

준비시간을 고려한 Job Shop 스케줄링 문제의 근사적 해법에 관한 연구

An Approximation Method for Job Shop Scheduling Problem with Sequence Independent Setup Time

정한일, 김기동, 정대영, 박진우
서울대학교 산업공학과

Abstract

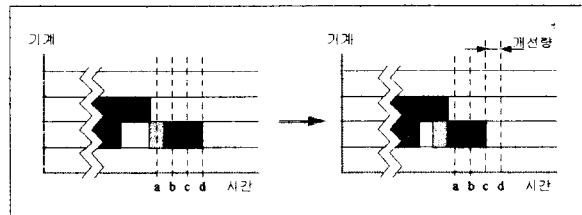
The job shop scheduling problem has been a major target for many researchers. And, most of the past studies did not consider setup time. In many cases of real manufacturing environment, however, there exists a setup time for each operations. The setup can be divided into two parts, one can be done before job arrival and the other can be done after job arrival. The setup time based on the latter can be summed together with processing time, but that based on the former can not be. We propose an approximation method based on shifting bottleneck procedure for solving the job shop scheduling problem with sequence independent setup time. It schedules the machines one by one, taking a bottleneck machine among the machines not yet scheduled. Every time after a new machine is scheduled, all schedules previously established are updated. Both the bottleneck search and the schedule updating procedure are based on solving a single machine scheduling problem with ready time, setup time and delivery time iteratively.

1. 연구의 목적

Job Shop 스케줄링 문제는 생산계획이 지시한 일련의 작업들을 시간에 따라 각 부서나 설비 등에 적절히 분배하는 것으로 납기일, 공정경로, 작업 투입시기, 이동시간, 준비시간 등을 고려하여야 한다. 이러한 고려사항들을 충분히 고려한 연구는 드물다.

공정경로의 특성은 크게 두 가지 측면에서 고려될 수 있는데, 첫 번째는 작업의 완료를 위해 방문하여야 하는 기계의 수에 관한 것이고 두 번째는 같은 기계를 방문하는 회수에 관한 것이다. 일부의 기계만을 방문하거나 같은 기계를 여러 번 방문할 수 있는 형태의 공정경로가 일반적이라 할 수 있다. 한편, 작업의 투입 시기는 각 작업이 가공 가능해지는 시간을 의미하는 것으로 대부분의 Job Shop 스케줄링 문제에 관한 연구에서는 스케줄링 의사결정 시점인 0 시점에서 모든 작업이 가공한 것으로 가정하고 있으나 생산현장통제(Shop Floor Control)의 관점에서 볼 때 작업들이 다양한 형태의 투입시기를 가지는 것이 합리적이다. 대부분의 기존 연구에서는 이동시간이 가공시간에 비하여 무시할 수 있을 정도로 작다고 가정을 하고 있으나, 특정 작업의 시작시간의 미세한

변화가 전체 스케줄의 결과에 많은 영향을 미칠 수 있으므로 가능하면 고려하는 것이 바람직하다. 일반적으로 준비시간은 작업순서에 종속적인 형태와 작업순서에 독립적인 형태로 분류될 수 있다. 작업순서에 종속적인 준비시간은 문제의 난이도를 매우 높게 만든다. 작업순서에 종속적인 준비시간을 고려할 경우 단순한 형태인 단일기계 스케줄링 문제도 NP-hard 문제로 알려진 Travelling Salesman Problem이 된다. 대부분의 기존의 연구에서는 작업순서에 독립적인 준비시간을 갖는 문제를 대상으로 하고 있으며, 준비시간을 가공시간에 포함시켜서 문제를 해결하고 있다. 그러나 작업의 도착시점을 기준으로 볼 때, 가공을 위한 준비(Setup)는 작업이 도착하기 전에 가능한 준비와 작업이 도착한 후에 가능한 준비로 구분될 수 있다. 이런 관점에서 볼 때 후자에 해당되는 준비시간 부분은 가공시간에 포함될 수 있으나 전자에 해당되는 부분은 가공시간에 포함될 수 없다. [그림 1]에서 볼 수 있듯이 작업도착 전에 가능한 준비시간을 가공시간과 분리하여 고려할 경우 개선된 스케줄을 작성할 수 있다.



