

A study on the prediction of the deformation of the fabric contacting with body

유 웅렬, 강 태진

서울대학교 섬유고분자공학과

1. Introduction

근래에 컴퓨터의 발달로 다양한 분야에서 공정의 자동화와 공정자동화를 위한 CAD system에 대한 연구가 활발해지고 있다. 섬유산업에서도 방대한 계산을 필요로 하는 분야에서 이같은 연구가 진행되고 있다. 이같은 연구중에 하나로 섬유구조물(직물)의 특이 성질인 드레이프(drape) 현상을 해석하고자 하는 시도가 있어왔다. 이러한 연구에 많이 사용되는 방법의 하나는, 직물의 굽힘성질과 인장성질을 측정하여 직물이 특정한 조건(고정 지지대위에 놓인 직물, 주위의 곡면체와의 접촉)하에서 자중에 의해 변형되는 삼차원 형상을 수치해석법(특히, 비선형 유한요소법)을 사용하여 예측하는 것이 있다.

직물의 변형에 대한 이전의 연구들은 주로 직물의 구조와 물성치(Young's modulus, bending modulus, Poisson's ratio)와의 관계를 구하는 연구들이었다. 이들 연구는 직물의 구조 인자로부터 stress-strain curve를 계산하거나 geometric parameter들 간의 관계를 구하는 등의 연구에 많은 노력을 기울였으나 직물의 전체적인 변형 형상에 대한 해석에는 많은 연구가 수행되지 않았다. 직물의 역학적 성질을 이용하여 직물의 전체적인 변형 형상을 예측하기 위한 최초의 노력은 Lloyd에 의해 이루어 졌다. Lloyd¹는 유한요소법을 이용하여 원형 직물이 projectile에 의해 일어나는 직물의 변형을 예측하였다. 수치해석적 방법을 도입하여 직물의 드레이프 거동을 해석하려는 노력은 Imaoka²등에 의해 시작되었다. 그들은 유한차분에너지법을 이용한 삼각형 요소를 사용하여 삼차원 의복 디자인 CAD에의 응용에 대해 연구하였다. Collier³ 등은 직물의 드레이프 거동을 nonlinear small strain/large displacement 영역의 문제로 구분하여 classical plate theory를 이용한 비선형 유한요소법으로 해석하였다. 그들은 드레이프 측정기를 자체 제작하여 100% 면직물 경우에 대하여 드레이프 계수를 구하여 해석 결과와 비교하였으나 직물의 삼차원 형상에 대한 검토는 이루어지지 않았다. 이와는 달리 Breen⁴의 모델은 직물의 경위사 교차점을 particle로 개념화하였고 이들 particle간의 제한 조건을 두어 직물의 드레이프 거동을 해석하였다. 또한 직물의 역학적 특성을 KES system을 이용하여 구하고 이를 모델에 결합하였다. 그들의 모델은 실제의 경위사 교차점 모두를 particle로 가정하지는 않았다. 이 모델은 1m×1m 직물 해석에 workstation상에서 1 week CPU time이라는 어마어마한 시간이 걸리는 단점과 직물을 particle로 가정하였음에도 직물의 물성치를 연속체로 가정하여 구한 값을 사용한다는 모순을 갖고 있다. Kang⁵ 등은 classical shell theory을 대변형 문제에 맞게 정식화된 Simo의 이론을 plate version으로 바꿔 직물의 드레이프 형상을 예측하였다. 그들은 인장 및 굽힘 계수를 독립적으로 측정하여 그들의 모델에 적용하여 면직물과 모직물의 경우에 2D 변형을

이론적인 해와 실험치를 비교하였고 원형지지대와 사각지지대에서의 직물의 드레이프 거동을 해석하고 이 결과를 실험과 비교하였다. 최근에 Stylios⁶ 등은 lumped parameter model을 이용하여 synthetic human에 드레이프되는 직물의 형상을 구하였다. 그들의 모델은 이론적인 전개가 모호하고 인체와의 접촉 알고리즘이 설명되어 있지 않다.

본 연구에서는 다양한 조건에서 주위의 물체와 접촉에 의해 변형되는 직물의 형상을 예측하기 위해 셸(shell) 이론을 사용하고 접촉처리 알고리즘을 개발 도입하여 예측하고자 한다.

