 제조공정 설계를 위해서는 소성변형중 미세조직의 변화와 그에 따른 이방성의 변화를 반영하는 공정해석이 필요하다.[1]

결정립 내의 단결정은 원자의 규칙 정연한 배열로 인해 특정 면의 특정 방향으로만 슬립을 일으키게 된다. 이를 슬립시스템이라 하며, 슬립시스템의 존재는 결국 단결정이 이방성을 갖고 있음을 의미한다. 이러한 결정립들의 집합체인 다결정 내의 각 결정립들이 불규칙적인 방향으로 분포할 때 거시적으로는 준-등방성을 나타내게 된다. 그러나 결정립 집합체가 변형을 겪는 동안 각 결정립에 가해지는 구속에 의해 결정립의 방향이 특정 방향으로 모이게 되어 이방성을 띄게 된다. 이를 집합조직, 우선방위라 칭한다. 성형공정중의 이러한 이방성의 발전은 불가피한 것으로 성형제품의 성능에 영향을 주며, 후속 공정에 중요한 인자가 된다.

본 연구에서는 다결정재의 정상상태 성형공정에서 결정소성학에 기초한 소성변형을 모델링하였다. 집합조직의 발전에 따른 이방성을 예측하고 또한 변화하는 이방성을

공정해석에 다시 반영하여 미시역학과 거시 연속체 역학이 결합된 오일러리안 공정해석을 수행하였다. 응용예로서 정상상태의 압연과 인발/압출 공정해석을 통하여 가공된 소재의 집합조직의 발전을 조사하였다.

2. 결정 소성학

결정립 내부의 슬립현상은 상온에서 수행되는 소성변형의 가장 큰 원인 중의 하나로 알려져 있다. 금속내부의 슬립은 슬립면상에서 슬립방향으로 전단변형을 일으키며, 여러개의 작용 슬립시스템에 일어나고 있는 전단변형의 조합으로 외부의 거시적 소성변형이 나타난다. 이러한 경우에 각 결정립들은 변형경로에 따라 처음의 방위상태로부터 우선하는 방위로 회전하게 되어 집합조직을 형성한다. 따라서 결정소성학에서는 슬립에 의한 결정학적 운동학(Kinematics), 슬립현상을 규명하는 구성방정식 그리고 변형경화 및 방위변화 등 미세조직 상태의 변화에 대한 모델이 필요하게 된다.[2-6]

2.1 단결정 운동학

본 연구에서는 방위변화에 거의 영향을 주지 못하는 탄성변형을 무시하고, 단결정의 변형을 Fig.1과 같이 슬립에 의한 소성변형 ($\mathbf{F}^p$) 과 결정격자의 회전($\mathbf{R}^*$)으로 구분하였다.

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}^* \mathbf{F}^p \tag{1}$$

점소성해석을 위한 현재 형상에서의 속도구배텐서($\mathbf{L}$)는 다음과 같다.

$$\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}}\,\mathbf{F}^{-1} = \dot{\mathbf{R}}^*\,\mathbf{R}^{*T} + \mathbf{R}^*\,\dot{\mathbf{F}}^p\,\mathbf{F}^{p-1}\,\mathbf{R}^{*T} \tag{2}$$

윗식의 속도구배텐서는 다시 변형률속도텐서($\mathbf{d}^{(g)}$)와 스핀텐서($\boldsymbol{\omega}^{(g)}$)의 합으로 표시될 수 있으며, 이들은 또한 각 슬립시스템의 전단변형률속도($\dot{\gamma}^{(\alpha)}$)의 조합으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{d}^{(g)} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T) = \sum_{\alpha=1}^{Ns} \mathbf{P}^{(\alpha)}\,\dot{\gamma}^{(\alpha)} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\omega}^{(g)} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} - \mathbf{L}^T) = \dot{\mathbf{R}}^*\,\mathbf{R}^{*T} + \sum_{\alpha=1}^{Ns} \mathbf{Q}^{(\alpha)}\,\dot{\gamma}^{(\alpha)} \tag{4}$$

윗 식에서 $\mathbf{P}^{(\alpha)}$와 $\mathbf{Q}^{(\alpha)}$는 현재형상의 α슬립시스템에서 슬립방향벡터 $\mathbf{s}^{(\alpha)}$ 와 슬립면 법선벡터 $\mathbf{n}^{(\alpha)}$로 정의된 Schmid 텐서의 대칭부와 비대칭부이다. 위의 식들에서 결정립의 변형률속도를 구하기 위해서는 각 슬립시스템에서의 전단변형률속도($\dot{\gamma}^{(\alpha)}$) 와 분해전단응력(resolved shear stress, $\tau^{(\alpha)}$)의 관계를 규명하는 마이크로 구성방정식을 필요로 한다.