[그림 1] 준비시간 분리에 따른 개선

본 연구에서는 Adams[1]가 제시한 Shifting Bottleneck 해법을 변형하여 일반적인 형태의 공정경로, 작업의 투입시기, 이동시간 그리고 작업순서에 독립적인 준비시간을 고려한 Job Shop 스케줄링 문제의 해를 구할 수 있는 근사적 해법을 제시하고자 한다.

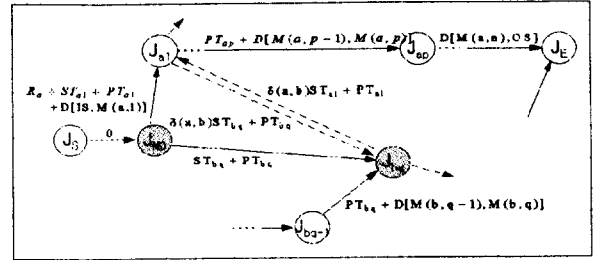
2. 연구현황

스케줄링은 생산 시스템의 계획과 운영에 있어서 가장 중요한 쟁점중의 하나이다. 그래서 많은 연구들이 스케줄링 문제를 풀기 위해 노력을 해왔다. 준비시간을 고려하지 않는 문제에 관해서는 많은 연구들이 있다. Kim과 Nara 그리고 Gen은 유지관리를 위한 스케줄링을 수립하는 문제에 대해 해 영역은 유전자 해법을 적용하여 표현하고 탐색 과정에서는

Simulated Annealing 기법을 적용하는 통합된 탐색 기법을 제시하였다[8]. Croce, Tadei 그리고 Volta는 문자열 유전자형 자료로 표현하고 교배 연산자로 LOX를 사용하며, 예견적 평가(Lookahead Evaluation)를 통해 보다 정확한 해의 적합도를 평가하는 해법을 제시하였다[4]. Chang과 Jeng은 에너지 기반형 신경망 네트워크(Energy-based Neural Network)를 이용하여 작업들이 배치 단위로 수행되는 Job Shop 스케줄링 문제의 해를 구하는 해법을 제시하였다[2]. 한편 근사적/발견적 접근법을 이용하여 Job Shop에서 스케줄링 문제의 해를 구하려는 시도들도 많이 있었다. Jinyan, Chai 그리고 Youyi는 기존의 연구에서 흔히 사용하던 대체 공정경로 대신 대체기계집합을 나타내는 변수를 포함시켜 FMS/Job Shop 스케줄링 문제를 모형화하였고, 라그랑지안 완화(Lagrangian Relaxation) 기법을 이용해 단일기계 문제로 분해하여, 가중치가 고려된 시스템 체류시간을 최소화하는 해법을 제시하였다[7]. Chen, Chu 그리고 Proth는 기계 용량에 관한 제약식을 완화함으로써 작업 수준의 부문제로 분해하고, 동적계획법을 수행하는 Pseudo-Polynomial 해법을 제시하였다[3]. Czerwinski와 Luh는 MRP와 스케줄링의 통합을 위하여 자체명세서 정보와 공정 정보를 바탕으로 제품 수준에서의 스케줄링 해법을 제시하였다. 이들은 기계 용량, 가공시간, 부품간의 선행관계 제약 그리고 공정간의 선행관계 제약을 고려하여 납기 지연과 공정중 재고를 최소화하는 문제를 모형화하고, 라그랑지안 완화 기법을 이용한 해법을 제시하였다[5]. Adams, Balas 그리고 Zawack은 Job Shop 스케줄링 문제를 Roy와 Sussman이 제안한 Disjunctive 그래프로 표현하여 단일기계 문제로 분해하고 분지한계법을 이용하여 해를 구하는 Shifting Bottleneck 해법을 제시하였다[1]. 준비시간을 고려한 경우에는 단일기계 문제로 흐름공정 문제에 대해 많은 연구들이 이론적으로 접근하고 있으나 Job Shop 스케줄링 문제에 대해서는 대부분 시뮬레이션을 기반으로 하여 준비시간이 시스템의 성능에 미치는 영향을 분석하였다. Shomys, Stein 그리고 Wein은 흐름공정과 Job Shop 스케줄링 문제에 대해, 최종 작업 완료시간이 아주 높은 확률로 최적해의 일정한 비율 내에 들어가는 해를 보장하는 근사적 해법을 제시하였다[12]. Rubin과 Ragatz는 단일기계 문제에서 각 작업의 납기일이 존재하고 작업순서에 종속적인 준비시간이 존재할 때 납기 지연 작업의 수를 줄이는 문제를 유전자 해법을 적용하여 풀었다[11]. Ovacik과 Uzsop은 단일기계 상황에서 각 작업의 투입시기가 다르고 작업 순서에 종속적인 준비시간이 존재할 때 긴 납기 지연을 줄이는 문제를 다루었다[10]. Gupta는 Job Shop 스케줄링 문제에서 작업 순서에 종속적인 준비시간이 존재할 때 준비시간을 최소화하는 문제에 대해 분지한계법에 기반을 둔 수리적 모형을 제시하였으나 작업의 수가 많아지면 지수함수 형태로 계산 시간이 소요되는 한계점을 가지고 있다[6]. Kim과 Bobrowski는 Job Shop에서 작업 순서에 종속적인 준비시간이 시스템의 성능에 미치는 영향을 알아보는 시뮬레이션 연구를 수행하였다[9].

