

전자처리 스페클 패턴 간섭법에 의한 양단이 고정된 직사각형 평판의 진동모드 측정에 관한 연구
 A Study on the Vibration Mode Measurement of Rectangular Plate with Two Parallel Sides Fixed by Electronic Speckle Pattern Interferometry

김경석* 양승필** 박경주*** 정현철*** 김정호*** 이도윤***
 * 조선대학교 기계설계공학과
 ** 동아전문대학 금형설계과
 *** 조선대학교 대학원

Abstract

In the world, there is varied types of vibration, and these affect the mechanical industry. In this paper is considered the vibration mode measurement of rectangular plates with two parallel sides fixed. Electronic speckle pattern interferometry(ESPI) is one of the optical nondestructive testing technique. By using the ESPI, vibration modes for excitation point, a/b(ratio of longitudinal and lateral length), and kind of specimen are measured and compared qualitatively with theoretical analysis that Warburton proposed.

1. 서론

자동차의 엔진이 동작하면서 발생하는 소음진동, 공작기계로 작업을 할 때 발생하는 기계 자체의 진동 및 가공 도중 발생하는 음파의 영향 등 실제 산업현장에서 발생하는 진동은 기계를 설계하는 기술자들에게 있어서 빼놓을 수 없는 파라메타가 된다¹⁾.

이러한 진동이 기계에 미치는 영향을 알아보기 위하여, 본 논문에서는 최근 들어 급속히 발전하고 있는 광학을 이용한 측정법의 한가지인 전자처리 스페클 패턴 간섭법^{2,3)}을 이용하여 양단이 고정된 직사각형 평판의 진동모드^{4,5)}를 측정하는 실험을 행하였다. ESPI는 기존의 홀로그래피 간섭법^{6,7)}에서 발전한 스페클 패턴 간섭법(SPI)^{2,3)}에 전자적인 처리가 부가된 방법으로, 최근 컴퓨터 산업의 급격한 발전과 더불어 더욱 정확한 해석을 할 수 있게 되었으며 점차적으로 적용 범위가 넓어지고 있는 상태이다.

본 연구에서는 SUS304와 SS41을 시험편으로 채택하여 각 시험편에 대한 가진 위치, 가로세로비 a/b에 따른 진동모드를 측정하고, 이것을 Warburton이 제시한 이론식⁸⁾에 근거한 주파수와의 비교를 통하여 그 정확성을 확인하고자 하였다.

해외에서는 실제로 철구조물 철교의 진동모드 측정 및 전자기관의 열변형 측정 등에 레이저를 이용한 응용 계측이 활용되고 있다^{9,10)}. 국내에서는 시험편을 대상으로 한 비파괴검사를 행하거나¹¹⁾, 또는 일단이 고정된 상태의 시험편에 대한 진동모드 측정¹²⁾ 등에 활용되는 것이 대부분이었다. 따라서 앞으로는 실제 작업환경에서의 진동해석에 있어서 ESPI가 큰 역할을 담당할 것이라 생각되며, 기계분야를 제외한 다른 전기, 전자분야에서도 다양한 측정 및 해석에 도움을 줄 것으로 사료된다.

2. 전자처리 스페클 패턴 간섭법의 원리

Fig. 1 (a)와 같이 Laser 광을 확산 반사면에 조사하고 전방에 Screen을 놓으면 Speckle Pattern('Objective' Speckle Pattern)이라 불리우는 밝고 어두운 작은 입자모양의 반점으로 이루어진 반사 Pattern이 관측된다. Photo 1에 균일한 조건에서의 이 Pattern을 나타냈다.

이것은 Random한 위상변화를 동반한 각 산란 중심에서 다양한 방향으로 반사광이 관측면상의 각 점에서 겹치며, 서로 간섭하기 때문에 발생하는 것이다. 이때, Screen AB에 형성되는 'Objective' Speckle의 평균 크기 S_{obj} 는 조사영역의 직경을 D , 관측면과 Screen AB 사이의 거리를 L 이라 하면

$$S_{obj} \approx 1.2\lambda L / D \quad (1)$$

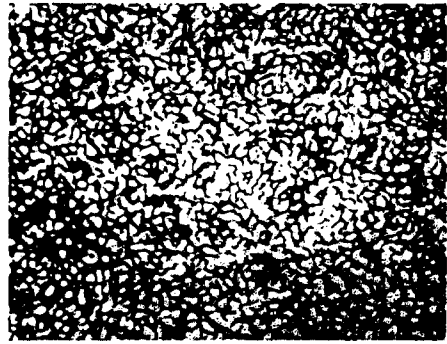


Photo 1 Shape of speckle pattern

로 주어지며, 여기서 λ 는 Laser 광의 파장이다. 이때 조사영역을 작게 하면 Speckle은 커지게 된다. Speckle Pattern의 구조는 물체면상의 광의 복소 진폭분포의 Fourier 변환이라고 생각해도 좋으며 미세한 표면 구조의 변화에 의해 달라지게 된다.

