0 - 1 목표계획모형의 재구조화에 관한 연구
- 기회제약계획법(CCP)과 계층화 분석과정(AHP)의 결합가능성을 중심으로 -

A Study on the Reformulation of 0-1 Goal Programming

이 영 찬 · 민 재 형
서강대학교 경영학과

ABSTRACT

Decision environments involve a high degree of uncertainty as well as multiple, conflicting goals. Although traditional goal programming offers a means of considering multiple, conflicting goals and arrives at a satisficing solution in a deterministic manner, its major drawback is that decision makers often specify aspiration level of each goal as a single number. To overcome the problem of setting aspiration levels, chance constrained programming can be incorporated into goal programming formulation so that sampling information can be utilized to describe uncertainty of aspiration levels in the form of probability distribution. Another drawback of goal programming is that it does not provide a systematic approach to set priorities and trade-offs among conflicting goals. To overcome this weekness, the analytic hierarchy process(AHP) is used in the model. Also, most goal programming models in the literature are of a linear form, although some nonlinear models have been presented. Consideration of risk in technological coefficients and right hand sides, however, leads to nonlinear goal programming models, which require a linear approximation to be solved.

In this paper, chance constrained reformulation with linear approximation is presented for a 0-1 goal programming problem whose technological coefficients and right hand sides are stochastic. The model is presented with a numerical example for the purpose of demonstration.

I. 문제의 제기

다기준 의사결정기법으로서의 목표계획법(goal programming; GP)은 다수의 상충하는 목표들간의 절충을 시도하여 만족해(satisficing solutions)를 제공하는 수단으로 개발되어 왔으며, 많은 문헌에서 성공적인 응용사례가 제시되어 왔다. 이러한 목표계획법의 현실적용능력에도 불구하고 목표계획법은 다음과 같은 두가지 중요한 단점을 가지고 있다.

첫째, 각 목표의 이상수준(aspiration level)을 설정함에 있어 의사결정자는 그 목표달성에 대한 불확실성 요인을 체계적으로 고려하기 어렵다는 것이다. 이를 해결하기 위해서는 표본정보를 이용하여 목표달성수준의 불확실성을 확률분포의 형태로 기술하게 해주는 기회제약계획법(chance constrained programming; CCP)을 이용하는 것이 바람직하다.

둘째, 목표들간의 우선순위 (또는 가중치)와 상충관계를 체계적으로 설정하는 방법이 부재하다는 것이다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 최근 다기준 의사결정기법으로서 그 범위를 확장해 가고 있는 계층화 분석과정(analytic hierarchy process; AHP)을 이용한 목표들간의 상대적 중요도를 도출하는 모형들이 제시되고 있다.

구체적으로, 목표달성에 있어서의 불확실성 또는 위험에 대한 고려는 경영의사결정과정에서 매우 중요한 요소이며 여러 각도에서 이를 고려할 수 있는데 그 중에서 기회제약계획법은 일반적인 선형계획모형을 구성하는 파라미터(parameters), 예를 들어 기술계수, 우변항 등에 대한 측정가능한 분산이 알려져 있는 경우 적용될 수 있다.

기회제약식을 포함하는 목표계획모형에서 우변항에 대한 위험만을 고려할 경우에는 선형제약식으로 전환이 가능하여 분석이 용이하나 기술계수에 대한 위험의 고려시 즉, 기술계수가 확률변수일 경우 비선형 제약식으로의 전환이 발생하여 분석이

용이하지 못하다는 단점이 발생하게 된다. 분석의 용이성 뿐만 아니라 비선형 모형에 대한 일반적인 해법 또한 존재하지 않는다는 측면에서 선형근사법의 적용은 당위성을 가진다.

II. 기회제약계획법

기회제약계획법은 제약식의 만족수준 또는 달성수준을 확률분포의 형태로 표현하고자 하는 취지에서 개발되었다. CCP에서 표현되는 기회제약식은 의사결정자로 하여금 목표들의 달성수준을 확률치로 표현할 수 있도록 해주는데, 기회제약식에서 α를 의사결정자가 사전에 설정한 신뢰수준이라고 한다면 그것은 제약식이 최대 $(1-\alpha)$까지 위배될 것이라는 것을 의미한다.