3. 문제의 표현

Balas가 제시한 Disjunctive 그래프에 근거를 두었으나 이것을 문제의 형태에 맞도록 변형하여 표현하였다. 각 호의 길이는 [그림 2]와 같이 주어진다.

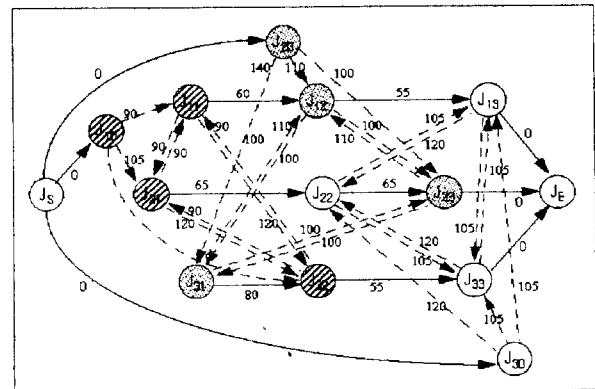


[그림 2] 호의 길이

J_{m0} 는 기계 m 을 나타내는 부수적인 노드이며 J_{at} 는 작업 a 의 t 번째 공정을 나타내는 노드이고, J_s 와 J_E 는 시작과 끝을 나타내는 노드이고, PT_{at} 는 작업 a 의 t 번째 공정의 가공시간을, R_a 는 작업 a 의 투입시기를, ST_{at} 는 작업 a 의 t 번째 공정의 준비시간을, $M(a,t)$ 는 작업 a 의 t 번째 공정이 수행되는 기계를, $D[M_1, M_2]$ 는 기계 M_1 에서 M_2 로의 이동시간을 그리고 $\delta(a, b)$ 는 작업 a 와 b 의 작업 유형이 같을 때 0이고 다를 때 1인 Step 함수를 나타낸다. [표 1]에 과 같은 문제를 Disjunctive 그래프로 나타내면 [그림 3]과 같다.

