

## 2축 천정 크레인의 무진동 제어

### An anti-swing control for 2 axis overhead cranes

이호훈, 조성근, 조재성, 정연우

포항산업과학연구원(RIST) 공정자동화연구팀 (Tel:279-6522; Fax:279-6599; hhlee@risnet.rist.re.kr)

**Abstracts:** This paper proposes an anti-swing control law for a 2 degrees of freedom overhead crane. The dynamic model of a 2 degrees of freedom crane is highly nonlinear and coupled. The model is linearized and decoupled for each degree of freedom of the crane for small motions of the load about the vertical. Then a decoupled anti-swing control law is designed for each degree of freedom of the crane based on the linearized model. The control law consists of a position control loop and an swing angle control loop. The position loop is designed based on the loop shaping method and the swing angle loop is designed via the root locus method. Finally, the proposed anti-swing control law is implemented and evaluated on a 2 degrees of freedom prototype crane.

**Keywords:** 2 degrees of freedom, overhead crane, anti-swing control, root locus, loop shaping

#### 1. 서론

산업체에서 무거운 장비나 부품을 이송할 때 크레인이 효율적으로 사용되고 있다. 그러나, 크레인이 출발할 때와 정지할 때 트롤리의 가속속도로 인하여 줄에 매달린 이송물이 진동을 하게 된다. 이와같은 이송물의 진동은 작업효율을 떨어뜨릴 뿐만 아니라 이송물의 파손 및 안전사고의 원인이 되기도 한다. 따라서, 이와같은 문제점을 해결하기 위하여 많은 연구가 진행되어왔다.

크레인 이송물의 흔들림제어에 관한 연구는 크게 개루프제어 [1]와 폐루프제어[2-5,7,8]로 나눌수 있다. 전자는 흔들림각도를 측정하지 않고, 트롤리 및 이송물 흔들림의 동특성을 기초로하여 이송물에 흔들림을 발생시키지 않는 이송경로를 사용하는 방법이다. 그러나, 이 방법은 초기흔들림이나 충돌로인한 외란을 보상하지 못하는 것이 흠이다. 후자는 이송물의 흔들림각도, 트롤리의 속도, 위치등을 측정하여 제어입력에 사용한다. 따라서, 제어로직을 적절히 설계하면 이송물의 흔들림을 감쇄시킬 뿐만 아니라 이송물의 위치를 정밀하게 제어할 수도 있다. 그러나, 산업체에서는 2축 크레인이 보편적으로 사용되지만, 이송물의 흔들림 제어에 관한 연구는 모두 이송물의 1자유도 흔들림 즉, 1축 크레인의 흔들림 제어에 국한하고 있다.

본 연구에서는 2축 크레인 동역학 모델을 기초로하여 2축 무진동 제어로직을 설계하여 모형 크레인에 적용하고 제어성능을 검증한다. 2장에서 2축 크레인의 모델링에 대하여 논하고, 3장에서 2축 크레인의 제어로직을 설계하며, 4장에서 무진동 제어로직을 2축 모형 크레인에 적용하여 제어성능을 검증한후, 5장에서 결론을 맺는다.

#### 2. 2자유도 트롤리와 이송물의 동특성

##### 2.1 트롤리와 이송물의 운동방정식

그림 1에서  $X, Y, Z$ 는 절대좌표계이고,  $X_T, Y_T, Z_T$ 는 트롤리에 원점이 위치하고 트롤리와 함께 이동은 하지만 회전은 하지 않는 트롤리좌표계이다. 트롤리가 절대좌표계의 원점으로 이동하면 트롤리좌표계와 절대좌표계는 일치한다.

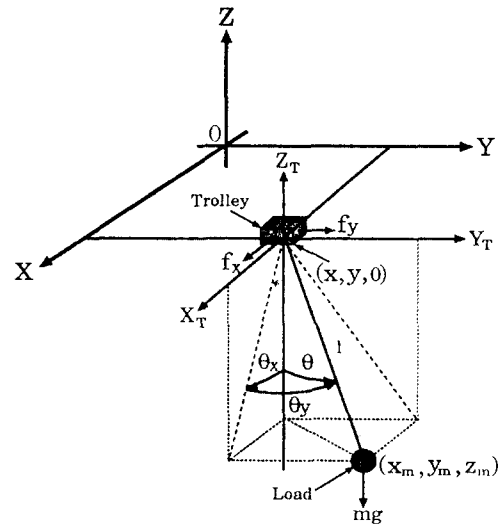


그림 1. 크레인 좌표계 및 이송물 흔들림각의 정의  
Fig. 1. Definition of swing angles in rectangular Cartesian Coordinates

