

FIBER CRIMP의 DIGITAL IMAGE에 대한 FRACTAL GEOMETRY 의 응용

이재열, 강태진

서울대학교 섬유고분자 공학과

1. Introduction

fiber는 aspect ratio가 커서, 굵기에 비해 길이가 매우 긴 특징을 가지고 있으며, 따라서 천연 섬유의 경우에는 거의 대부분 고유의 crimp가 있고, 합성 섬유의 경우에는 인공적인 crimp를 주기 위해서 가연 공정을 거치는 것이 일반적이다. 이러한 twisted natural/synthetic fiber의 외관은 매우 복잡하여 그 crimp의 형태와 불규칙성을 정량적으로 묘사하기가 곤란하다. 하지만 fiber의 이런 기하학적인 특성들은 방직이나 부직포, 섬유 보강 복합 재료 등의 제조에 있어서 공정 특성과 최종 물성에 중요한 인자들이 될 수 있으므로 보편적이고 객관적이며, 측정이 편리한 기준을 세우는 것이 바람직하다. 따라서 fiber의 형태적 특성 중에서 특히 중요한 fiber crimp를 fractal geometry를 이용하여 분석하는 방법을 적용해 보았다.

자연물의 형태는 일반적으로 매우 복잡하여 1,2,3차로 이루어지는 classical integral dimension으로는 분석이 곤란하다. 예를 들면, 해안선의 모양, 산맥이나 강의 형태, 자연적인 식물의 성장 패턴, 인체의 혈관계, 구름이나 carbon의 profile, 단백질 표면 구조의 분석 등과 같이 구불구불하고 복잡하여 규칙성이 없어 보이는 대상물들은 유클리드 기하의 차원과 형태를 정의하기가 어렵다. 따라서 이런 형상을 묘사하기 위해서는 fractal geometry를 이용하면 편리하다.

fractal geometry는 Mandelbrot가 자연물의 자기 닮음성(self-similarity)을 기술할 수 있는 필수적인 구조로서 제안했는데, 기하학, 지질학 그리고, 카오스의 특징인 비선형 동력학의 기하학적 해석과 같은 분야에서 활용되고 있다.

本 실험에서는 여러 가지 PET filament의 digital image를 받아들여서, 이를 이용하여 가연조건에 따라 달라지는 crimp특성을 fractal geometry method로 분석 평가하고, 동시에 그 digital image로 부터 crimp ratio(%)를 구하여 fractal dimension과 crimp ratio(%)와의 상관성을 조사하였다. 그리고 ASTM D 5104 방법으로 비등수 수축처리를 하여, 수축 전/후의 변화를 비교하였으며 각 과정들을 위한 automatic program을 구축하였다.

2. Theory

fractal이란 fractal dimension을 가지는 집합으로 정의된다. 보다 엄밀한 정의를 위해, 차원이라는 것은 많은 종류의 집합에 정의될 수 있어야한다.

2.1. Hausdorff dimension(capacity dimension, D_H)

어떤 대상물의 차원은 그 대상물을 덮을 수 있는 "구"의 갯수로 정의한다. "구"의 모양이

나 크기는 제한이 없지만, 일반적으로 대상물을 완전히 덮을 수 있는 “구”의 갯수는 그 크기가 작아질 수록 증가한다. 즉, 벡터 공간에서 길이 1의 d-cube를 다음과 같이 정의하면

$$K = \{ (x^1, \dots, x^d) : a_i \leq x^i \leq a_i + l \text{ for } i = 1, \dots, d \}$$

집합 K는 길이 1의 d-dimensional object인데, K를 크기 $\epsilon_n = 1/n$ 으로 분할하면 그 cube의 갯수는 $N(\epsilon) = n^d$ 이다. 여기서,

$$d = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d \log n}{\log n - \log l} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log N(\epsilon_n)}{\log \left(\frac{1}{\epsilon_n} \right)}$$

이 된다.

즉, 모든 $\epsilon > 0$ 에서 대상물을 덮기 위해 필요한, 크기 ϵ 의 cube의 최소갯수가 $N(\epsilon)$ 이라고 하면, Hausdorff는 K의 dimension을

$$\dim K = \lim_{\epsilon \rightarrow \infty} \frac{\log N(\epsilon)}{\log \left(\frac{1}{\epsilon} \right)} \quad \textcircled{1}$$

으로 정의한 바 있다.(이 극한값이 존재할 경우)

2.2. Fractal dimension

①의 정의를 직접 이용해서 자연물의 fractal dimension을 계산하기는 복잡하다. 따라서, 연속적인 ϵ 의 값 대신에 근사적인 (ϵ_n) 를 사용하면 편리하다.

즉, $c > 0, 0 < q < 1$ 에 대해 $\epsilon_n = cq^n$ 으로 정의한다. 만약

$$d_{cq} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log N(\epsilon_n)}{\log \left(\frac{1}{\epsilon_n} \right)} \quad \textcircled{2}$$

의 극한값이 존재하면, ①식의 극한값도 존재하며, $\dim K = d_{cq}$ 이 성립한다. 이 차원을 간단히 box-counting dimension, $D_B = \lim_{d \rightarrow 0} \left(- \frac{\log N(d)}{\log d} \right)$ 라고도 쓰며, d는 box의 크기, $N(d)$ 는 box의 갯수이다.