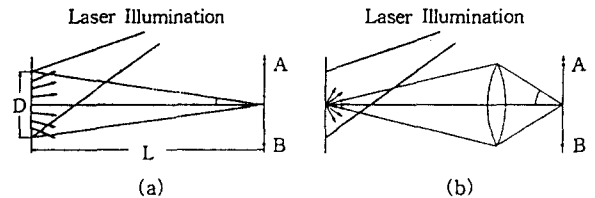


Fig. 1 Formation of (a) objective speckle, (b) subjective speckle

또한 Laser로 조사한 물체면을 Lens로 결상할 때에도 Speckle 현상을 만든다. Fig. 1 (b)와 같이 이 Pattern('Subjective' Speckle Pattern)은 조사면상의 어떤 점에서 다양한 방향으로 반사광이 집광되어 결상면에서 서로 간섭하기 때문에 발생하는 것이며, 이러한 경우의 Speckle의 평균 크기 S_{sub} 는 Lens계의 F/Number(조리개비)를 F , Lens의 확대계수를 M 이라 하면

$$S_{sub} \approx 1.2(1+M)\lambda F \quad (2)$$

로 주어진다. 이때의 Speckle 크기는 확산표면에서의 크기가 다른 Speckle Pattern의 Image에 대한 것이다. 따라서 간단한 Lens 이론을 고려하면 확산표면에서의 Speckle 크기는 다음과 같다.

$$S_{sub} \approx 1.2(1+M)\lambda \frac{F}{M} \quad (3)$$

이와 같이 Speckle 현상은 Laser 광의 가간섭성에 의해 생기며, Holography에서는 Background Noise가 되어 이를 검출시키려는 시도도 행해져 왔다. 그러나 한편으로는 그

성질을 잘 이용한 다양한 계측도 행해지고 있다. 예를 들면 면내변형이나 진동의 측정이 용이하며 기록에는 저해상력의 감광재나 VTR 등도 사용할 수 있으며, 또한 장치의 안정성도 심하게 요구되지 않는 등 Holographic Interferometry와는 또다른 잇점이 있다.

Speckle Pattern Interferometry에서 사용되는 기록 매체의 해상도는 Holography에서 요구되는 만큼 높을 필요는 없다. Speckle Pattern이 분석되기만 하면 되며, 물체와 Holographic Reference Beam의 간섭에 의해 매우 좋은 줄무늬가 형성되어야 하는 것은 아니다. Speckle 크기는 실제로 5-50 μ m의 영역 이내이다. 또한 이 크기는 TV System의 해상도의 한계에 부합되도록 하기 위하여 어느 정도 변화될 수 있다. Speckle Pattern의 기록에 대부분 표준 TV Camera가 이용되며, 이와 같이 Photographic Speckle 상관에 의한 결과와 동일한 상관 Fringe를 생성하는데 Video 처리를 행한다.

이러한 관점에서 볼 때, Electronic Speckle Pattern Interferometry(ESPI)의 주요 특징은 실시간적인 상관 줄무늬가 Photography 처리, Optical Spatial Filtering, 건판의 재위치 등 입의의 형태에 구속됨이 없이 TV Monitor 상에 즉시 나타난다는 것이다. 또한 Speckle Pattern의 한 Frame을 기록하는데 1/30초가 필요하기 때문에 진동의 방지를 위한 노력이 조금은 줄어든다. 사진 재료의 처리를 위한 암실도 필요치 않게 된다. Computer를 이용하여 전체 처리과정을 조절하고, 변위를 계산하며, 그래픽 형태로 결과를 표현한다. 따라서 ESPI는 Holographic Interferometry 보다 손쉬운 방법임을 알 수 있다.

3. 평판의 진동

얇은 평판의 두께를 h , 밀도를 ρ 라고 한다. 평판의 중앙면에는 응력이 존재하지 않으며, 단면은 변형후에도 평면을 유지한다고 한다. 평판의 요소 $dx dy$ 에 작용하는 전단력 Q_x, Q_y 와 굽힘모멘트 M_x, M_y, M_{xy}, M_{yx} 를 Fig. 2에 나타낸 것과 같이 정의한다.

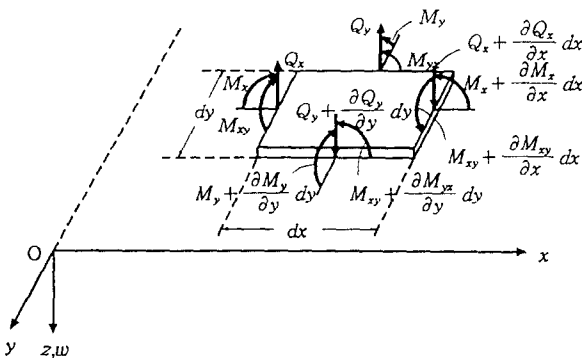


Fig. 2 Shearing forces and bending moments at plate elements

평판의 x, y 점의 z 방향 변위를 w 라고 한다면, 요소의 운동방정식은

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} - \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

이 된다.

다음으로 굽힘모멘트의 평형을 고려하면, Fig 2와 같이

$$\begin{cases} \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} dx dy + \frac{\partial M_y}{\partial y} dy dx - Q_y dx dy = 0 \\ \frac{\partial M_{yx}}{\partial x} dy dx + \frac{\partial M_x}{\partial x} dx dy - Q_x dy dx = 0 \end{cases} \quad (5)$$

를 얻을 수 있으며, 결국 다음과 같이 된다.

$$\begin{cases} \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y = 0 \\ \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial M_x}{\partial x} - Q_x = 0 \end{cases} \quad (6)$$

식 (6)의 Q_x, Q_y 를 식(4)에 대입하면, 운동방정식은

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 M_{yx}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} - \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (7)$$

이 된다.