그림 1의 2축 크레인 모델에서 줄의 질량과 부하의 회전관성을 무시하고 줄길이가 일정하다고 가정하면 다음과 같은 운동방정식을 얻을 수 있다[9].

$$\begin{aligned}
 (M_x + m)\ddot{x} + D_x\dot{x} + ml\cos\theta_x\cos\theta_y\ddot{\theta}_x \\
 - ml\sin\theta_x\sin\theta_y\ddot{\theta}_y - ml\sin\theta_x\cos\theta_y\ddot{\theta}_x^2 \\
 - 2ml\cos\theta_x\sin\theta_y\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y - ml\sin\theta_x\cos\theta_y\dot{\theta}_y^2 = f_x
 \end{aligned} \quad (1)$$

$$l \cos \theta_y \ddot{\theta}_x + \cos \theta_x \ddot{x} + g \sin \theta_x - 2l \sin \theta_y \dot{\theta}_x \dot{\theta}_y = 0 \quad (2)$$

$$(M_y + m) \ddot{y} + D_y \dot{y} + m l \cos \theta_y \ddot{\theta}_y - m l \sin \theta_y \dot{\theta}_y^2 = f_y \quad (3)$$

$$l \ddot{\theta}_y + \cos \theta_y \ddot{y} + g \cos \theta_x \sin \theta_y + l \cos \theta_y \sin \theta_y \dot{\theta}_x^2 - \sin \theta_x \sin \theta_y \ddot{x} = 0 \quad (4)$$

여기서, 하침자  $x, y$ 는 해당 물리량의  $x$ 축 성분  $y$ 축 성분을 각각 의미한다.  $M$ 은 트롤리(trolley)의 질량,  $m$ 은 부하(load)의 질량,  $D$ 는 점성마찰계수이고,  $x, y, \theta, l, f$ 는 각각 트롤리의  $x$ 축 위치,  $y$ 축 위치, 흔들림 각도, 줄길이 및 트롤리에 작용하는 외력이다.

흔들림의 진폭이 작을 경우 즉,  $|\theta| \ll 1$ , 일 때에는  $\sin \theta \approx \theta$ ,  $\cos \theta \approx 1$ 로 근사화 할 수 있으며, 또한,  $|\dot{\theta}| \ll 1$ , 즉, 흔들림 각속도가 작다고 가정할 수 있다. 그러므로, 운동방정식에서  $\theta, \dot{\theta}$  가운데 2 혹은 3개의 곱으로 이루어진 항을 무시할 수 있다. 또한  $\theta$ 가 작고  $M \gg m$ 인 경우 트롤리 위치를 부하에 관계없이 제어할 수 있다고 가정하면, 트롤리의 운동방정식에서  $\ddot{\theta}$ 항을 무시할 수 있다. 즉, 운동방정식 (1), (2), (3), (4)는 다음과 같이 근사화된다.

$$(M_x + m) \ddot{x} + D_x \dot{x} = f_x \quad (5)$$

$$l \ddot{\theta}_x + \ddot{x} + g \theta_x = 0 \quad (6)$$

$$(M_y + m) \ddot{y} + D_y \dot{y} = f_y \quad (7)$$

$$l \ddot{\theta}_y + \ddot{y} + g \theta_y = 0 \quad (8)$$

흔들림각이 작은 경우  $x$ 방향의 운동방정식과  $y$ 방향의 운동방정식은 서로 독립되어 있다. 이것은 트롤리 위치와 부하 흔들림을  $x$ 축과  $y$ 축에서 서로 독립적으로 제어할 수 있음을 의미한다. 따라서, 본 논문에서는  $x$ 방향의 운동방정식 (5), (6)을 이용하여 제어를 설계한다.  $y$ 방향의 제어기도 같은 방법으로 설계할 수 있다. 그러므로, 아래에서  $x, y$  하침자를 생략한다.

운동방정식 (5), (6)를 Laplace 변환하여 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms + D} \quad (9)$$

$$\frac{\Theta(s)}{X(s)} \equiv G_f(s) = \frac{-s^2}{ls^2 + g} \quad (10)$$

여기서,  $s$ 는 Laplace 복소수 변수를 표시하고,  $X(s), V(s), F(s), \Theta(s)$ 는 각각  $x, v, f, \theta$ 의 Laplace 변환을 나타내며,  $v = \dot{x}$ 이다.