2. Shell theory

다양한 형태를 갖는 직물의 삼차원 변형을 예측하기 위해 직물을 shell로 가정하였다. 삼차원 공간(space)상의 셸은 중립면(mid-surface)과 디렉터(director) 벡터(이하의 서술에서 벡터는 bold체로 표시)에 의해 기술된다. 셸의 중립면과 디렉터를 매핑(mapping)시키는 manifold를 정의하면(Fig. 1 참조) 식 (1)과 같다. 이것을 이용하여 삼차원 공간상의 셸의 한 점은 식 (2)와 같이 기술되므로 $\Phi := (\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{t})$ 는 삼차원 공간상의 셸을 위치와 형상을 정의하는 맵(map)이 된다. 위치 '0'를 변형전의 초기형상을 표시하는데 사용하여 변형전후의 셸 중립면의 measures는 식(3)과 같이 표현된다.

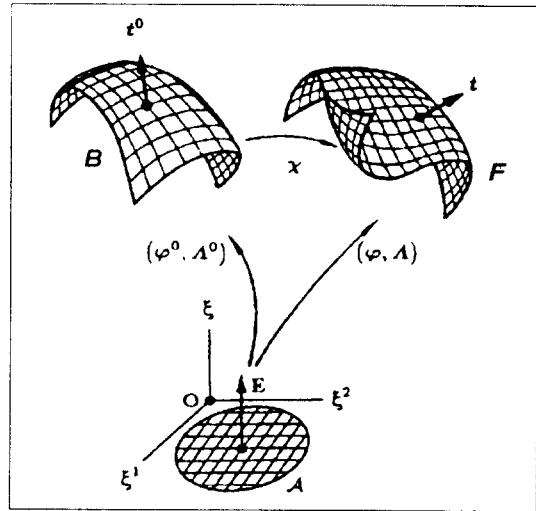


Fig. 1. Basic kinematic quantities associated with the reference and current placements of the shell, B and S, respectively.

$$b := \{ \Phi := (\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{t}) \mid \overline{A} \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 \times \mathbb{S}^2 \} \quad (1)$$

$$S := \{ \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \boldsymbol{x} = \boldsymbol{\varphi} + \xi \boldsymbol{t}, \text{ where } (\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{t}) \in b \text{ and } \xi \in [h^-, h^+] \} \\ \text{where } h(\text{thickness}) = h^+ - h^- \quad (2)$$

$$d\mu = \bar{j} d\xi^1 d\xi^2, \quad d\mu^0 = \bar{j}^0 d\xi^1 d\xi^2 \\ \text{where } \bar{j} \equiv (\boldsymbol{\varphi}_{,1} \times \boldsymbol{\varphi}_{,2}) \cdot \boldsymbol{t}, \quad \bar{j}^0 \equiv (\boldsymbol{\varphi}_{,1}^0 \times \boldsymbol{\varphi}_{,2}^0) \cdot \boldsymbol{t}, \quad \bar{J} \equiv \bar{j} / \bar{j}^0 \quad (3)$$

이상과 같이 셸의 위치 변화를 기술하면 변형 구배를 구하여 변형률을 계산할 수 있다. 위의 그림과 같이 변형전후의 surface convected frame은 각각 식(4)로 표시되므로

$$\{ \boldsymbol{\varphi}_{,\alpha}, \boldsymbol{t} \} \equiv \{ \boldsymbol{a}_\alpha, \boldsymbol{a}_3 \}, \quad \{ \boldsymbol{\varphi}_{,\alpha}^0, \boldsymbol{t}^0 \} \equiv \{ \boldsymbol{a}_\alpha^0, \boldsymbol{a}_3^0 \} \quad (4)$$

변형전의 벡터량은 다음과 같은 변형구배(relative deformation gradient)에 의해 변형

후의 벡터량으로 사상된다.

$$\bar{F} \equiv a_\alpha \otimes a^{0\alpha} + t \otimes a^{03} = a_i \otimes a^{0i} \quad (5)$$

그리고 reference surface에 대한 unit tensor는 식 (6)이 된다.

$$1^0 = a_{\alpha\beta} a^{0\alpha} \otimes a^{0\beta} + \gamma_\alpha (a^{0\alpha} \otimes a^{03} + a^{03} \otimes a^{0\alpha}) + a^{03} \otimes a^{03}$$

where $a_{\alpha\beta} = \phi_{,\alpha} \cdot \phi_{,\beta}$, $\gamma_\alpha = \phi_{,\alpha} \cdot t$, $x_{\alpha\beta} = \phi_{,\alpha} \cdot t_{,\beta}$ (6)