다음은 판의 굽힘 변형에 대하여 고려한다. 평판의 중앙에 z 축의 원점을 잡는다. 판의 상하면은 $z = \pm h/2$ 로 표시될 수 있다. x, y 방향의 변위를 u, v 라고 하면

$$u = -z \frac{\partial w}{\partial x}, \quad v = -z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (8)$$

이다. Strain은 식 (9)에 나타냈다.

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad (9)$$

응력은 Hooke의 법칙에 의하여, $\sigma_z = 0$ 로 가정하면

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y), \quad \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_y + \nu \epsilon_x) \\ \tau_{xy} = G \gamma_{xy} \end{cases} \quad (10)$$

를 얻을 수 있으며

$$\begin{cases} \sigma_x = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ \sigma_y = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ \tau_{xy} = -2Gz \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = -\frac{Ez}{1+\nu} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad (11)$$

가 구해진다.

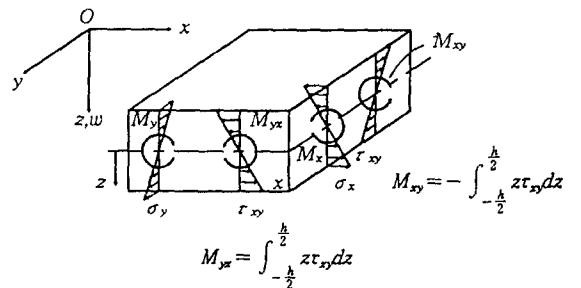


Fig. 3 Relationship between stresses and bending moments

굽힘모멘트는 Fig. 3에서와 같이

$$\begin{cases} M_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z \sigma_x dz, \quad M_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z \sigma_y dz \\ M_{xy} = - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z \tau_{xy} dz, \quad M_{yx} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z \tau_{xy} dz \end{cases} \quad (12)$$

로 나타낼 수 있음을 알 수 있다. 식 (4)를 이용하여 응력을 소거하면

$$\begin{cases} M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), & M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} = D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, & M_{yx} = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\ D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \end{cases} \quad (13)$$

를 얻을 수 있다. 이것을 식 (7)에 대입하면, 운동방정식

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (14)$$

를 얻게 된다.

Laplacian 연산자, 또는 조화연산자로 불리워지는

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (15)$$

을 이용하면, 운동방정식은

$$D \nabla^4 w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (16)$$

가 된다. 이것을 주어진 경계조건과 초기조건의 기본으로하여 해석한다.

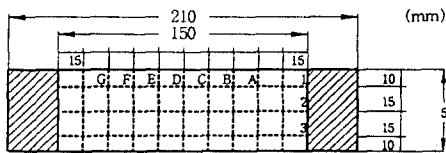
4. 실험장치 및 방법

본 실험에서는 두께가 0.8mm인 SUS304와 1mm인 SS41 평판을 시험편으로 사용하였으며, 각 재질별로 가로×세로 길이비(a/b)를 두가지로 구분하여 실험하였다. 시험편 측정면의 길이는 a/b=3인 경우 150×50×0.8(또는 1), a/b=2인 경우 150×75×0.8(또는 1)로 하였다. Table 1에 실험에 사용된 시험편의 기계적 특성을 나타냈다.

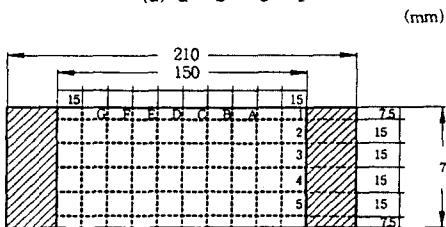
Table 1 Mechanical properties of SUS304 and SS41

	가로탄성계수 (E)	포와송의 비 (ν)	밀도 (ρ)
SUS304	193GPa	0.3	8.0g/cm ³
SS41	206GPa	0.28	7.85g/cm ³

시험편의 측정면에는 시험편의 측정면에는 금속광택을 제거하기 위하여 백색 도료를 도포하였다. Fig. 4 (a)와 (b)에 시험편의 형상과 측정위치를 나타냈다.



(a) a : b = 3 : 1



(b) a : b = 2 : 1

Fig. 4 Details of specimens of SUS304 and SS41

광학 정반 위에 Speaker를 설치하고 Laser가 조사되는 시험편의 뒤쪽에서 Fig. 4에 나타낸 각 점선의 교점 위치에 진동을 가하였다. 이때 Speaker에서 발생하는 음파를 최대한 한 점에 고정시키기 위하여 Speaker용 JIG를 제작하고 전면에 Corn을 부착하였다. 또한, 진동을 가하기 위하여 Function Generator로 Sine파를 생성하여 Amplifier로 증폭시킨 후 이것을 Speaker에 전달하였다. Fig. 5에 본 실험에서 구성한 광학계의 배치를 나타냈다.