## 2.2 속도 서보시스템 모델링

본 연구에서 트롤리는 Vector Drive AC 서보모터에 의하여 구동된다. Vector Drive의 전류제어 동특성은 트롤리의 동특성보다 수백배 이상 빠르므로 무시할 수 있다. 즉,

$$F(s) = K_m I(s) = K_f U(s) \quad (11)$$

여기서,  $K_m, K_f$ 는 기어비가 포함된 비례상수이고,  $U(s)$ 와  $I(s)$ 는 각각 Vector Drive의 전류제어 입력 및 모터에 흐르는 전류이다. 따라서, 트롤리 전달함수 (9)는 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{V(s)}{U(s)} \equiv G_m(s) = \frac{K_f}{Ms + D} \quad (12)$$

트롤리 전달함수 (12)에  $U(s) = K_v(s)(V_r(s) - V(s))$ 로 서보제어를 구성하면, 아래의 (13)과 같은 트롤리에 대한 속도 서

보시스템을 구할 수 있다.

$$\frac{V(s)}{V_r(s)} \equiv G_v(s) = \frac{G_m(s)K_v(s)}{1 + G_m(s)K_v(s)} \quad (13)$$

여기서  $V_r(s)$ 는 속도명령을 나타내고,  $K_v(s)$ 는 속도 서보시스템의 제어를 나타내며 PI(비례-적분)제어가 흔히 사용된다.

본 연구에서는 AC서보 모터를 사용하여 2축 모형 크레인을 제작하였으며 실험을 통하여 트롤리 속도 서보시스템  $G_v(s)$ 에 대한 계단(step)응답을 구하였다. 이 실험결과를 바탕으로  $x$ 축에 대한 속도 서보시스템을 아래의 (14)로 모델링 하였다.

$$G_v(s) = \frac{0.0567 \cdot 484}{s^2 + 32.56s + 484} \quad (14)$$

## 3. 제어기 설계

본 논문에서 고려되는 전체 제어시스템의 블록선도는 그림 2와 같다. 이것은 부하 전달함수 (10), 위치 서보제어제, 흔들림각 제어기로 구성된다.

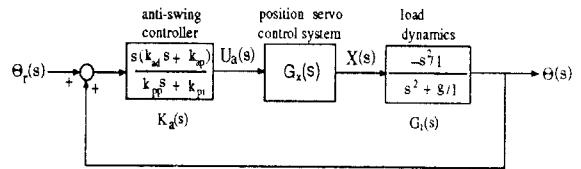


그림 2. 전체 제어시스템 블록도

Fig. 2. Block diagram of the overall control system

제어기 설계 순서는 우선 트롤리 위치 제어기를 설계하고 이를 바탕으로 부하 흔들림각 제어기를 구성한다.

### 3.1 트롤리 위치 서보 제어기 설계

그림 2에서 트롤리 위치 제어제  $G_x(s)$ 만을 다시 그리면 아래의 그림 3과 같다.

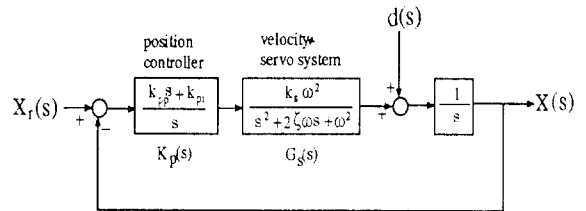


그림 3. 트롤리 위치 서보제어제

Fig. 3. Position servo control system for trolley

본 연구에서 트롤리 위치 제어기  $K_p(s)$ 는 루프형상기법[6]을 사용하여 설계한다. 개루프 전달함수  $G_{\alpha}(s) = K_p(s)G_x(s)/s$ 의 보드선도를 그림 4에서 보여준다.

저주파 영역에서 명령추종성 및 속도외란, 크로스오버 주파수 부근의 위상여유, 고주파 영역에서 센서잡음의 영향을 고려하여  $G_{\alpha}(s)$  이득곡선의 기울기를 설정하였다. 또한,  $G_v(s)$ 의 대역폭 및 모델링 오차를 고려하여 크로스오버 주파수를 결정하였다. 이 개루프 전달함수는 (15)로 나타낼 수 있다.