2.2 구성방정식

2.2.1 슬립시스템의 구성방정식

슬립시스템의 전단 변형률속도와 분해전단응력의 관계에 슬립시스템의 변형경화를 반영하는 구성방정식을 사용하였다.

$$\dot{\gamma}^{(\alpha)} = \dot{a}^{(\alpha)} \frac{\tau^{(\alpha)}}{\hat{\tau}^{(\alpha)}} \left| \frac{\tau^{(\alpha)}}{\hat{\tau}^{(\alpha)}} \right|^{(\frac{1}{m}-1)} \tag{5}$$

윗 식에서 $\dot{a}^{(\alpha)}$는 α슬립시스템에서의 분해전단응력이 그 시스템의 하드니스($\hat{\tau}^{(\alpha)}$)에 도달했을 때의 전단 변형률속도이다. α슬립시스템에서의 분해전단응력($\tau^{(\alpha)}$)은 결정립의 진응력을 현재형상에서의 슬립시스템에 투영하여 다음과 같이 구한다.

$$\tau^{(\alpha)} = \mathrm{tr}\ (\ \mathbf{P}^{(\alpha)}\ \boldsymbol{\sigma}^{(g)}\ ) \tag{6}$$

슬립시스템의 변형경화 즉 하드니스 발전식은 Voce에 의해 제시되어 Kocks에 의해 온도와 변형률속도 영향을 포함시키도록 수정된 것으로 다음과 같다.

$$\dot{\hat{\tau}} = \Theta_0 \left(\frac{\hat{\tau}_s(\dot{\gamma}^*) - \hat{\tau}_{avg}}{\hat{\tau}_s(\dot{\gamma}^*) - \hat{\tau}_0} \right) \dot{\gamma}^* \tag{7}$$

여기서

$$\hat{\tau}_s(\dot{\gamma}^*) = \hat{\tau}_{so} \left| \frac{\dot{\gamma}^*}{\dot{\gamma}_s} \right|^{A/\mu}, \quad \dot{\gamma}^* = \sum_{\alpha} |\dot{\gamma}^{(\alpha)}| \tag{8}$$

윗식에서 μ는 전단탄성계수이고 $\hat{\tau}_0$, $\hat{\tau}_{so}$, $\dot{\gamma}_s$, Θ_0와 A는 재료상수이다. 뒤의 결과는 참고문헌 [1]에서 발췌한 알루미늄 1100의 재료상수를 이용하여 얻은 것으로 Table 1에 재료상수의 값이 주어져 있다.

2.2.2 결정립 집합체의 구성방정식

슬립시스템의 구성방정식(5)에 결정립의 변형률속도와 슬립시스템상의 전단변형과의 관계식(3)과 결정립에 미치는 응력과 슬립시스템상의 전단 응력의 관계식(6)을 적용하면 단결정에 대한 응력($\boldsymbol{\sigma}^{(g)}$)와 변형률속도($\mathbf{d}^{(g)}$)의 관계식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{d}^{(g)} = \left\{ \sum_{\alpha=1}^{N_s} \dot{f}(\tau^{(\alpha)})\ \mathbf{P}^{(\alpha)} \otimes \mathbf{P}^{(\alpha)} \right\} \boldsymbol{\sigma}^{(g)} \tag{9}$$

일반적으로 소성변형은 체적불변을 가정하여 (9)식의 좌측항은 5개의 독립변수를 갖게 되므로 실제의 계산에서는 우측 항의 4차 컴플라이언스 텐서는 5×5의 행렬로 만들 수 있으며, 그것의 역행렬이 존재하기 위해서는 적어도 5개 이상의 작용슬립시스템이 있어야 한다. 점소성해석에서는 모든 슬립시스템이 작용을 하므로, FCC 나 BCC 같이 5개 이상의 슬립시스템을 갖는 결정격자는 컴플라이언스 텐서의 역행렬 즉 강성행렬을 구할 수 있다.