[표 1] 예제의 준비시간 및 이동시간

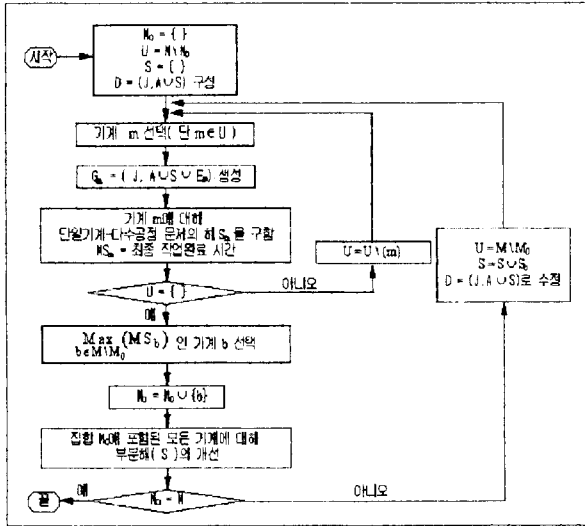
작업	투입	준비시간 및 가공시간									이동시간			
		기계	준비	가공	기계	준비	가공	기계	준비	가공	A	B	C	
1	0	A	30	60	B	60	50	C	55	50	A	0	10	5
2	10	A	45	50	C	60	60	B	40	60	B	10	0	5
3	40	B	40	60	A	50	70	C	55	50	C	5	5	0



[그림 3] 예제의 Disjunctive 그래프

[그림 3]에서 실선으로 표현된 호는 작업상의 선행공정 관계를 나타내며, 점선 호는 기계상의 선행관계를 나타낸다. 각 쌍으로 표현된 점선 호 중에서 환이 생기지 않도록 하나를 선택하면 그 결과로 스케줄이 작성된다. $L(a, b)$ 를 노드 a 에서 b 로의 최장경로의 길이라 할 때, $L(J_s, J_{at})$ 는 공정 J_{at} 가 끝나는 시간을 의미하므로, $L(J_s, J_E)$ 는 최종 작업 완료시간을 나타낸다. 그러므로 스케줄링 문제를 푸는 것은 $L(J_s, J_E)$ 가 최소가 되도록 각 기계에서의 순위선택(공정수행순서)을 정하는 문제와 같게 된다.

4. 제안된 해법



[그림 4] 전체 해법의 흐름도

Disjunctive 그래프로 표현된 문제를 단일기계 문제로 분해하고, 최종 작업 완료시간에 가장 많은 영향을 주는 기계를 병목기계로 선정하여 병목기계에서의 스케줄을 작성하고 이미 작성된 다른 기계들의 스케줄을 개선하는 반복적인 접근법을 통해 해를 구한다. 전체적으로 해법은 단일기계 스케줄과 부분해의 개선으로 구성되며 흐름도로 나타내면 [그림 4]와 같다.

4.1 단일기계 문제의 해법

현재까지 순위선택이 이루어진 기계들의 해로 표현된 부분해를 바탕으로 지금 고려중인 기계 k에 대한 단일기계 문제를 구성하여 해를 구한다. 기계 k에서 수행될 공정 J_{pq} 는 ST_{pq} , PT_{pq} , H_{pq} , T_{pq} 등의 특성값을 가지는데, ST_{pq} 는 준비시간을, PT_{pq} 는 가공시간을 H_{pq} 는 기계 k에서 시작가능한 시간을 나타내는 것으로 $L(J_s, J_{pq})$ 와 같고 T_{pq} 는 공정 J_{pq} 가 끝난 후 이 공정을 포함하는 작업이 완료될 때까지 소요되는 시간으로 $L(J_{pq}, J_e)$ 와 같다. 단일기계 문제는 이와 같은 4가지 특성값을 바탕으로 최종 작업 완료시간이 최소가 되도록 공정수행 순서를 정하는 것이다.

단일기계 문제의 해법은 공정수행 순서 결정, 교착상태 해소(Deadlock Resolution) 그리고 해의 개선의 3단계로 구성된다.