이러한 확률적 접근방법은 특히 목표계획모형에 적합한데, 목표계획모형은 모형자체내에서 각 제약식에 대한 여러 신뢰수준들을 고려할 수 있도록 해주기 때문이다. 즉, 목표들간의 중요도에 따른 우선순위화(ranking of priorities)는 의사결정자가 신뢰수준을 변화시키거나 목표대안간의 상충관계를 분석할 수 있는 사고의 체계를 제공한다.

1. 기회제약 목표계획법(CCGP)

일반적인 선형목표계획모형(linear goal programming; LGP)은 식(1)과 같이 기술할 수 있다.

$$
\begin{aligned}
Min \quad & Z = P_1\left(\sum_{i=1}^{m} w_i d_i^{\pm}\right);\ldots;P_k\left(\sum_{i=1}^{m} w_i d_i^{\pm}\right) \\
s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i, \quad i=1,\ldots,m \\
& b_i, d_i^-, d_i^+ \geq 0, \quad i=1,\ldots,m \\
& x_j \geq 0, \quad j=1,\ldots,n
\end{aligned}
\tag{1}
$$

여기서,

x_j : j번째 의사결정변수
b_i : 목표 i의 목표수준
a_{ij} : i번째 목표제약식의 변수 x_j에 대한 기술계수
d_i^- : 목표 i의 미달치
d_i^+ : 목표 i의 초과치
P_k : k번째 목표우선순위
w_i : k번째 우선순위에서 편차변수 d_i^- 또는 d_i^+에 배정된 가중치

Keown[4]와 Keown & Taylor[5]는 기술계수가 확률변수일 경우 비선형의 결정등식 문제가 발생함을 보이고 있는데 이를 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

목표계획모형에서 기회제약식의 형태는 식(2)와 같이 나타낼 수 있는데,

$$
p\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leq b_i\right) \geq \alpha_i, \quad 0 \leq \alpha_i \leq 1 \tag{2}
$$

식(2)에서 기술계수 a_{ij}와 우변항 b_i가 동시에 확률변수일 경우 기회제약식은 다음의 식(3)과 같은 결정제약식으로 표현될 수 있다.

$$
E\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j\right) + F^{-1}(\alpha_i)\left[\ V\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - b_i\right)\right]^{1/2} \leq E(b_i) \tag{3}
$$

여기서 E(·)와 V(·)는 각각 기대값과 분산을 의미한다. F(·)는 식 (4)의 누적표본정규분포함수를 나타내고 F^{-1}는 F(·)의 역함수를 나타낸다 ($F^{-1}(0.95)=1.645$).

$$
\left[\frac{\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - b_i\right) - E\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - b_i\right)}{V\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - b_i\right)}\right] \tag{4}
$$

목표계획모형에서 기회제약식을 결정등식으로 전환하게 되면 식(3)과 같은 비선형 제약식이 나타나게 된다. 여기서 우변항만이 확률변수일 경우는 선형 제약식으로 전환된다. 의사결정변수가 정수(또는 0-1 변수)가 아닐 경우에는 비선형 제약식을 그대로 두고 적절한 알고리듬을 이용하여 문제를 해결할 수 있으나 본 연구에서 다루고자 하는 0-1 기회제약 목표계획모형(CCGP)에서는 그러한 비선형 결정등식을 선형제약식으로 근사시켜야 하는 문제가 발생한다. 이러한 선형근사법은 문제의 성격에 따라 다양하게 제시될 수 있으나 본 연구에서는 자본예산편성에 따른 프로젝트 선정문제를 해결하기 위해 Naslund[8]의 선형근사법을 이용하였다.

III. 모형의 적용

0-1 CCGP를 수치예제에 적용하기에 앞서 본 연구에서는 목표계획법의 단점으로 지적되고 있는 목표들간의 사전적 우선순위화 문제를 해결하기 위해 AHP를 이용하였다. AHP를 통해 목표들간의 체계적 이원비교를 수행한 후 각 목표들의 상대적 가중치 또는 우선순위를 도출하였다. 목표들간의 이원비교를 통해 도출된 가중치는 0-1 CCGP의 목적함수 계수로 이용된다.