그리고 similarity dimension은 $D_S = - \frac{\log N}{\log r}$ 으로 계산된다.

3. Experimental

3.1. 시료

실험에 쓰인 시료는 PET filament(75d/36f)로서, Belt type(Murata® 33)으로 가연하였으며

Belt cross angle(θ)을 90° 에서 130° 까지 5° 간격으로 변화시켜가면서 가연조건을 달리하여 T/M을 2733에서 3730정도까지 다르게 한 시료이다.

[Table 1] Samples

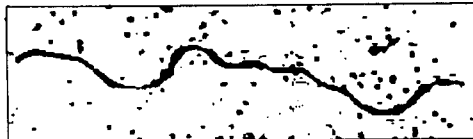
Sample NO.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Twist (T/m)	2763	2913	3102	3328	3329	3388	3458	3764	3797
	2738	2891	3092	3273	3301	3333	3435	3761	3961
	2699	2826	2975	3215	3286	3343	3378	3632	3632
Mean	2733	2877	3056	3272	3305	3355	3424	3719	3730

3.2. 실험 방법

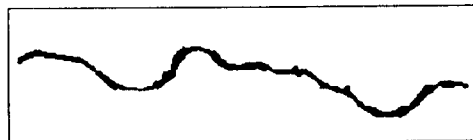
- ①filament 1개를 추출(4cm정도) preparation 제조
- ②Optical Image 획득



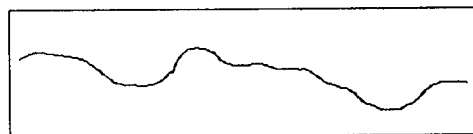
- ③Digital Processing
(Filtering, Bilevel)



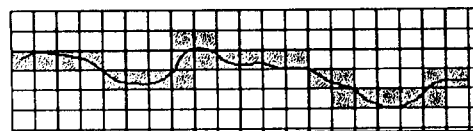
- (Noise제거,
Image연결)



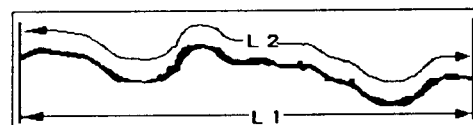
- (세션화)



- (Box Count)



- (% Crimp)



- (Length,Width추정)

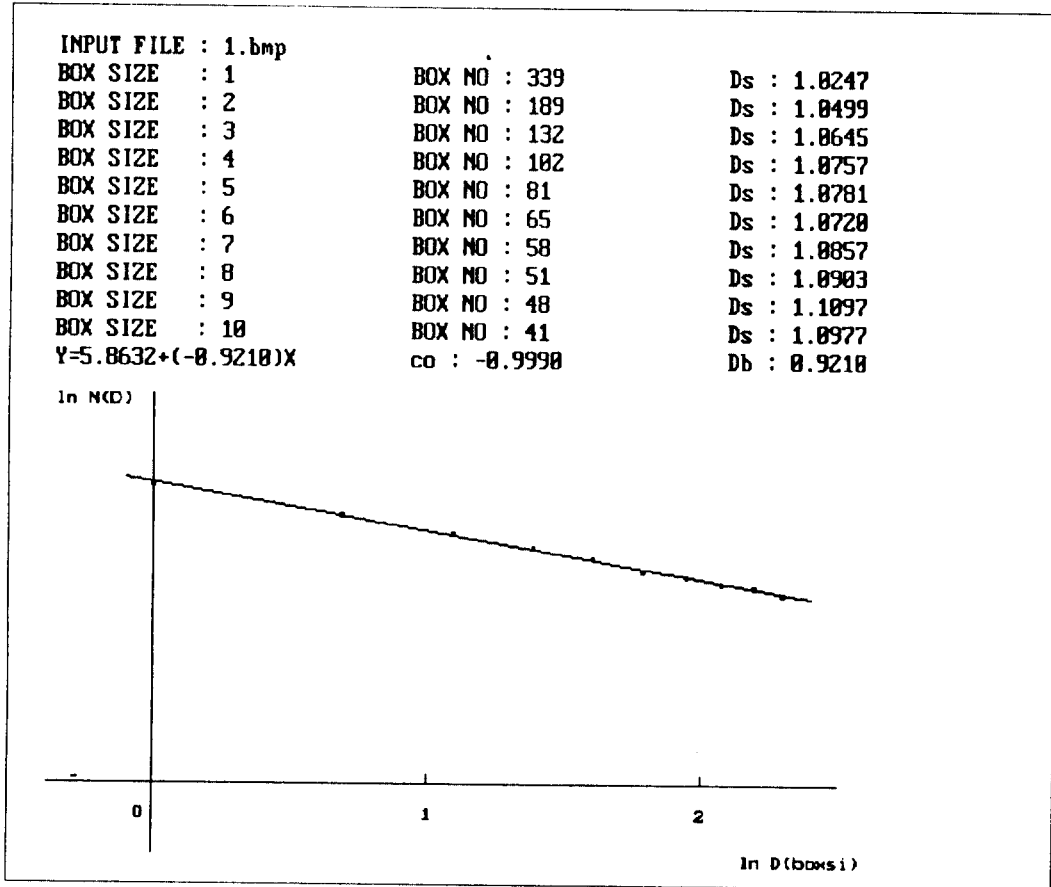
④ASTM D 5104 비등수 수축

(시료 den×0.1g에 해당하는 초하중을 걸고, 1m채취)