(1) 단계 1 : 공정수행 순서 결정

공정수행 순서는 이미 순서가 결정된 공정중 마지막 공정 J_{mn} 과 이 공정이 끝나는 시간을 기준으로 아직 수행 순서가 결정되지 않은 공정들의 우선 순위에 따른 상대적인 비용을 계산하여 총 비용이 최소가 되는 공정을 잔여공정중 가장 빠른 공정으로 선택하는 과정을 반복함으로써 결정된다. 현재 시작 가능한 시간(마지막 공정이 끝나는 시간)을 t 라고 할 때 공정 J_{pq} 가 공정 J_{uv} 를 선행함에 따른 비용 $C(J_{pq}, J_{uv})$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$C(J_{pq}, J_{uv}) = \text{Max}\{ \text{Max}(t, H_{pq}) + \delta(m, p)ST_{pq} + PT_{pq} + T_{pq}, \\ \text{Max}\{ \text{Max}(t, H_{pq}) + \delta(m, p)ST_{pq} + PT_{pq}, H_{uv} \} \\ + \delta(p, u)ST_{uv} + PT_{uv} + T_{uv} \} - (T_{pq} - T_{uv})$$

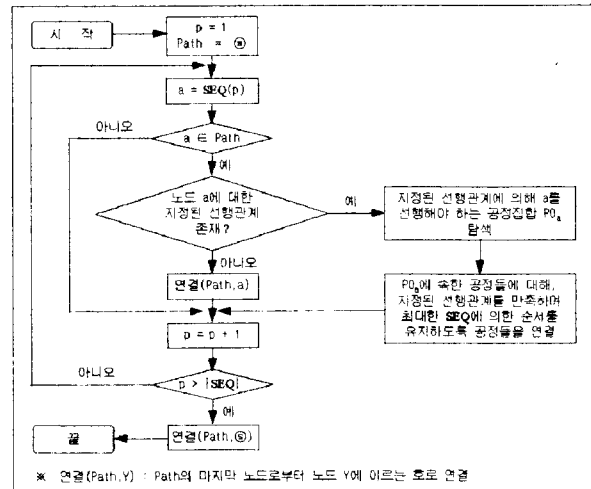
선행관계에 따른 비용은 빨리 시작할 수 있는 공정일수록, 빨리 끝날 수 있는 공정일수록 또한 잔여 소요시간이 큰 공정일수록 작게된다. 현재까지 공정수행 순서가 결정되지 않은 공정들에 대해 위와 같이 선행관계에 따른 상대적인 비용을 계산하여 비용행렬 C를 산출한다. 비용행렬 C의 i행은 공정 i가 다른 공정들을 선행할 때의 비용을 나타내므로 각행의 합이 최소가 되는 행을 나타내는 공정을 잔여 공정중 가장 빠른 공정으로 선정한다. 공정 J_{pq} 가 선정되면 시작 가능시간 t 를 다음과 같이 수정한다.

$$t = \text{Max}(t, H_{pq}) + \delta(m, p)ST_{pq} + PT_{pq}$$

위와 같은 비용계산, 시작시간 수정 과정을 모든 공정의 수행 순서가 정해질 때까지 반복함으로써 기계 k에서의 공정수행 순서를 결정한다.