수치예제로는 예산제약하의 프로젝트 선정문제를 다루었다. 여기서 기술계수가 확률변수일 경우 기회제약식이 비선형 제약식으로 전환되는 문제를 해결하기 위해서 Naslund[8]의 선형근사법을 이용하였고 최종적인 0-1 목표계획모형의 해는 *LINDO*를 이용하여 도출하였다.

1. 수치예제

자본예산편성에 있어 5개의 프로젝트가 고려되고 있다. 개별 프로젝트에 대한 기초자료는 <표 1>과 <표 2>에 각각 나타나 있다. 할인율은 매년 10%로 가정한다.

<표 1> 프로젝트별 현금흐름 자료(단위: 백만원)

프로젝트 번호	순현금흐름 연도 0	1	2	3	4	현금흐름의 표준편차 연도 0	1	2	3	4
1	-150	70	60	60	60	0	10	8	9	10
2	-120	50	60	40	50	0	7	8	6	6
3	-90	-40	50	90	100	0	6	8	10	12
4	-20	-30	-30	75	70	0	0	0	11	10
5	-80	40	40	30	30	0	0	7	6	6
매년 가용예산	250	0	0	0	0					

<표 1>은 향후 4년동안 프로젝트별로 기대되는 순현금흐름과 매년 순현금흐름의 표준편차를 정리한 것이다. 모든 단위는 백만원이며 t=0시점에서만 가용예산이 책정되어 있다.

<표 2> 프로젝트별 목표공헌도 및 목표수준*

목표	프로젝트 1	프로젝트 2	프로젝트 3	프로젝트 4	프로젝트 5	목표수준**	표준편차***
운영비 절감	1.5	1	3	1	2	5	0.3
수신고 제고	10%	20%	5%	10%	15%	25%	8%
지역 발전 공헌	0.8	0.5	7	1.2	0.9	2	0.1

*) 수신고 제고를 제외한 모든 수치의 단위는 백만원이다.
**) 목표수준의 평균치를 의미한다.
***) 목표수준의 표준편차를 의미한다.

<표 1>과 <표 2>의 자료를 기초로 목표제약식을 기회제약식으로 전환하기 위한 과정을 목표별로 기술하면 다음과 같다.

(1) 순현재가치 목표

각 프로젝트별 순현재가치는 <표 1>의 순현금흐름을 할인율 10%로 할인하여 계산되고 프로젝트의 현금흐름은 서로 독립적이라고 가정한다. 순현재가치에 대한 목표수준들을 종합하여 최소 100(백만원)을 달성하고자 하며 신뢰수준 α는 0.8로 설정하였다. 기회제약식은 식(5)와 같이 표현된다.

$$p[\ 49.3X_1+39.3X_2+50.8X_3+32.1X_4+32.5X_5 \geq 100] \geq 0.8 \quad (5)$$

앞서 제시한 식(3)과 (4)를 이용하여 식(5)를 결정제약식으로 전환하는 과정에서 프로젝트들의 순현가에 대한 분산은 Hillier[3]가 제시한 방법을 이용하여 도출하였다. 여기서 식(5)는 기술계수가 확률변수인 경우이므로 비선형 제약식이 도출되는 문제가 발생한다. 이를 선형화하기 위해 다음과 같이 선형근사법을 적용하였다.

$$\left(\sum_{m=1}^{M} v_m x_m^2\right)^{1/2} \leq \left(\sum_{m=1}^{M} v_m\right)^{1/2} - \sum_{n=1}^{M}(1-x_n)\left[\left(\sum_{m=1}^{M} v_m\right)^{1/2} - \left(\sum_{m=1}^{M} v_m - v_n\right)\right]$$

결정제약식으로 전환한 후 Naslund의 근사법을 적용하고 목표계획모형의 편차변수를 추가하면 식(5)의 기회제약식은 식(6)과 같은 일반적인 목표제약식의 형태를 가지게 된다.

$$45.6X_1+37.3X_2+47.5X_3+30.2X_4+31.4X_5+d_1^- - d_1^+ = 110.6 \quad (6)$$

여기서 d_1^-과 d_1^+는 각각 목표수준의 미달치와 초과치를 나타내는 것으로, d_1^-을 최소화 한다.