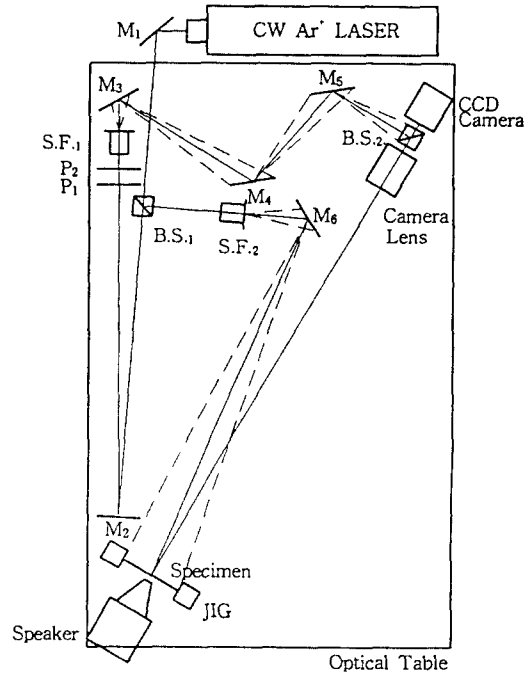


Fig. 5 Arrangement of the ESPI optical system

여기서, B.S.1, B.S.2 : Beam Splitter
M1, M2, M3, M4, M5, M6 : Mirror
P1, P2 : Polarizer
S.F.1, S.F.2 : Spatial Filter

이다.

정반의 아래에 위치한 CW Ar⁺ Laser에서 편광된 Laser Beam이 Mirror M₁에 의하여 정반 위로 올려지게 된다. M₁을 지난 Beam은 Beam Splitter B.S.₁에 의하여 두 개의 Beam으로 나뉘게 되는데, 이때 물체쪽으로 향하는 Beam을 Object Beam, 곧바로 CCD Camera 쪽을 향하는 Beam을 Reference Beam이라 한다.

B.S.₁에 의해 나뉘어진 Beam 중 Reference Beam은 M₂를 거쳐 Spatial Filter S.F.₁에 도달한다. 일반적으로는 편광된 Laser Beam을 사용하기 때문에 편광자(Polarizer)를 이용하지 않지만, 깨끗한 간섭 Fringe를 얻기 위하여 두 개의 Polarizer P₁, P₂를 이용하여 다시 한 번 편광을 시켰다. 이때 P₁, P₂는 단지 편광만을 하기 위하여 사용하지는 않았으며, P₁에 의하여 일정한 각도만큼 편광된 Beam을 다시 정상적인 상태로 되돌려주는 과정에서 ND Filter와 같은 광량의 증감을 조절할 수 있도록 하였다. S.F.₁에 도달한 Beam은 Pin Hole에 의하여 Noise가 제거된 상태로 확산된다. 확산된 Beam은 M₃, M₄, M₅를 거쳐 B.S.₂(여기서는 Beam Combiner로 이용되었음)에 의해 CCD Camera의 수광소자로 들어간다.

B.S.₁에 의하여 나뉘어진 Beam 중 Object Beam은 S.F.₂에 의하여 확산된 후 M₆에 의하여 시험편에 조사된다. 시험편에 의해 반사된 Object Beam은 Camera Lens를 거쳐 B.S.₂를 통하여 CCD Camera의 수광소자로 들어간다.

이때 B.S.₂에 의하여 Reference Beam과 Object Beam이

합해져서 CCD Camera의 수광소자로 들어가게 되는데, 시험편에서 변형이 발생하게 되면 Object Beam의 위상이 달라지게 되며, 이 변형된 Object Beam과 Reference Beam이 서로 간섭을 일으키며 관측자가 Display Monitor 상에서 보게 되는 Fringe Pattern을 형성하게 된다.

Laser Beam에 의하여 간섭이 잘 일어나도록 하기 위해 Reference Beam과 Object Beam의 광로길이를 서로 같도록 하였으며, 10cm 이내의 오차는 무시하였다.

본 실험에서 사용한 Laser는 LEXEL사의 Model 95 Ar Ion Laser이며, 이것의 최대 출력은 8W이다. 실제로는 대략 80mW에서 실험을 하였다. 또한 전압의 불안정을 막기 위하여 태일정밀의 3상 15KVA AVR(Automatic Voltage Regulator)을 설치하였다.

본 실험에서는 광학 정반 위에 설치된 CCD Camera(일본 SONY사 제품)에 의하여 전송되어 들어온 신호를 처리하기 위하여 Resolution이 512×480 Pixel인 일본 NEXUS사의 QUBE 화상처리장치를 이용하였으며, 처리과정을 보기 위하여 일본 SONY사의 Trinitron Monitor를 연결하였다. 화상처리를 수행하기 위한 Computer는 일본 NEC사의 PC-9801 계열 Computer를 이용하였다. Computer와 화상처리장치 NexusQube와의 Interface는 GP-IB(IEEE-488) Board를 이용하였다.

실험을 하기 위하여 자체 제작한 JIG를 이용하여 시험편의 양단을 8개의 Bolt로 고정시킨 후, 시험편에 Lettering을 이용하여 그려 넣은 선의 각 교점에 Speaker를 위치시켰다. Function Generator에 의해 생성된 Sine 파를 이용하여 Speaker를 통하여 평판에 진동을 가하였다.