Lagrangian strain tensor는 $\bar{E} \equiv \frac{1}{2} [\bar{F}^T \bar{F} - 1^0]$ 인데, 식 (5)와 (6)를 대입하면 변형전을 기준으로한 strain tensor는 식(7)이 된다.

$$\bar{E} = \frac{1}{2} (a_{\alpha\beta} - a_{\alpha\beta}^0) a^{0\alpha} \otimes a^{0\beta} + \frac{1}{2} (\gamma_\alpha - \gamma_\alpha^0) (a^{0\alpha} \otimes a^{03} + a^{03} \otimes a^{0\alpha}) \quad (7)$$

셀의 거동을 지배하는 지배방정식의 유도는 Simo⁸의 논문에 상세이 기술되어 있는데 이를 간단히 요약하면 다음과 같다. local balance laws를 적용하여 stress resultants와 stress couples을 정의하고 stress power로부터 적절한 conjugate strain measures를 유도한다. 그 후에 위에서 기술한 kinematics를 이용하여 variational theorem를 적용하여 셀의 거동을 지배하는 finite element equation을 구하여 셀의 변형을 해석한다.

3. Contact treatment

주위의 물체와의 접촉에 의한 직물의 변형과 같은 대변형 문제들의 해는 접촉판별 알고리즘에 의해 좌우된다. 일반적으로 접촉탐색과정(contact checking process)은 크게 전체탐색(global search)과 국부탐색(local search)으로 나눌 수 있다. 전체탐색은 접촉탐색을 하고자 하는 해당절점에 충분히 가까이 있는 몇 개의 가능성 있는 바디요소(body element)를 찾는 작업이며, 국부탐색에 의해 해당절점에 투사되어할 타겟(target)요소가 결정되게 된다. 이렇게 결정된 요소에 해당접촉 절점이 투사되게 된다. 본 연구에서는 몇가지 제안된 방법중에 셀 전략법⁷(cell strategy method)을 기초로 하여 다음과 같은 방법을 사용하였다.

우선 유한요소 해석에 들어가기 전에 다음과 같은 두단계의 사전 작업이 필요하다. 첫째로 Fig. 2(a)와 같이 전체탐색에 이용하기 위해 바디요소(body element)의 최대경계 위치 정보를 저장해 놓는다. 둘째는 Fig. 2(b)와 같이 적당한 크기(풀고자하는 문제에 따라 결정됨)로 x-y평면에 정의된 각 셀안에 들어가는 바디요소(body element)를 저장해 놓는다.

이와 같이 두가지 사전 작업이 끝난후에 유한요소(FE) 해석중에 전체탐색은 다음과 같이 진행된다. x-y평면 탐색은 FE 해석전에 저장해 놓은 셀 정보를 이용하여 해당 절점이 속하는 셀에 포함된 바디요소(body element)를 쉽게 찾을 수 있고, z-방향 탐색은 역시 FE 해석전에 저장해 놓은 최대경계위치 정보로부터, 가능성 있는 바디요소만을 고를 수 있다. 전체탐색이 끝난후 국부탐색은 타겟요소를 고르는 과정과 타겟요소에 교차점을 구하는 과정으로 나뉘어진다. 타겟요소를 고르는 과정은 절점의 직선벡터(line vector)와 만나는 바디요소를 벡터 방정식에 의해 구하고 선택된 요소와 해당절점과의 교차점을 구하는 과정이다. 이 후에 contact에 의한 강성변화와 residual의 변화는 penalty procedure를 도입하고 도입된 penalty term의 directional derivative를 유도하여 구한다.