결정립 집합체의 거시적 소성변형은 각 결정립들의 미시적 점소성 변형의 중첩으로 나타난다. 본 연구에서는 Taylor가 제시한 바와 같이 모든 결정립의 변형률속도텐서는 다결정집합체의 변형률속도텐서(**d**)와 같은 것을 가정하였다. 즉

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}^{(g)} = \sum_{\alpha=1}^{Ns} \mathbf{P}^{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)} \tag{10}$$

한편 다결정 집합체의 진응력(σ)은 각 단결정의 응력을 평균하여 다음과 같이 정의하였다.

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{N_g} \sum_{g=1}^{N_g} \boldsymbol{\sigma}^{(g)} \tag{11}$$

윗식에 N_g는 집합체내에 있는 결정립들의 수이다. 위와 같은 가정을 결정립의 구성식(9)에 적용하면 다음과 같이 결정립 집합체의 응력과 변형률 속도의 관계식을 구할 수 있다.

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{N_g} \sum_{g=1}^{N_g} \left\{ \sum_{\alpha=1}^{N_s} \dot{f}(\tau^{(\alpha)}) \ \mathbf{P}^{(\alpha)} \otimes \mathbf{P}^{(\alpha)} \right\}^{-1} \mathbf{d} \tag{12}$$

2.3 결정립방위 계산

변형이 진행됨에 따라 집합체내의 각 결정립들은 현 방위에서 각각 달리 회전을 하게 된다. 현재 형상에서의 방위를 나타내는 오일러각은 결정립에 설정된 좌표계와 전체좌표계 사이의 변환텐서(C)로 표현될 수 있다. 또한 현재 형상에서의 변환텐서 (C)는 회전텐서($\mathbf{R}^*$)와 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\mathbf{C}(t) = \mathbf{R}^*(t) \ \mathbf{C}(0) \tag{13}$$

또한 현재 형상에서의 회전텐서($\mathbf{R}^*$)는 각 결정격자의 회전속도를 나타내는 식(4)로부터 얻은

$$\dot{\mathbf{R}}^* = \left(\boldsymbol{\omega}^{(g)} - \sum_{\alpha=1}^{Ns} \mathbf{Q}^{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)} \right) \mathbf{R}^* \tag{14}$$

식을 적분하여 구할 수 있다.

결국 현재 형상에서의 방위는 회전텐서($\mathbf{R}^*$)로 표현되므로 방위각의 변화를 직접 구하는 대신 회전텐서($\mathbf{R}^*$)를 적분해 나감으로써 변형중 결정립방위의 변화를 계산할 수 있다.

3. 거시적 성형공정해석

집합조직의 발전을 고려한 성형공정의 해석을 위해서는 질량보전과 선형운동량 보전 식과 함께 결정소성학으로부터 유도된 응력-변형률관계식의 적용이 필요하다. 지

배방정식을 풀기 위해서 해석영역을 유한요소로 분할하고, 분할된 요소 내에서 거시적 변수들의 근사해를 구하게 된다. 유한요소내의 각 질점의 거시적 변수들은 가우스 적분점에서의 값들로부터 내적(interpolation)을 취하여 구할 수 있다. 한 질점은 결정립 집합체로 간주하며, 그 안에는 충분한 수의 결정립들이 포함되어 있어 질점에서의 거시적 거동이 각 결정립들의 평균적 거동으로부터 결정되는 것으로 가정하였다. 이것을 도식적으로 나타낸 Fig.2는 길이 척도에 따른 해석단계와 각 단계간의 관계를 나타내고 있다.