(2) 예산제약 목표

매년 가용한 예산수준하에서 투자계획을 수립하고자 한다. t=0시점에서 가용한 예산수준은 250(백만원)이고 신뢰수준 α는 0.8로 설정되었다. 기회제약식은 식(7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$p[\ 150X_1+120X_2+90X_3+20X_4+80X_5 \leq 250] \geq 0.8 \quad (7)$$

식(7)을 식(6)과 같은 목표제약식으로 전환하면 식(8)과 같이 나타난다. 단, t=0시점에서의 순현금흐름의 표준편차는 0이므로 선형근사작업이 요구되지는 않는다. 여기서 목표수준의 초과치인 d_2^+를 최소화 한다.

$$150X_1+120X_2+90X_3+20X_4+80X_5+d_2^- - d_2^+ = 250 \quad (8)$$

t=1시점에서의 가용예산수준은 0이고 신뢰수준 α는 0.8로 설정되었다. 기회제약식과 목표제약식은 식(9), (10)과 같다. 여기서는 d_3^-을 최소화 한다.

$$p[\ -70X_1-50X_2+40X_3+30X_4-40X_5 \leq 0] \geq 0.8 \quad (9)$$
$$66.3X_1+48.4X_2-41.2X_3-30X_4+40X_5+d_3^- - d_3^+ = 4.95 \quad (10)$$

t=2, 3, 4에서도 위와 동일한 방법을 이용하여 기회제약식을 목표제약식으로 전환할 수 있다. 각 시점 (t=2, 3, 4)에서의 가용예산수준은 0이고 신뢰수준 α는 0.8로 설정하여 이를 목표제약식으로 전환하면 식(11), (12) 그리고 (13)과 같이 표현된다. 여기서는 d_4^-, d_5^-, d_6^-를 각각 최소화 한다.

$$58.1X_1+58.1X_2+48.1X_3-30X_4+38.6X_5+d_4^- - d_4^+ = 6.05 \quad (11)$$
$$58.1X_1+39.2X_2+87.7X_3+72.1X_4+29.2X_5+d_5^- - d_5^+ = 7.56 \quad (12)$$
$$57.8X_1+49.2X_2+96.7X_3+68.8X_4+29.2X_5+d_6^- - d_6^+ = 7.92 \quad (13)$$

(3) 운영비용절감 목표

운용비용을 최소한 5(백만원)이상 감소시키고자 하며 신뢰수준 α는 0.9로 설정되었다. <표 2>의 기초자료를 이용하여 기회제약식으로 표현하면 식 (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$p[\ 1.5X_1+X_2+3X_3+x_4+2X_5 \geq 5] \geq 0.9 \quad (14)$$

식(14)에서 우변항이 확률변수이므로 이를 결정제약식으로 전환하는 방법이 필요한데 앞서 제시한 식(3)과 (4)에서 기술계수와 관련된 요소만 제외

시키면 우변항이 확률변수일 때의 결정제약식이 된다. 우변항이 확률변수일 경우에는 결정제약식으로 전환하더라도 비선형 문제가 발생하지 않는다. 따라서 이러한 결정제약식을 이용하여 식(14)를 목표제약식으로 표현하면 식(15)와 같다. 여기서 d_7^-를 최소화 한다.

$$1.5X_1+X_2+3X_3+X_4+2X_5+d_7^- - d_7^+ = 5-F^{-1}(0.9)*1.4 \quad (15)$$

(4) 수신고 제고 목표

향후 4년동안 수신고를 최소한 25% 이상 제고시키고자 하며 신뢰수준 α는 0.8로 설정되었다. <표 2>의 기초자료를 이용하여 최종 목표제약식을 구하면 식(16)과 같다. 여기서 기회제약식의 확률변수는 우변항 뿐이므로 이를 고려한 결정제약식으로의 전환과정은 운영비용절감 목표에서의 과정과 동일하다. 편차변수 d_8^-를 최소화 한다.

$$10X_1+20X_2+5X_3+10X_4+15X_5+d_8^- - d_8^+ = 25-F^{-1}(0.8)*8 \quad (16)$$

(5) 지역발전 공헌 목표

지역사회 발전기금으로 2(백만원)을 책정해 놓고 있으며 신뢰수준 α는 0.95로 설정되었다. <표 2>의 기초자료를 이용하여 최종 목표제약식을 구하면 식(17)과 같다. 여기서 기회제약식의 확률변수는 우변항 뿐이므로 이를 고려한 결정제약식으로의 전환과정은 운영비용절감 목표에서의 과정과 동일하다. 편차변수 $d_9^-+d_9^+$를 최소화 한다.