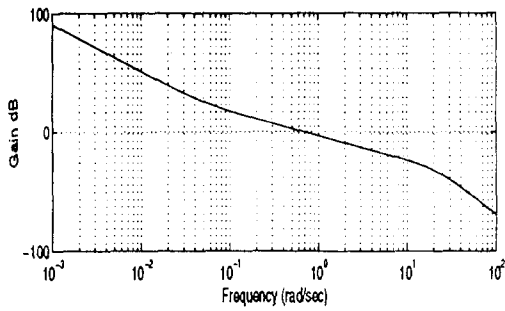


그림 4. 위치 서보제어계 개루프 전달함수의 보드선도  
Fig. 4 Magnitude plot of the open loop transfer function of position servo control system

$$G_{ox}(s) = K_p(s)G_s(s)\frac{1}{s} = \frac{27.4428 \cdot 12(s+0.05)}{s^2(s^2+32.56s+484)} \quad (15)$$

따라서 제어기  $K_p(s)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K_p(s) = \frac{s \cdot G_{ox}(s)}{G_s(s)} = \frac{k_{pp}(s+k_{pi}/k_{pp})}{s} \quad (16)$$

여기서  $k_{pp} = 12$ 와  $k_{pi} = 0.6$ 이다. 그리고 위치 서보계  $G_x(s)$ 는 다음과 같다.

$$G_x(s) = \frac{G_{ox}(s)}{1+G_{ox}(s)} \quad (17)$$

### 3.2 부하 흔들림각 제어기 설계

본 연구에서 부하 흔들림각 제어기  $K_c(s)$ 는 근궤적 선도를 이용하여 설계한다.

개루프 전달함수  $G_{ob}(s) = K_a(s)G_x(s)G_f(s)$ 에서  $G_x(s)G_f(s)$ 의 극점(pole)과 영점(zero)의 수와 위치를 고려하여  $K_c(s)$ 의 0 및  $-k_{ap}/k_{ad}$ 에 영점을,  $-k_{pi}/k_{pp}$ 에 극점을 배치 하였다. 여기서  $k_{ap}/k_{ad} = 20.0$ 으로 설정하였다. 흔들림각 제어기  $K_c(s)$ 에서 위치 제어기 (16)의  $k_{pp}(s+k_{pi}/k_{pp})/s$ 를 상쇄되도록 구성하여, 흔들림각 제어에 의한 속도 서보입력  $V_r$ 은 PD제어가 되도록 하였다. 줄길이  $l = 1.0$ m에 대해서 근궤적( $0 \leq k_{ad} < \infty$ )을 그리면 아래의 그림 5와 같다.

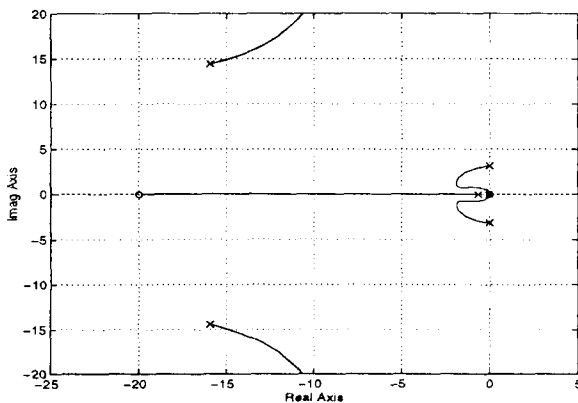


그림 5. 흔들림각 제어계의 근궤적선도  
Fig. 5. Root locus of angle control system

대표극점이 0.7의 감쇄를 갖도록 하는  $k_{ad}$ 는  $l = 1.0$ m일 때

3.1,  $l = 1.5$ m일 때 3.9이다.

그림 3에서 위치 서보계는 안정하게 설계한 제어요소이고, 이를 기초로 흔들림각 제어계를 안정하게 설계하였으므로 전체 제어시스템은 안정하다.

## 4. 실험결과

본 연구에서는  $5 \times 3.5 \times 2.5$ m<sup>3</sup> 2축 모형 크레인을 제작하였으며 그 구성도는 아래의 그림 6과 같다.