(2) 단계 2 : 교착상태 해소

Job Shop 스케줄링 문제를 단일기계 문제로 분해하여 해를 구할 경우 교착상태 해소는 반드시 수행되어야 하는 과정이다. 기계 g는 이미 공정수행 순서가 결정된 기계이고 이 기계에서 공정 J_{pa} 가 공정 J_{ub} 를 선행한다고 하자. 만약 현재 공정수행 순서를 결정하려 하는 기계 k에서 공정 $J_{uv}(v > b)$ 가 공정 $J_{pq}(q < a)$ 를 선행한다면 $J_{uv} \rightarrow J_{pq} \rightarrow J_{pa} \rightarrow J_{ub} \rightarrow J_{uv}$ 와 같은 환이 존재하게되어 비가능 스케줄이 된다. 이러한 교착상태는 기계 k에서 공정 J_{uv} 가 공정 J_{pq} 를 선행하도록 한 것에서 발생하는 것이다. 그러므로 교착상태가 발생하지 않기 위해서는 기계 k에서 공정 J_{pq} 가 공정 J_{uv} 를 반드시 선행하여야 하는데 이러한 선행관계를 지정된 선행관계라 한다. 단계 1에서 정해진 공정수행 순서를 따를 때 i번째로 수행되는 공정을 SEQ(i)라 할 때 교착상태 해소 과정을 흐름도로 나타내면

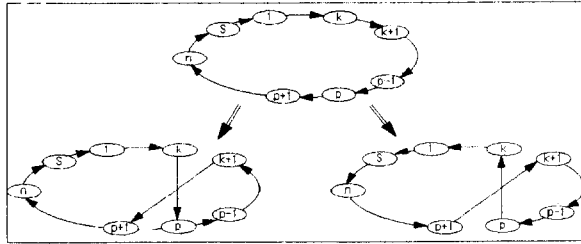


[그림 5] 교착상태 해소

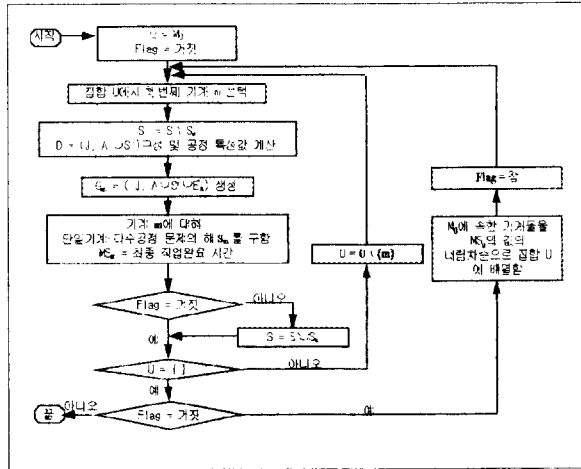
[그림 5]와 같다. [그림 5]에 나타내어진 과정을 따라 결정된 공정수행 순서에서 i번째로 수행되는 공정을 $J(i)$ 라 하면, 단계 2의 결과로 $J(1) \rightarrow J(2) \rightarrow \dots \rightarrow J(|SEQ|) \rightarrow J(1) \rightarrow J(2) \rightarrow \dots$ 와 같은 환이 생기는데 공정 $J(|SEQ|)$ 로부터 $J(1)$ 에 이르는 호는 선행관계의 의미를 가지지 않는다. 이것은 단계 3의 해의 개선 과정을 위한 표기에 불과하다.

(3) 단계 3 : 해의 개선

"2_opt" 기법을 적용하여 해를 개선한다. 단계 2에서 구해진 공정수행 순서 $S \rightarrow J(1) \rightarrow J(2) \rightarrow \dots \rightarrow J(ISEQ) \rightarrow S$ 에서 [그림 6]에 나타내어진 것과 같은 방법으로 임의의 두 호를 선정하여 연결방향을 바꿈으로써 두 개의 후보 해를 선정하고, 후보 해가 교착상태를 포함하지 않을 경우 이 해에 의한 최종 작업 완료시간을 계산하고 비교하여 더 좋은 결과를 보이는 후보 해를 현재 해로 선정하는 과정을 반복함으로써 해를 개선한다.