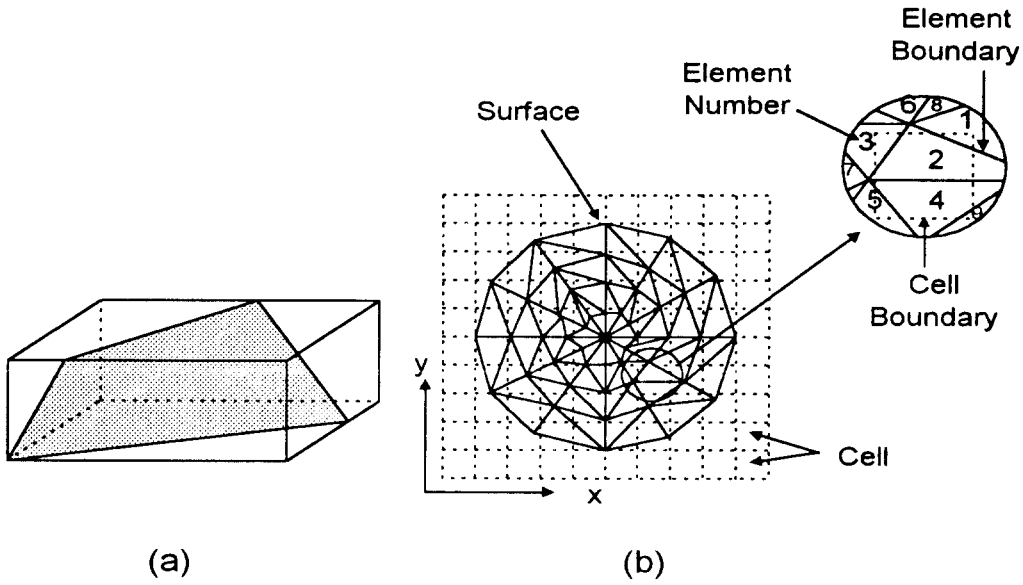


Fig. 2. Data stored before finite element analysis
 (a) boundary of body element
 (b) cell storing body element using cell strategy

4. Conclusions

위에서 간단히 기술한 셸이론과 접촉처리 알고리즘에 의해 바디와의 접촉에 따른 직물의 드레이프 형상을 예측할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 개발된 프로그램은 직물의 드레이프 거동뿐만 아니라 의복제조 공정상의 여러부분의 해석(예:의복패턴의 handling, sewing 시의 직물 거동 등)에 응용될 수 있다. 또한 바디와의 접촉에 의한 변형을 해석할 수 있으므로 삼차원 의복 디자인 CAD에 사용될 수 있고 자유곡면에 접촉하는 직물의 변형을 예측할 수 있으므로 woven fabric에 의해 제조되는 섬유강화 복합재료의 성형 설계에도 이용될 수 있을 것이다.

5. Reference

1. D.W. Lloyd, "The Analysis of Complex Fabric Deformations, in "Mechanics of Flexible Fibre Assemblies", J.W.S. Hearle, J.J. Thwaites, and J. Amirbayat, Eds., Sijthoff & Noordhoff, Alphen and den Rijin, The Netherlands, 311-342(1980).
2. H. Imaok, H. Okabe, T. Tomiha, M. Yamada H.Akami, A. Shibuya, and N. Aisaka, "Prediction of Three Dimensional Shapes of Garments from Two-Dimensional Paper Patterns", Sen-i Gakkaishi, Vol. 45(10), 420-426(1989)

3. J.R. Collier, Billie J. Collier, Gina O'Toole, and S.M. Sargand, "Drape Prediction by Means of Finite-element Analysis", *J.Text. Inst.*, Vol 82(1), pp.96-107, 1991.
4. David E. Breen, Donald H. House, and Michael J. Wozny, "A Particle-Based Model for Simulating the Draping Behavior of Woven Cloth", *Textile Res. J.*, Vol 64(11), pp.663-685, 1994.
5. T.J. Kang, W.R. Yu and K. Chung, "Drape Simulation of Woven Fabric by using the Finite Element Method", *J.Text. Inst.*, 86(4), 635-648, 1995.
6. G. Stylios, T.R. Wan and N.J. Powell, "Modelling the dynamic drape of fabrics on synthetic humans", *Int. J. Cloth. Sci. and Tech.*, Vol. 7(5), 1995.
7. A. Makinouchi, E. Nakamachi and T. Nakagawa, "Development of CAE System for Auto-Body Panel Forming Die Design by Using 2D and 3D FEM", *Annals of the CIRP*, Vol. 40, pp.307-310, 1991
8. J.C. Simo and D.D. Fox, "On a Stress Resultant Geometrically Exact Shell Model. Part I: Formulation and Optimal Parameterization", *Comp. Meths. App. Mech. Engrg.*, Vol 60, pp.53-92, 1989.