$$0.8X_1+0.5X_2+0.7X_3+1.2X_4+0.9X_5+d_9^- - d_9^+ = 2-F^{-1}(0.95)*0.1 \quad (17)$$

목표들의 구체적 분류와 목표제약식을 기회제약식으로 전환한 다음 단계는 0-1 기회제약 목표계획모형의 목적함수를 구성하는 것이다. 이를 위해 우선 앞서 언급한 AHP 기법을 이용하여 목표들간의 이원비교를 수행하였다. 보다 효과적인 이원비교를 수행하기 위해 본 연구에서는 목표들을 다음과 같이 그룹화하였다.

[그룹 1] 순현재가치 목표
[그룹 2] t=0시점에서의 예산제약 목표
[그룹 3] t=1, 2, 3, 4 시점에서의 예산제약 목표
[그룹 4] 운영비용절감 목표
[그룹 5] 수신고 제고 목표
[그룹 6] 지역발전공헌 목표

그룹화된 각 목표들간의 이원비교 수행결과는 <표 3>에 제시되어 있다. <표 3>에 제시된 각 목표들의 가중치는 목적함수의 계수로 이용될 뿐만 아니라 기회제약식에서의 신뢰수준 α의 선정을 위한 기초자료가 된다. 앞서 유도한 기회제약식의 신뢰수준 α는 <표 3>의 결과를 토대로 선정된 것이다. 먼저 목표제약식의 기술계수가 확률변수일 경우는 본 연구에서 고려하는 목표계획법의 단점과는 무관하므로 연구자의 주관적 판단으로 신뢰수준 α를 설정하였다. 다음으로 목표제약식에서 우변항이 확률변수일 경우는 목표계획법의 단점을 해결하기 위한 기회제약계획법의 도입취지와 부합하게 되므로 신뢰수준 α의 선정에 있어 이를 고려하였다. 예를 들어, 상대적 가중치가 높은 목표그룹에는 신뢰수준을 낮게 설정하였고 상대적 가중치가 낮은 목표그룹에는 신뢰수준을 높게 설정하였다. 이는 상대적으로 중요도가 높은 목표일수록 위험수준이 보다 높을 것이라는 판단에 따른 것이다.

<표 3> AHP를 이용한 최종가중치와 이원비교행렬

	그룹 1	그룹 2	그룹 3	그룹 4	그룹 5	그룹 6	가중치
그룹 1	1	1/2	3	4	1	5	0.212
그룹 2	2	1	4	5	2	7	0.350
그룹 3	1/3	1/4	1	2	5	4	0.090
그룹 4	1/4	1/5	1/2	1	5	3	0.062
그룹 5	1	1/2	1/5	1/5	1	5	0.251
그룹 6	1/5	1/7	1/4	1/3	1/5	1	0.035
CR = 0.042							

이원비교를 통해 도출된 <표 3>의 상대적 가중치와 각 그룹별 편차변수를 이용하여 목적함수를 구성하면 다음과 같다.

$$Min\ Z = 21.2(d_1^-)+35(d_2^+)+9(d_3^-+d_4^-+d_5^-+d_6^-)+6.2(d_7^-)$$
$$+25.1(d_8^-)+3.5(d_9^-+d_9^+)$$

2. 수치예제의 결과

0-1 CCGP의 수치예제에 대한 결과는 *LINDO*를 이용하여 도출되었고 <표 4>에 그 결과를 정리하였다. <표 4>에서 각 변수들은 고려하고 있는 프로젝트의 선정여부를 나타내는 것으로, 1은 선정되었음을 나타내고 0은 선정되지 않았음을 나타낸다.

<표 4> 0-1 CCGP의 수행결과 1

프로젝트 변수	프로젝트 선정여부
X_1	1
X_2	0
X_3	0
X_4	1
X_5	1

<표 4>의 결과와 함께 목표계획모형의 결과분석 자료로 이용되는 것이 바로 목표달성도이다. 수치예제에서 목표들간의 이원비교를 효율적으로 수행해내기 위해 그룹화하였던 각 목표들의 달성수준은 <표 5>에 정리되어 있다.