(100°C 끓는 물에서 30분간 하중 없이 수축)

(초하중을 걸고 길이를 다시 측정)

⑤Digital Processing 반복



[Figure 1] Program 실행

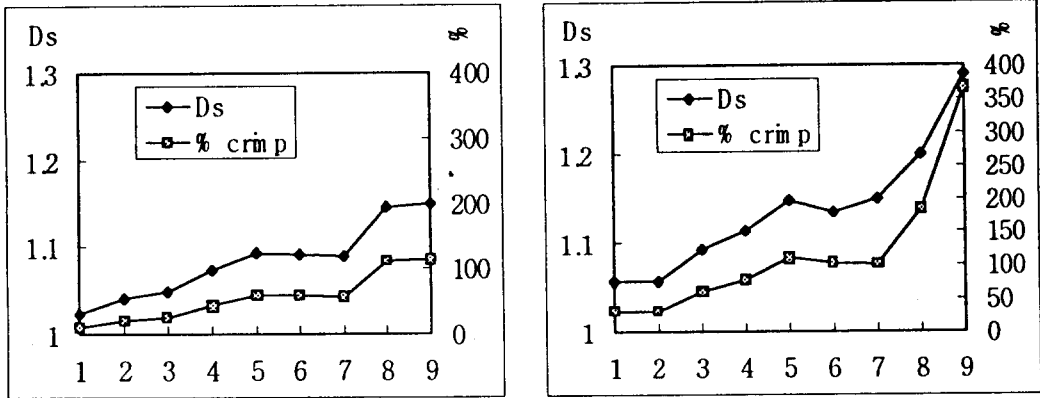
4. Results

filament fiber의 digital image에 대하여 box의 크기를 1×1 pixel에서 10×10 pixels까지 변화시켜가면서 측정해본 결과 D_B 의 값이 강한 상관성을 보인다. 특히 belt cross angle이 작아서 crimp가 적은 시료는 $r=0.999$ 로 매우 강한 상관성을 보이는데 이것은 회귀계산에 의한 D_B 측정법이 fiber의 기하에서 재현성있는 의미를 가진다는 것을 시사한다. 그러나 crimp가 심해지면 $r=0.980$ 정도로 약간 떨어진다.

가연시에 belt cross angle을 크게 하면 % crimp의 증가함과 동시에 D_s 의 값도 커지는 경향을 보인다. 따라서 D_s 의 값이 fiber geometry의 복잡성을 나타내는 지표가 될 수 있겠다.

또, ASTM D 5104 방법으로 비등수 수축을 시킨 fiber는 crimp는 수축전과 비교하여 %

crimp는 30~50 정도, Fractal Dimension(Ds)은 0.03~0.05 정도 상승한다.



(a)수축전 (b)수축후
 [Figure 2] Fiber의 % crimp 와 Fractal Dimension (Ds)

5. Discussion

지금까지는 fiber의 형태적 특성 중에서 length, crimp(%)등의 부분에 한하여 측정이 이루어져 왔는데, 이런 값들만을 가지고 fiber의 기하학적인 특성을 충분히 묘사하기 부족하며, 그 측정 방법이 불편할뿐더러, 각각 따로 따로 실시해야 한다는 것과 접촉적/기계적 측정방식으로 인한 측정 중 시료변형의 문제가 있다.

따라서, 비 접촉식 optical method를 이용하면 간단한 촬영만으로, 시료 변형을 피하면서 객관성과 再現성이 우수한 자료를 얻어낼 수 있을뿐더러, 동시에 여러 가지 다른 불편한 방식의 실험들을 대체할 수 있다. 그리고 이런 결과를 이용하여 섬유를 특성에 따라 classification 할 수 있다.

본 실험에서는 fiber의 기하에 fractal dimension을 적용하여 crimp를 정의할 수 있음을 보였으며 향후에는 fractal dimension에 미치는 image 확대율, box size의 영향과 correlation coefficient(r)의 변화, 그리고 fractal dimension으로부터 % crimp를 구할 수 있는 이론적/실험적 관계식을 보일 것이다.

6. Reference

- 1) Mandelbrot, "The fractal geometry of nature", Freeman, New York, 1983
- 2) Andrzej Lasota, Michael C. Mackey, "Chaos, Fractals, and Noise", Springer-Verlag, New York, 1994
- 3) F. Cramer, "Chaos and Order", VCH, Weinheim, 1993
- 4) K. J. Falconer, "The geometry of Fractal sets", Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1987