3.1 유동장 계산

가상일률의 정리를 적용하여 선형운동량 보존식을 범함수 꼴로 표현하면 다음과 같으며, 이것은 유한요소 이산화의 바탕이 된다.

$$\delta J = -\int_v \boldsymbol{\sigma}' \cdot \delta \mathbf{d}\, dv + \int_v p\, \mathrm{tr}(\delta \mathbf{d})\, dv + \int_s \mathbf{t} \cdot \delta \mathbf{u}\, ds \qquad (15)$$

여기서 텐서 $\delta \mathbf{d}$는 가상 속도 $\delta \mathbf{u}$가 동반하는 가상 변형률속도를 나타내며 p와 $\mathbf{t}$는 각각 압력과 표면력을 나타낸다. 가상일률식에서 편차 진응력 $\boldsymbol{\sigma}'$은 구성방정식을 이용하여 소거할 수 있다.

$$\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{D}\,\mathbf{d} \qquad (16)$$

여기서 $\mathbf{D}$는 다결정재의 거시적 구성행렬로서 앞절의 식(12)로부터 주어진다.

위의 가상일률의 범함수로부터 일련의 유한요소정식화 과정을 거쳐 속도와 외력간의 선형연립방정식을 얻고 이로부터 속도장을 계산할 수 있다. 여기서 비압축성 구속조건을 만족시키기 위해서 Consistent Penalty Method[9]를 적용하였다.

3.2 상태변수

질점에서의 상태변수들은 그 질점을 구성하는 결정립들의 슬립시스템의 변형경화와 방위각의 변화에 의하여 결정된다. 이번 연구에서는 질점을 이루는 각 결정립들의 방위와 슬립시스템의 변형경화를 계산하기 위하여 유선적분법을 사용하였다. 즉 오일러리안 검사체적내에서 유선을 찾고, 그 유선을 따라 각 결정립방위와 슬립시스템 하드니스의 변화를 식(14)와 (7)을 이용하여 계산하였다.

4. 응 용

앞절에서 제시한 집합조직의 발전을 반영하는 공정해석모델을 알루미늄판재의 압연과 봉재의 인발/압출 공정해석에 적용하였다.

압연된 판재의 집합조직의 발달에 따른 이방성은 후속 박판성형공정에 큰 영향을

미치게된다. 예로서 딥드로잉 공정의 경우 평면이방성에 의해 귀가 발생하며, 두께방향의 이방성은 성형성을 좌우한다.

인발과 압출에 의해서 얻어지는 제품은 최종형상이 유사한 경우에도 성형공정중의 유동 특성이 서로 다름으로 인해 집합조직이 발전하여 그 기계적 특성이 같지 않게 된다.

4.1 압 연

모사된 압연공정 개략도와 유한요소 격자를 Fig.3에 나타내었다. 총 압하율이 30, 50, 70%가 되는 3단 연속 공정을 해석하였다. 초기의 두께는 40㎜, 압연롤의 반지름 100㎜, 롤의 회전속도는 10㎭/s가 되도록 하였으며, 시편과 롤의 접촉부에서는 미끄러짐에 의한 속도차에 비례하는 마찰력이 존재하는 것으로 가정하였다(마찰계수 1.0×10^{11} Pa·s/m). 결정립 집합체로 표현되는 각 질점은 통계적 안정성을 고려하여[7] 200개의 결정립으로 구성된 것으로 가정하였다. 초기의 결정립의 방위는 무작위한 방향으로 분포하도록 하였고, 슬립시스템의 하드니스는 모두 같게 하였다. 오일러리안 제어영역을 9절점 4각요소 45개로 이산화하여 계산하였다.

Fig.4에 첫 패스의 해석결과를 나타내었다. 결정립의 방위 변화를 고찰하기 위해 {111} 극점도를 사용하였으며 RD, TD는 각각 압연방향과 폭방향을 나타낸다. 집합조직의 발달은 롤사이에서 집중적으로 일어남을 알 수 있으며, 표면과 중심부에서 서로 다른 조직이 발달하기 시작함을 보이고 있다. 3패스를 지나는 동안 발달되는 집합조직의 두께방향분포를 Fig.5에 나타내었다. 압하율이 증가함에 따라 집합조직의 윤곽이 뚜렷해짐을 알 수 있다. 두께방향으로는 전단변형 정도의 차이로 인해 불균일한 집합조직이 발달함을 확인할 수 있다.