[그림 6] 해의 개선



[그림 7] 부분해의 개선

4.2 부분해의 개선

부분해의 개선은 병목기계로 선정된 기계의 해가 구해지면 이미 공정수행 순서가 결정된 기계들의 공정수행 순서를 새로이 수정하는 과정을 의미한다. 이미 공정수행 순서가 정해진 기계 집합 M_0 에 포함된 기계들 중 최종 작업 완료시간에 가장 큰 영향을 주는 기계 k 를 찾고 $M_0 \setminus \{k\}$ 에 속한 기계들의 공정수행 순서를 바탕으로 기계 k 에서의 공정수행 순서를 결정하는 과정을 M_0 에 속한 모든 기계에 대해 수행함으로써 M_0 에 속한 기계들의 공정수행 순서를 수정한다. 이 과정을 흐름도로 나타내면 [그림 7]과 같다.

5. 결론 및 추후 연구 과제

본 연구에서는 기존의 연구와는 달리 작업 도착 전 준비시간을 가공시간과 분리함으로써 스케줄을 개선할 수 있는 연구를 제시하였고 더불어 이동시간, 작업 투입시기 그리고 일반적인 형태의 공정경로를 고려함으로써 보다 일반화된 Job Shop 스케줄링 문

제의 해법을 제시하였다. 그러나 단일기계 문제의 해법이 단순화된 발견적 기법에 지나지 않아 보다 좋은 해를 빠른 시간 내에 구할 수 있도록 해법의 개선이 필요하다.

6. 참고문헌

- [1] Adams, J., E. Balas, and D. Zawack, "The shifting bottleneck procedure for job shop scheduling," *Management Science*, Vol. 34, No. 3, pp. 391-401, 1988.
- [2] Chang, C. Y. and M. D. Jeng, "A neural network model for the job shop scheduling problem with the consideration of lot sizes," *Proceedings of IEEE Int. Conference on Robotics and Automation*, Nagoya, Aichi, Japan, Vol. 1, pp. 202-207, 1995.
- [3] Chen, H., C. Chu, and J.-M. Proth, "A more efficient lagrangian relaxation approach to job-shop scheduling problems," *Proceedings of IEEE Int. Conference on Robotics and Automation*, Nagoya, Aichi, Japan, Vol. 1, pp. 496-501, 1995.
- [4] Croce, F. D., R. Tadei, and G. Volta, "A genetic algorithm for the job shop problem," *Computers and Operations Research*, Vol. 22, No. 1, pp. 15-24, 1995.
- [5] Czerwinski, C. S. and P. B. Luh, "Scheduling products with bills of materials using an improved lagrangian relaxation technique," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 10, No. 2, pp. 99-111, 1994.
- [6] Gupta, S. K., "n jobs and m machines job-shop problems with sequence-dependent set-up times," *Int. J. of Production Research*, Vol. 20, No. 5, pp. 643-656, 1982.
- [7] Jinyan, M., S. Y. Chai, and W. Youyi, "FMS job shop scheduling using lagrangian relaxation method," *Proceedings of IEEE Int. Conference on Robotics and Automation*, Nagoya, Aichi, Japan, Vol. 1, pp. 490-495, 1995.
- [8] Kim, Hyunchul, K. Nara, and M. Gen, "A method for maintenance scheduling using GA combined with SA," *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 27, pp. 477-480, 1994.
- [9] Kim, S. C. and P. M. Bobrowski, "Impact of sequence-dependent setup time on job shop scheduling performance," *Int. J. of Production Research*, Vol. 32, No. 7, pp. 1503-1520, 1994.
- [10] Ovacik, I. M. and R. Uzsoy, "Rolling horizon algorithms for a single-machine dynamic scheduling problem with sequence-dependent setup times," *Int. J. of Production Research*, Vol. 32, No. 6, pp. 1243-1263, 1994.
- [11] Rubin, P. A. and G. L. Ragatz, "Scheduling in a sequence dependent setup environment with genetic search," *Computers and Operations Research*, Vol. 22, No. 1, pp. 85-99, 1995.
- [12] Shomys, D. B., C. Stein and J. Wein, "Improved approximation algorithms for shop scheduling problems," *SIAM J. on Computing*, Vol. 23, No. 3, pp. 617-632, 1994.