진동을 가하기 이전의 상태를 NexusQube의 메모리에 저장시키고, 진동을 가한 후 변화하는 상태를 NexusQube로 받아들여 이전에 메모리에 저장된 화상신호와 감산처리를 하면서 1/30초 간격으로 계속해서 Display Monitor에 출력되도록 하였다. 변형전 화상과 변형후 화상의 감산처리에 의해 진동에 의한 줄무늬가 Monitor에 출력이 되었고, Function Generator로 주파수를 조절하여 각각의 진동 모드를 추적하였다.

HI 및 ESPI 등 모든 간섭법은 외부진동을 최소화시킨 상태에서 실험해야 어느 정도 깨끗한 Fringe를 얻을 수가 있는데, 본 실험에서는 주간에는 주위 환경상 상당량의 진동이 발생하는 관계로 주로 야간을 택하여 실험하였으며, 기차, 또는 대형차의 주행에 의한 진동은 무시하였다.

5. 양단고정형 직사각형 평판의 진동해석

앞에서 언급한 바와 같이 양변의 길이가 a 와 b 인 직사각형 평판에 대한 진동형태는 Fig. 6에서 보는 바와 같이 OA, AB, BC, CO의 각 단에 있어서 경계조건을 만족해야 하며, 또한 평판의 운동방정식도 만족해야 한다.

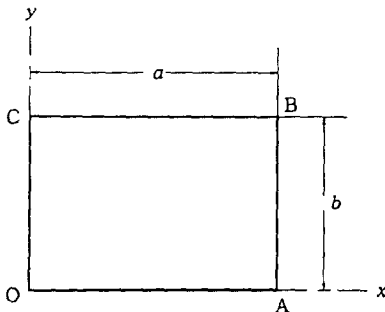


Fig. 6 Details of Rectangular Plate

식 (14)를 다시 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{12\rho(1-\nu^2)}{Eh^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (17)$$

여기서 w 는 시간 t 에 대한 임의의 점 (x,y) 에서의 변위이며, 다음과 같이 주어진다.

$$w = W \sin \omega t = A \theta(x) \phi(y) \sin \omega t \quad (18)$$

주파수의 정확한 값을 얻기 위해서는 에너지에 대하여 고려하여야 한다. 따라서 직사각형 평판에 있어서 굽힘에 의한 위치에너지 U 는 식 (19)에서 구할 수 있다.

$$U = \int_0^a \int_0^b \frac{1}{2} \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \quad (19)$$

또 운동에너지 T 는 식 (20)에서 구할 수 있다.

$$T = \int_0^a \int_0^b \frac{\rho h}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx dy \quad (20)$$

위치에너지와 운동에너지의 최대값은 식 (21), (22)로 구할 수 있다.

$$U_{\max} = \frac{1}{2} \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \int_0^a \int_0^b \left[\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \quad (21)$$

$$T_{\max} = \frac{\rho h \omega^2}{2} \int_0^a \int_0^b W^2 dx dy \quad (22)$$

여기서, ω^2 은 식 (23)과 같다.

$$\omega^2 = \frac{U_{\max}}{\frac{\rho h}{2} \int_0^a \int_0^b W^2 dx dy} \quad (23)$$

Rayleigh 이론에 근거하여, 적절한 파형 W 를 가정한다면, 거의 경계조건을 만족하기 때문에, 조금은 높지만 실제 값에 가장 근접한 주파수 값을 얻을 수 있다. 임의의 진동 모드에 대한 Nodal Pattern은 x 축과 y 축에서의 Nodal Line의 수, m 과 n 에 의해 각각 정의될 수 있다. 식 (18)의 $\theta(x)$ 와 $\phi(y)$ 로 특정 Beam 함수들을 대신할 수 있다. 이러한 함수들은 단이 고정되었거나 지지되어 있는 평판에 대한 경계조건은 만족하지만, 자유단에 대해서는 대략적으로만 만족할 뿐이다. 양단이 고정된 상태의 $\theta(x)$ 에 대한 적절한 표현식은 식 (24), (25)와 같으며 $\phi(y)$ 에 대한 대응식은 x, a, γ, k 대신 y, b, ϵ, c 를 씀으로써 얻을 수 있다. $x=0$ 과 $x=a$ 지점이 고정되었다.

$$\theta(x) = \cos \gamma \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{2} \right) + k \cosh \gamma \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{2} \right) \text{ for } m=2,4,6, \dots \quad (24)$$

여기서, $k = \frac{\sin \frac{1}{2} \gamma}{\sinh \frac{1}{2} \gamma}$ 이며, $\tan \frac{1}{2} \gamma + \tanh \frac{1}{2} \gamma = 0$ 이다.

$$\theta(x) = \sin \gamma \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{2} \right) + k' \sinh \gamma \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{2} \right) \text{ for } m=3,5,7, \dots \quad (25)$$

여기서, $k' = -\frac{\sin \frac{1}{2} \gamma'}{\sinh \frac{1}{2} \gamma'}$ 이며, $\tan \frac{1}{2} \gamma' + \tanh \frac{1}{2} \gamma' = 0$ 이다.