중심부에서는 평면변형률 압축변형시에 관측되는 집합조직[8]과 유사한 경향을 보임으로써 중심부에서는 평면변형률 압축변형이 주도적으로 일어나고 있음을 확인할 수 있다. 중심부에서 나타난 집합조직은 황동형방위({110}<112>)로 부터 Taylor집합조직으로 알려진 {4 4 11}<11 11 8>의 안정방위에 이르는 β형 섬유집합조직이다. 비교를 위해 알루미늄 압연시 발달하는 대표적인 집합조직을 Fig.6에 나타내었다.

반면에 표면에서는 전단변형의 영향으로 {001}<110>성분을 중심으로한 α형 섬유집합조직이 발달하고 있다.

이러한 결과들은 Hansen[9], Truszkowski[10] 등에 의해 보고된 실험결과—알루미늄 다결정재의 압연시 두께방향으로 불균일하게 발달하는 집합조직, 판재 중심부에서의 β형 섬유집합조직의 발달—와 일치하고 있다.

4.2 인발과 압출

축대칭인 봉재의 인발과 압출 공정해석을 수행하였다. 모사된 공정의 개략도와 해

석에 사용된 유한요소격자는 Fig.7과 같다. 초기의 지름이 5㎜, 인발후 지름 4㎜로 면적 감소율이 36%가 되도록 하였으며, 인발해석시의 출구속도와 압출해석시의 입구속도는 5㎜/s로 하였다. 45개의 9절점 4각요소로 해석영역을 분할하고 축대칭 해석을 수행하였다. 초기의 무작위한 방향을 갖는 소재로부터 인발과 압출 후에 얻어지는 집합조직을 Fig.8과 9에 각각 나타내었다.

인발의 경우 중심부에서는 [111]방향이 소재의 축과 나란히 분포하는 섬유상 집합조직이 주도적으로 나타나며, [001]성분도 부수적으로 나타나고 있다. 이러한 결과는 보고된 실험적 연구의 결과와 일치한다.[11] 또한 Bronkhost[12]에 의해 수행된 일축인장실험에서 측정된 집합조직과 유사함을 보이므로, 인발공정에서 인장변형이 주도적으로 일어남을 확인할 수 있다. 표면에서는 다이와 소재사이의 마찰에 의한 전단변형의 영향으로 부수적 성분인 [001]섬유상 집합조직이 흩뜨러짐을 알 수 있다.

압출의 경우 인발과 같은 면적감소율에도 불구하고 집합조직이 상대적으로 적게 발달하고 있으며, 그 양상도 인발의 경우와 다름을 알 수 있다. 이로부터 두 공정이 수행중에 서로 다른 변형경로를 겪으며, 그로 인해 기계적 성질이 다르게 발전함을 예측할 수 있다.

5. 결 론

미시적 결정소성학과 거시적 연속체역학을 접목하려는 시도로서, 집합조직의 발전을 반영하는 성형공정해석 모델을 개발하였다. 이로써 현상학적 모델로써는 표현이 곤란했던 변형중 이방성의 발전을 고려할 수 있게 되었다.

이를 압연, 인발과 압출등의 정상상태 성형공정에 적용하였다. 해석결과 예상된 집합조직은 보고된 실험결과들과 일치하고 있다. 이로써 제안된 모델의 유효성을 입증하였다.

압연된 판재의 중심부에서는 β형 섬유집합조직이, 표면에서는 α형 섬유집합조직이 압하율이 증가함에 따라 뚜렷이 나타났다. 또한 두께방향으로 불균일한 압연집합조직이 발달함을 확인할 수 있었다.

인발공정해석에서는 [111]방향과 [001]방향의 섬유상 집합조직이 발달함을 예측할 수 있었으며, 압출공정은 같은 면적감소율에도 불구하고 인발과는 다르게 집합조직이 발달함을 알 수 있었다.

결정립들의 방향성 변화를 고려한 해석을 통하여 성형제품의 이방성을 예측할 수 있고, 그 결과는 딮드로잉과 같은 후속공정해석에 사용될 수 있다.

후 기

본 연구는 1995년도 한국과학재단의 지원(과제번호: 95-0200-40-3)에 의하여 이루어졌으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

[1] Mathur,K., Dawson,P.R., 1989, Int. J. Plast., Vol.5, pp67-94.

[2] Taylor,G.I., 1938, J. Inst. Metals., Vol.62, pp307-324.