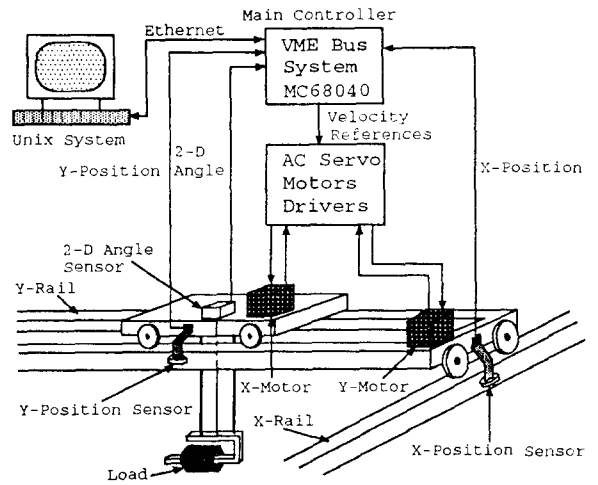


그림 6. 2축 크레인 무진동 제어 실험 구성도  
Fig. 6. Configuration of experiments

주행(x축), 횡행(y축) 및 권상/권하는 AC 서보모터로 제어된다. 모터의 엔코더를 사용하면 트롤리 구동축 바퀴가 미끄러지기 때문에 위치측정 오차가 발생한다. 이 문제를 해결하기 위하여 트롤리의 위치를 정확하게 측정할 수 있는 장치를 증분형 엔코더를 이용하여 제작 설치 하였다. 또한 그림 7의 2자유도 흔들림각 측정장치가 그림 6에서 보여지는 것처럼 트롤리 하부에 부착되어 있다.

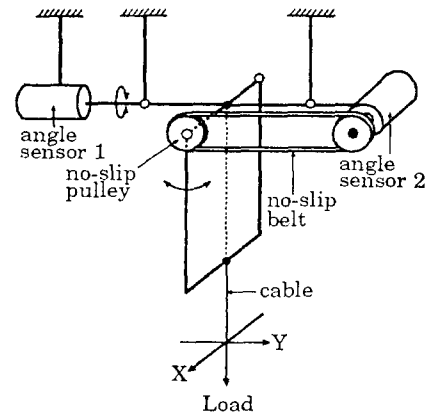


그림 7. 2자유도 흔들림각 측정장치의 개념도  
Fig. 7. Schematic diagram of a 2 degrees of freedom angle sensor

그림 7에서 no-slip 풀리와 벨트, 회전각 센서로 구성된 2자유

도 흔들림각 측정장치의 구성도를 보여준다. 그림에서 ●점은 인접한 구성요소가 고정되었다는 것을 나타내고, ○점은 인접한 구성요소가 배어링을 통하여 회전만 가능하다는 것을 의미한다. 회전각 센서에는 +자형 구성요소예, no-slip 풀리는 L형 구성요소예 고정되어 같이 움직인다.

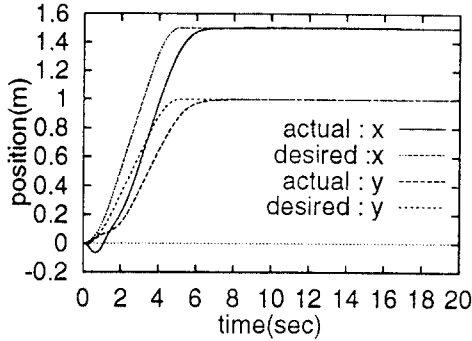
MC68040 CPU, A/D, D/A 및 디지털 입출력 보드를 장착한 VME bus시스템으로 제어기를 구성하였으며, OS-9을 실시간 OS로 사용하였다. 개발 호스트는 Unix 시스템으로서, 이것은 Ethernet을 통하여 VME bus시스템과 연결되어 있다.

x방향의 제어에 대한 제어이득은 위에서 구한 것을 사용하였다. y축에 대한 속도 서보시스템은 계단(step)응답 실험결과를 바탕으로 아래의 (18)로 모델링 하였다.

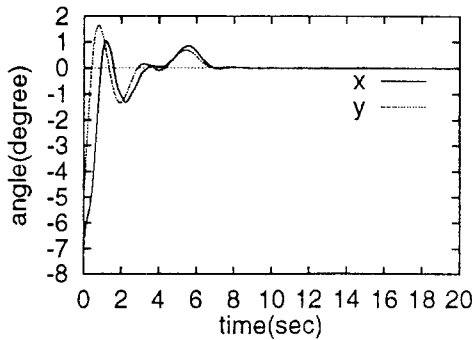
$$G_s(s) = \frac{0.0329 \cdot 69^2}{s^2 + 74.52s + 69^2} \quad (18)$$

y방향의 위치제어 이득은  $k_{pp} = 20$ ,  $k_{pi} = 1.0$ 이고, 흔들림각 제어이득은  $k_{ad}$ 는  $l = 1.0\text{m}$ 일 때 3.1,  $l = 1.5\text{m}$ 일 때 3.9이며,  $k_{ap}/k_{ad} = 40$ 로 설정하였다.

x와 y방향의 제어로직으로 이루어진 2축 무진동 제어로직은 10(msec) 샘플링 주기로 VME bus CPU 보드에서 구현 되었다.