다.

이때 주파수에 비례하는 무차원 주파수 인자 λ 를 구할 수 있으며, λ^2 은 식 (26)과 같다.

$$\lambda^2 = \frac{\rho a^4 (2\pi f)^2 12(1-\nu^2)}{\pi^4 E h^2} \quad (26)$$

식 (27)로부터 양단이 고정된 경계조건을 포함한 모든 가능한 경계조건에 대하여 주파수를 결정할 수 있게 된다.

$$\lambda^2 = G_x^4 + G_y^4 + \frac{2a^2}{b^2} [\nu H_x H_y + (1-\nu) J_x J_y] \quad (27)$$

여기서 각 계수 G_x, G_y, H_x, H_y, J_x 와 J_y 는 Nodal Pattern 및 경계조건에 의존한다. 주파수 인자 λ 는 어떠한 가로세로비 ($a:b$)에 대해서도 구할 수 있으며, 이때의 주파수는 식 (28)과 같다.

$$f = \frac{\lambda h \pi}{a^2} \left[\frac{E}{48\rho(1-\nu^2)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (28)$$

양단고정형 직사각형 평판의 경우에 있어서 Warburton에 의하여 정의된 주파수 관계식에 필요한 각 계수들을 Table 2에 나타냈다.

Table 2 Coefficients in frequency equation

	Number of m	
	2	3,4,5,...
Gx	1.506	$m - \frac{1}{2}$
Hx	1.248	$(m - \frac{1}{2})^2 \left 1 - \frac{2}{(m - \frac{1}{2})\pi} \right $
Jx	1.248	$(m - \frac{1}{2})^2 \left 1 - \frac{2}{(m - \frac{1}{2})\pi} \right $

	Number of n			
	0	1	2	3,4,5,...
Gy	0	0	1.506	$n - \frac{1}{2}$
Hy	0	0	1.248	$(n - \frac{1}{2})^2 \left 1 - \frac{2}{(n - \frac{1}{2})\pi} \right $
Jy	0	$12/\pi^2$	5.017	$(n - \frac{1}{2})^2 \left 1 - \frac{6}{(n - \frac{1}{2})\pi} \right $

Table 2에 의해 계산된 각 계수들의 값을 Table 3에 나타냈다.

Table 3 Values of coefficients in frequency equation (27)

m	Gx	Hx	Jx
2	1.506	1.248	1.248
3	2.5	4.659	4.659
4	3.5	10.022	10.022
5	4.5	17.385	17.385
6	5.5	26.749	26.749
7	6.5	38.112	38.112
8	7.5	51.475	51.475
9	8.5	66.839	66.839
10	9.5	84.202	84.202
11	10.5	103.566	103.566

n	Gy	Hy	Jy
0	0	0	0
1	0	0	1.216
2	1.506	1.248	5.017
3	2.5	4.659	11.025
4	3.5	10.022	18.935
5	4.5	17.385	28.844

6. 실험결과 및 고찰

Warburton의 이론식에 근거한 정상상태의 평판에 대한 주파수와 비교하기 위하여, 각 시험편의 가진 위치에 따른 각각의 주파수에 대해 다음과 같이 오차를 구하였다.

$$Error(\%) = \left| \frac{(Fe - Ft)}{Ft} \times 100 \right| \quad (29)$$

여기서, Fe 는 실험에 의해 구해진 주파수이며, Ft 는 이론식에 의해 구해진 주파수이다. 오차는 절대값을 취하여 양의 값으로 표시하였다. 또한 각 가진 위치별 오차의 평균을 구하여 서로 비교를 행하였다.

SUS304 시험편의 경우, 각각의 오차는 $a/b=3$ 일 때 최대 28.19%까지, $a/b=2$ 일 때 최대 38.83%까지 발생하였으나, 낮은 주파수에서 오차가 크게 발생함을 알 수 있었고 높은 주파수로 올라가면서 오차는 크게 감소하였다. $a/b=3$ 인 평판에서는 Fig. 3.1 (a)의 2번과 교차되는 (A,2), (B,2), (C,2) 그리고 (D,2)에서 큰 오차가 발생을 하였으며, 서로 대칭인 가진 위치에서는 거의 비슷한 주파수에서 진동 모드를 관측할 수 있었다. $a/b=2$ 인 평판에서는 $a/b=3$ 인 평판에서의 결과와는 조금 다른 결과가 나왔다. Fig. 4 (b)의 3번과 교차되는 (A,3), (B,3), (C,3) 그리고 (D,3)에서의 오차가 다른 가진 위치와 비교하여 그리 크지 않았다. 그것은 시험편의 형상이 직사각형에서 정사각형으로 변해가면서 자유단과 평행을 이루는 Fringe Pattern은 점점 평행을 이루지 못하고 원형을 이루거나 대각선 형태의 Fringe Pattern을 형성하기 때문이다.

SS41 평판에서도 거의 같은 현상을 보였다. 단, SUS304 평판 시험편보다 더 연성인 관계로 조금 더 높은 주파수에서 각 진동 모드를 얻을 수 있었다. 식 (28)에서 보는 바와 같이 Young's Modulus와 포아송의 비, 밀도 등의 영향으로 주파수의 값이 달라지며 특히 Young's Modulus의 값이 SUS304보다 더 큰 SS41 평판에서는 당연히 주파수가 더 높게 된다.