[3] Sachs,G., 1928, Z. Verein Deut. Ing., Vol.72, pp734.

[4] Kocks,U.F., 1958, Acta Metall., Vol.6, pp85-94.

[5] Piehler,H.R., 1967, Sc.D. Thesis, MIT Cambridge.

[6] Asaro,R.J., 1983, J. App. Mech., Vol.50, pp921-934.

[7] Maniatty,A.M., Dawson,P.R., Lee,Y-S, 1992, IJNME, Vol.35, pp1565-1588

[8] 김응주, 이용신, 1995, 대한기계학회 춘계기계학회논문집(I), pp440-444

[9] Hansen, 1975, proceedings of 4th ICOTOM meeting, pp34-47

[10] Truszkowski, 1980, Metall. Trans. A, 11A, pp749-758

[11] Mathur, Dawson, 1990, ASME, Vol.112, pp292-297

[12] Bronkhorst,C.A., 1992, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A., Vol.341, pp445-477

Table 1: Material Parameter
(the Voce-Kocks model for Aluminum)

Model Parameter	Value
$\dot{a}$	1.0 s^{-1}
m	0.05
$\hat{\tau}_o$	27.17 MPa
$\hat{\tau}_{so}$	61.80 MPa
$\dot{\gamma}_s$	5×10^{10} s^{-1}
Θ_o	58.41 MPa
A	0.129 MPa
μ	25.3 GPa

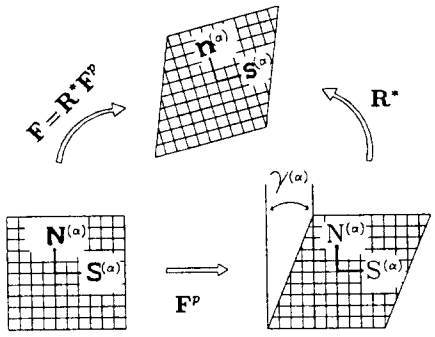


Fig.1 Kinematics of single crystal

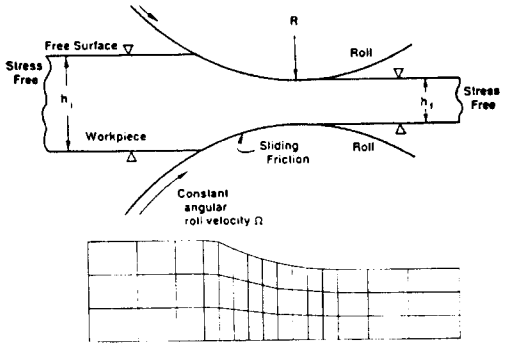


Fig.3 Schematic of flat rolling and mesh.