<표 5> 0-1 CCGP의 수행결과 2

그룹별 목표계획모형	목표달성여부
그룹 1 : 순현재가치 목표	미달성 : 3.37(백만원)
그룹 2 : t=0에서의 예산목표	달성
그룹 3 : t=1,2,3,4에서의 예산목표	달성
그룹 4 : 운영비용절감 목표	달성
그룹 5 : 수신고 제고 목표	달성
그룹 6 : 지역발전 목표	달성

<표 5>는 목표그룹별 내용과 그 달성여부를 나타낸 것으로 순현재가치 목표의 경우, 목표수준 100(백만원)을 달성하지 못하고 3.37(백만원)의 미달치가 발생되었다. 이것은 상대적 가중치가 높은 순현재가치 목표에서 현금흐름의 분산, 즉 목표달성에 있어서의 위험이 크고 그러한 위험수준을 반영하는 기회제약식을 도입했기 때문에 목표미달치가 도출된 것으로 해석될 수 있다. 나머지 목표그룹들은 모두 목표수준을 달성하였다. 이것은 목표그룹들의 상대적 가중치와 위험수준을 고려한 정도에 따라 자원이 적절히 분배되었음을 의미한다.

Ⅳ. 결 론

본 연구에서는 다기준 의사결정기법의 하나인 목표계획법이 갖고 있는 단점, 즉 목표들간의 비체계적인 사전적 우선순위화 문제와 목표수준의 설정에 있어 목표의 달성에 영향을 미치는 위험요인과 해당 목표들간의 상충관계를 고려할 수 있는 체계적 방법론을 제공하지 못한다는 점에 관심을 두고 이러한 문제점을 해결할 수 있는 방안을 모색하고자 하였다. 목표계획모형의 문제점을 해결하기 위해 본 연구에서는 CCP, AHP를 도입하였는데 제시된 모형은 CCP, AHP 그리고 0-1 목표계획모형을 결합한 모형, 즉 0-1 기회제약 목표계획모형으로서의 역할을 수행하였다.

본 연구에서 제시한 수치예제의 결과는 가중합계모형을 통해 도출된 것으로 우선순위모형의 결과와는 차이가 존재한다. 추후 우선순위모형을 이용, 효과적인 알고리듬을 개발하고 그 결과를 비교할 수 있는 연구가 수행되어야 하겠다.

<참고문헌>

[1] Charnes, A. and W. W. Cooper. "Goal Programming and Multiple Objective Optimization: Part I," *European Journal of Operational Research*, Vol. 1. No. 1, 1977, pp. 39-54.

[2] De, P. K., D. Acharya and K. C. Sahu, "A Chance-constrained Goal Programming Model for Capital Budgeting," *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 33, 1982, pp. 635-638.

[3] Hillier, F. S., "The Derivation of Probabilistic Information for the Evaluation of Risky Investments," *Management Science*, Vol 9, No 1, 1968, pp. 443-457.

[4] Keown, A. J., "A Chance-constrained Goal Programming Model for Bank Liquidity Management," *Decision Science*, Vol. 9, No. 1, 1978, pp. 93-106.

[5] Keown and B. W. Taylor, "A Chance-constrained Integer Goal Programming Model for Capital Budgeting in the Production Area," *Journal of Operational Research Society*, Vol. 31, No. 7, 1980, pp. 579-589.

[6] Khorramshahgol, R., H. Azani and Y. Gousty, "An Integrated Approach to Project Evaluation and Selection," *IEEE. Transactions on Engineering Management*, Vol. 35, No. 4, 1988, pp. 265-270.

[7] Lee, S. M. and D. L. Olson, "A Gradient Algorithm for Chance-constrained Nonlinear Goal Programming," *European Journal of Operational Research*, Vol. 22, 1985, pp. 359-369.

[8] Naslund, B., "A Model of Capital Budgeting under Risk," *Journal of Business*, Vol. 39, 1966, pp. 257-271.

[9] Olson, D. L. and S. R. Swenseth, "A Linear Approximation for Chance-constrained Programming," *Journal of Operational Research Society*, Vol. 38, No. 3, 1987, pp. 261-267.

[10] Saaty, T. L., *Decision Making for Leaders*, Belmont, CA: Lifetime Learning Publications, 1982.