Warburton의 이론식에 의해 구한 주파수와 본 실험을 통하여 구해진 주파수와의 비교 결과를 각각 Table 3과 Table 4에 나타냈다.

Table 3 Result in experiment compared with theoretical analysis. SUS304

SUS304	a/b=3	A1					Error					Ave-Error	
		0	1	2	3	4	0	1	2	3	4		
2	Pt	188	409	1873	4822	9291	9.57%	9.54%	4.11%	0.46%	1.30%	4.71%	
	Fe	170	370	1950	4800	9170							
3	Pt	519	872	2321	5229	-	11.37%	8.63%	0.82%	2.47%	-		
	Fe	490	795	2340	5100	-							
4	Pt	1017	1446	-	-	-	10.03%	2.63%	-	-	-		
	Fe	915	1480	-	-	-							
5	Pt	1681	2159	-	6655	-	0.65%	0.88%	-	4.28%	-		
	Fe	1670	2140	-	6370	-							
6	Pt	-	3022	-	-	-	-	4.04%	-	-	-		
	Fe	-	2900	-	-	-							
SUS304	a/b=2	A1					Error						Ave-Error
		0	1	2	3	4	5	0	1	2	3		
2	Pt	188	307	933	-	4207	6855	8.51%	8.79%	7.93%	-	2.07%	3.72%
	Fe	172	280	859	-	4120	6600						
3	Pt	519	698	1354	-	-	-	13.29%	10.48%	3.40%	-	-	-
	Fe	450	625	1400	-	-	-						
4	Pt	1017	1227	1936	-	-	-	11.01%	2.68%	1.34%	-	-	-
	Fe	905	1260	1910	-	-	-						
5	Pt	1681	1908	-	-	-	-	1.84%	0.42%	-	-	-	-
	Fe	1650	1900	-	-	-	-						
6	Pt	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Fe	-	-	-	-	-	-						



Fig. 7 Fringe pattern in experiment using ESPI, SUS304 (a) 2140Hz and (b) 4800Hz ($a/b=3$, (A,1))

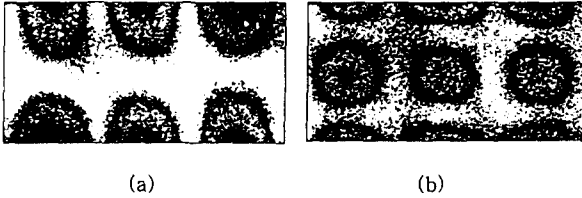


Fig. 8 Fringe pattern in experiment using ESPI, SUS304 (a) 1260Hz and (b) 1910Hz (a/b=2, (A,1))

Table 4 Result in experiment compared with theoretical analysis. SS41

SS41	a/b=3	A,1				Error				Ave-Error	
		0	1	2	3	0	1	2	3		
2	Ft	244	536	2431	6249	13.93%	8.58%	2.84%	3.18%	4.69%	
	Fe	210	490	2500	6050						
3	Ft	672	—	3019	6783	8.48%	—	0.63%	4.17%		
	Fe	615	—	3000	6500						
4	Ft	1317	1887	—	7590	0.23%	0.69%	—	4.15%		
	Fe	1320	1900	—	7275						
5	Ft	2178	2813	—	—	3.58%	3.31%	—	—		
	Fe	2100	2720	—	—						
6	Ft	3253	—	—	—	7.16%	—	—	—		
	Fe	3020	—	—	—						
SS41	a/b=2	A,1				Error					Ave-Error
		0	1	2	3	4	0	1	2		
2	Ft	244	401	1212	—	—	16.80%	10.97%	7.26%	—	—
	Fe	203	357	1300	—	—					
3	Ft	672	911	1784	—	—	26.34%	11.09%	0.73%	—	—
	Fe	495	810	1750	—	—					
4	Ft	1317	1596	2522	—	—	7.37%	2.88%	4.84%	—	—
	Fe	1220	1550	2400	—	—					
5	Ft	2178	2480	—	—	—	9.55%	4.84%	—	—	—
	Fe	1970	2360	—	—	—					
6	Ft	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Fe	—	—	—	—	—					

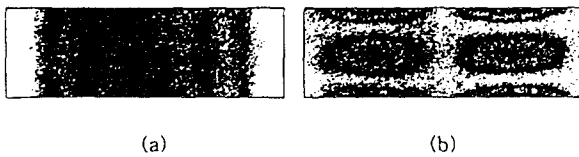


Fig. 9 Fringe pattern in experiment using ESPI, SS41 (a) 210Hz and (b) 3000Hz (a/b=3, (A,1))

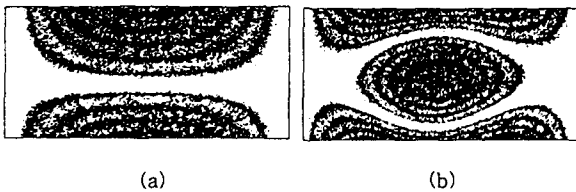


Fig. 10 Fringe pattern in experiment using ESPI, SS41 (a) 357Hz and (b) 1300Hz (a/b=2, (A,1))