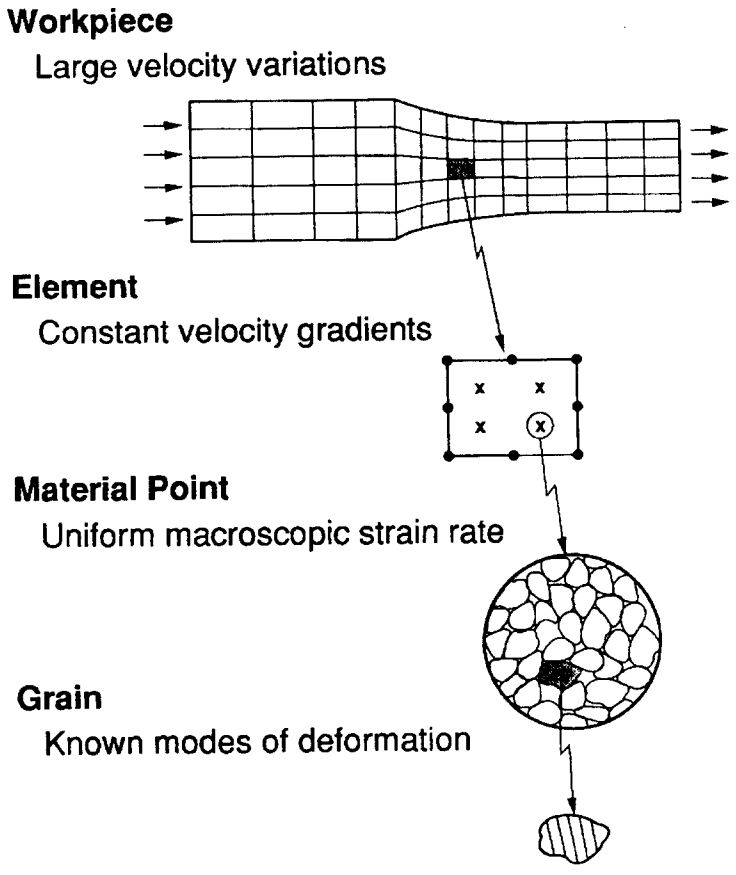


Fig.2 Length scales in the process model

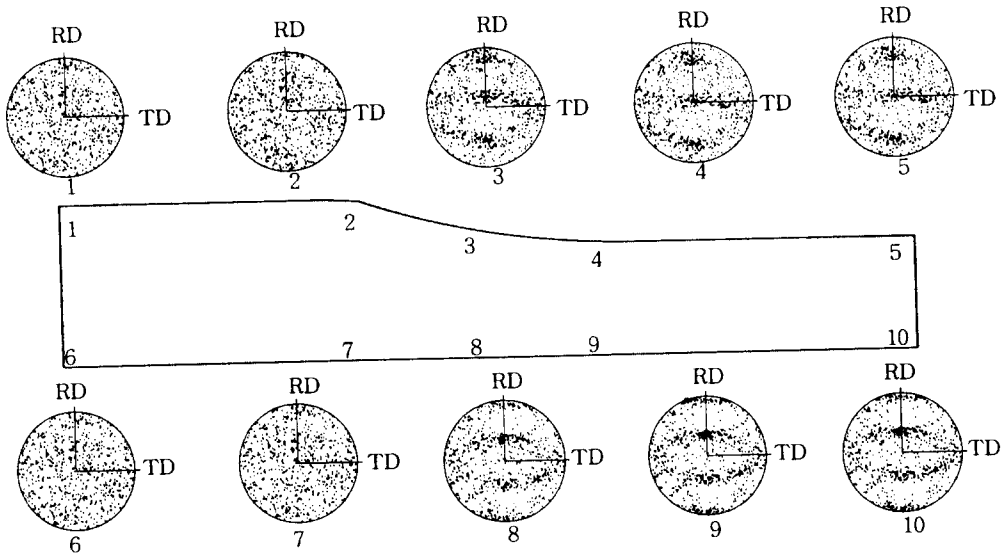


Fig.4 Textiure evolution in first pass:
{111} pole figure shown in equal area projection