(a) Trolley positions (meters)



(b) Load swing angles (degrees)

그림 8. 실험결과 (트롤리 이동거리:  $x = 1.5\text{m}$ ,  $y = 1\text{m}$ ;

초기흔들림:  $\theta_x = -7^\circ$ ,  $\theta_y = -5^\circ$ )

Fig. 8. Experimental result (trolley displacement:  $x = 1.5\text{m}$ ,

$y = 1\text{m}$ ; initial swing:  $\theta_x = -7^\circ$ ,  $\theta_y = -5^\circ$ )

그림 8은 줄길이가 1m일 때의 실험결과로서 부하에 x방향으로  $-7^\circ$ , y방향으로  $-5^\circ$ 의 초기 흔들림 있는 경우의 실험이다. 트롤리 현재 위치로부터 x축, y축 동시 이동거리는 각각 1.5 m, 1 m로서 사다리꼴 속도경로[2]를 적용한 위치명령을 사용하였다. 부하 초기 흔들림이 트롤리 초기 위치제어에 영향을 주지

만, 정상상태의 위치오차는 0이며, 목표위치에 도달한 후 약 2초 후에는 흔들림이 거의 없어짐을 알 수 있다. 이밖에, 줄길이와 부하질량이 제어성능에 미치는 영향에 대한 실험을 통하여 본 연구에서 설계한 제어로직의 안정성, 정상상태 트롤리 위치오차, 부하 흔들림에 대한 감쇄효과 등에 대한 성능을 입증하였다.

## 5. 결론

본 논문에서는 2축 크레인 트롤리의 위치를 정밀하게 제어하고 부하 흔들림을 효과적으로 감쇄시키는 크레인 제어로직을 트롤리 속도 서보모델에 기초하여 설계하였다.

본 논문에서 개발한 제어로직은 줄길이의 변화, 부하의 초기 흔들림과 질량 변동, 트롤리 바퀴의 미끄러짐에도 불구하고, 트롤리의 목표위치에서 위치오차를 0으로 만들고 부하 흔들림을 효과적으로 감쇄시키는 강인한 제어로직임을 이론과 실험을 통하여 보여 주었다.

따라서, 본 연구에서 제안한 2축 크레인 제어로직 및 설계방법은 1축 및 2축 산업용 크레인의 제어에 유용하게 적용할 수 있을 것으로 기대된다.

## 참고 문헌

- [1] T. Mita, T. Kanai, "Optimal Control of the Crane System Using the Maximum Speed of the Trolley," 計測自動制御學會論文集, pp. 125-130, 1979.
- [2] A. J. Ridout, "New Feedback Control System for Overhead Cranes," Electric Energy Conference, Adelaide, pp. 135-140, 6-9 October, 1987.
- [3] J. W. Auernig and H. Troger, "Time Optimal Control of Overhead Cranes with Hoisting of load," Automatica, vol 23, no. 4, pp 437-447, 1987.
- [4] S. Yamada, H. Fujikawa, O. Takeuchi, and Y. Wakasugi, "Fuzzy Control of the Roof Control," IEEE Industrial Electronic Conference Proceedings, Philadelphia, pp. 709-714, Nov. 1989.
- [5] E. Ohnishi, I. Tsuboi, T. Egusa, and M. Uesugi, "Automatic Control of an Overhead Crane," IFAC 8th Triennial World Congress, Kyoto, Japan, pp. 1885-1890, 1981.
- [6] J. C. Doyle, B. A. Francis, and A. R. Tannenbaum, Feedback Control Theory, Macmillan Publishing Company, 1992.
- [7] 윤지섭, 박병석, 이재철, "무진동 크레인의 제어 알고리즘 설계," 韓國自動制御學術大會論文集, pp. 260-265, 1989년 10월.
- [8] 김상봉, 신민생, 김환성, 정용길, "移動 Crane의 制御에 관한 研究," 한국정밀공학회지, 제8권, 제2호 pp. 47-56, 1991년 6월.
- [9] 이호훈, "2자유도 크레인의 이송물의 위치와 흔들림을 제어하기 위한 수학적 모델링," 제어·자동화·시스템공학 논문집, 1996년 6월 접수.