본 실험은 주로 심야를 이용하여 최대한 외부 진동을 억제한 상태에서 행하였으며, 잡광의 제거를 위하여 Laser를 제외한 거의 모든 불빛을 차단한 상태에서 진행되었다. 실제 실험에서 Warburton의 이론식에 의해 이론적으로는 구해지는 진동 모드가 나타나지 않은 경우가 많았다. 이는 실내로 스며드는 바람, Laser를 식혀주기 위하여 설치된 모터 펌프의 소음진동, Laser의 노후화에 의한 Beam의 떨림현상의 발생 및 광학계 배치상의 문제 등으로 인하여 실험을 행함에 있어서 동일한 조건을 만들어주지 못한 때문이라 할 수 있겠다.

또한 가진 주파수의 생성에 이용된 Function Generator가 Analog 방식의 Dial에 의한 주파수 조절을 행함으로써 발생하는 조작상의 차이, 저주파에서 동일 진동모드가 넓은 대역에 걸쳐 형성되는 관계로 진동 모드의 Fringe Pattern을 언제 저장하는가에 따르는 주파수 값의 차이 등에 의하여 발생하는 실험상의 오차를 제거한다면 각 시험편의 고유진동수(본 논문에서는 주파수로 칭하였음)에 근사한 값으로 접근함을 알 수 있었다.

여러 가지 실험상의 오차를 감안한 본 실험의 결과는 약 10% 오차 이내로 이론식에 의한 주파수 값과 일치함을 알 수 있었다. 낮은 주파수에서 발생하는 큰 오차를 제외한다면 평균 오차는 약 5% 이내로 좁힐 수 있다.

7. 결론

전자처리 스펙클 간섭법(ESPI)을 이용하여 양단이 고정된 직사각형 평판의 진동모드를 측정하고, 실험결과와 이론식에 의한 값의 비교를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) a/b=3 평판의 경우에 있어서 a/b=2 평판보다 더 정확한 주파수에서 진동 모드를 측정할 수 있었다. 이것은 직사각형 평판이 정사각형 평판보다 더 정확하게 이론식에 접근하고 있다고 할 수 있으며, 보다 뚜렷한 Fringe Pattern을 보이고 있다고 할 수 있다.
- 2) SUS304 평판에서는 SS41 평판보다 더 낮은 주파수에서 동일한 진동 모드의 Fringe Pattern을 얻을 수 있었다. 일반구조물 압연강재인 SS41이 스테인레스강인 SUS304보다 진동에 대해 더 큰 유연성을 지니고 있음을 알 수 있었다. 또한 a/b=3 평판의 경우에 있어서 a/b=2 평판보다 더 높은 주파수에서 동일한 진동모드의 Fringe Pattern을 얻을 수 있었다.

본 실험에서는 양단이 고정된 직사각형 평판에 있어서의 진동모드를 ESPI를 이용하여 측정함으로써 각 재료에 대한 진동 해석이 가능함 보였으며, 앞으로 산업현장에서 진동 해석에 ESPI가 큰 기여를 할 것이라 사료된다.

참고문헌

1. 佐藤 秀紀·岡部佐規一·岩田 佳雄 : 「機械振動學」 : 工業調査會, 1992, pp. 178~183.
2. Cloud, Gary L : *Optical Methods of Engineering Analysis*, NewYork : Cambridge University Press, 1995, pp. 347~476.
3. Ennos, A. E. : *Speckle Interferometry*, in Laser Speckle and Related Phenomena, Topics in Applied Optics Volume 9, Verlin Heidelberg : Springer-Verlag, 1975, pp. 203~253.
4. 坂田 勝 : 「振動と波動の工學」, エンジニアリング・サイエンス講座 11 : 共立出版株式會社, 1979, pp. 151~159.
5. 鈴木 浩平·西田 公至·丸山 晃市·渡辺 武 : 「機械工學のための振動·音響學」 : サイエンス社, 1989, pp. 119~128.
6. Ed., Rastogi, P. K. : *Holographic Interferometry - Principles and Methods*, Springer Series in Optical Sciences Volume 68, Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 1994.
7. Smith, Howard Michael : *Principles of Holography*, 2nd Edition : John Wiley Sons, Inc., 1975, pp. 220~267.
8. Warburton, G. B. : "The Vibration of Rectangular Plates", Proc. Instn. Mech. Engrs, London, Vol.168, (1954), pp. 371~384.
9. 齋藤 弘義, "ホログラフィとその工業計測への應用(I)", 「非破壊検査」第20巻, 第9號 : 507~513, 1971.
10. 齋藤 弘義, "ホログラフィとその工業計測への應用(II)", 「非破壊検査」第20巻, 第10號 : 557~568, 1971.
11. 강영준·문상준, "위상이동 실시간 홀로그래피 간섭법을 이용한 파이프의 내부결함 측정법", 「한국정밀공학회지」 제13권, 제2호 : 68~75, 1996.
12. 강영준·최장섭, "시간 평균 ESPI를 이용한 진동 물체의 모우드 형태의 계측", 「한국정밀공학회지」 제13권, 제2호 : 84~93, 1996.