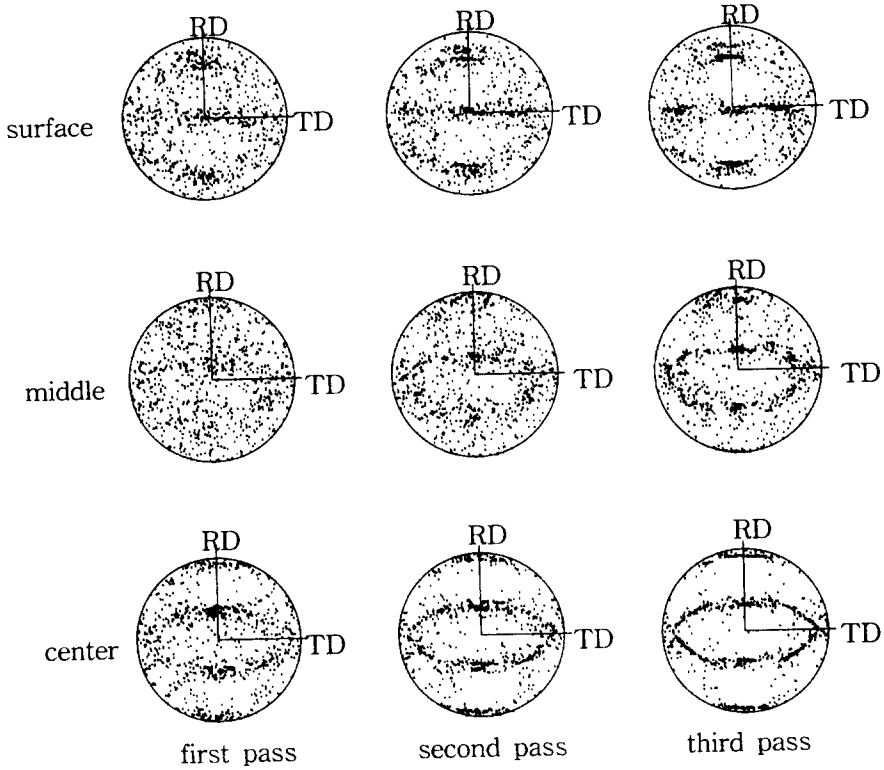


Fig.5 Simulated through thickness texture variation

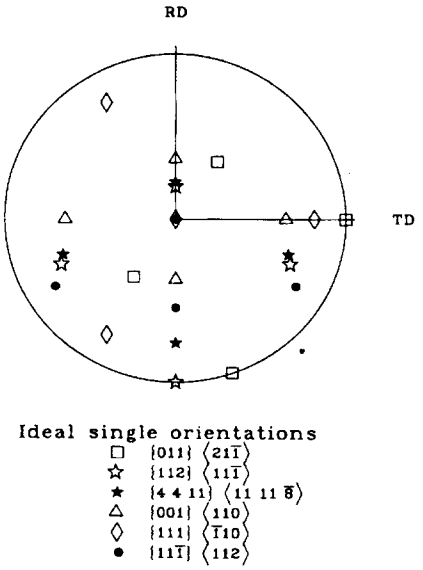
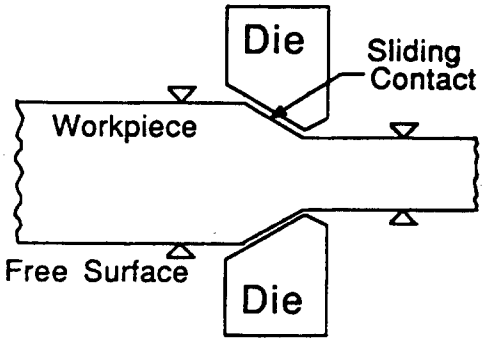


Fig.6 Ideal orientations commonly found in rolled FCC sheet



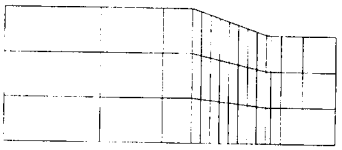


Fig.7 Schematic of drawing/ extrusion and mesh

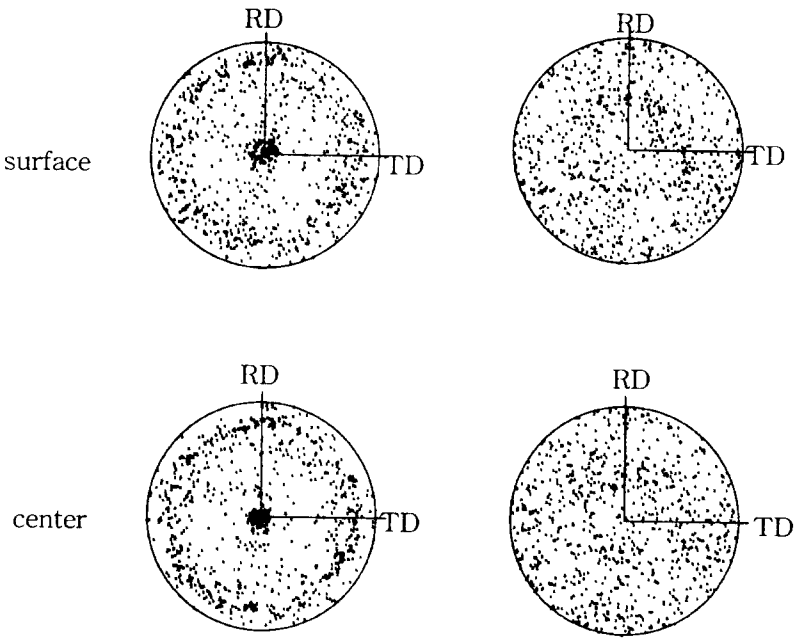


Fig.8 Simulated texture in drawing and extrusion