

계층 구조를 가지는 분산 감시 제어

Decentralized Supervisory Control with Hierarchical Structure

°노 지 명*, 임 종 태**

*한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (Tel: 869-8041; Fax: 869-3410; E-mail: jmnho@stcon2.kaist.ac.kr)

**한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (Tel: 869-3441; Fax: 869-3410; E-mail: jtlim@stcon.kaist.ac.kr)

Abstract The paper studies design of a decentralized supervisory controller with 2-level hierarchical structure for complex discrete event systems. Hierarchical structure with strict output-control-consistency(SOCC) gives a more abstract model for high-level control. The decentralized controller for a simple and abstract high-level system is designed more easily if the decentralized supervisory control problem in 2-level hierarchical structure systems(DSCP2) is solvable.

Keywords DEDES, Supervisory Control, Decentralized Control, Hierarchical Structure

1. 서론

본 논문에서는 계층적 구조(hierarchical structure)로 모델링된 이산 사건 시스템의 분산감시제어(decentralized supervisory control)에 대해서 Ramadge-Wonham이 제안한 제어구조^{[3],[4],[5]}를 바탕으로 살펴보고자 한다.

대규모 시스템에 대해 직접적인 제어기를 설계할 경우 작업이 까다로워질 뿐만 아니라 전체 시스템에 대해서 원하는 동작(desired behavior)을 표현하기도 힘들다. 따라서 시스템을 좀 더 간략히 기술하여 필요한 정보만 취할 수 있다면 훨씬 작업이 간단하고 수월해 질 것이다. 모델링의 계층화는 실제 시스템으로부터 좀 더 단순하고 추상화된 시스템을 얻기 위해서 필요하다. 이때 주의해서 고려할 사항은 계층화된 상위 시스템간에 계층적 제어 일관성(hierarchical control consistency)이 유지되어야 한다.^[6]

또다른 대규모 시스템을 다루는 방법으로 주어진 시스템을 다수의 소규모 시스템으로 분산시켜 각각의 소규모 시스템에 대해 제어기를 설계한 후 통합하는 방법이 있다^{[1],[2]}. 다수의 소규모 시스템으로 표현되는 대규모의 이산 사건 시스템에 대해서 직접적으로 제어기를 설계할 경우 복잡도가 국소적인 시스템의 복잡도에 대한 곱의 형태로 증가하게 된다. 이런 시스템에 대해 제어기를 국소적으로 설계하여 통합할 경우 각각의 소규모 시스템이 가지는 복잡도의 합의 형태로 줄어들게 된다. 이렇게 설계된 제어기를 분산 감시 제어기(decentralized supervisor)라하며, 복잡도가 줄어드는 대신 국소적인 최적화가 전체적인 최적화가 될 것인가에 대한 확실한 보장을 할 수 없으며, 극단적인 경우 국소화로 인해 계산량만 증가하는 경우가 발생하는 단점이 있지만 일반적인 경우 제어기의 설계가 쉽다.

본 연구에서는 제어기를 설계할 때 좀 더 적은 정보를 이용하고자 상·하 두 개의 계층으로 계층화된 이산 사건 시스템에 대해 분산 제어기를 설계할 경우의 고려할 점들에 대해서 살펴보았다. 2절에서는 일반적인 이산 사건 시스템에서의 제어구조와 실제 시스템에서 상위 모델을 구성하여 계층구조를 만드는 기법에 관해서 살펴보고, 3절에서는 일반적인 분산 감시 제어구조와 계층 구조를 가지는 분산 감시제어 구조에 대해서 살펴봄, 4절에서는 이를 간단한 생산시스템에 적용하여 계층적 분산 제어기

를 설계하여 보았다.

2. 2-계층 구조 모델링

2.1 이산 사건 시스템의 제어

제어가 가미되지 않은 이산 사건 시스템은 사건 생성기(generator)인 오토마타

$$G = (\Sigma, Q, \delta, q_0, Q_m)$$

로 나타낸다. 여기서 Σ 는 사건의 집합이고, Q 는 상태의 집합이며, δ 는 상태의 천이함수, q_0 는 시스템의 초기 상태, Q_m 은 표기 상태를 나타낸다. G 로부터 생성되어지는 언어(language)는

$$L(G) := \{s \in \Sigma^* : \delta(s, q_0) \in \Sigma\}$$

로 정의되며 유한한 사건열의 집합 Σ^* 의 부분 집합이 된다. Σ 는 제어 가능성과 관측 가능성 여부에 따라

$$\Sigma = \Sigma_c \cup \Sigma_{uc} = \Sigma_o \cup \Sigma_{uo}$$

로 나누어지며, 본 연구에서는 모든 사건들은 관측 가능하다고 가정한다.

이산 사건 시스템의 제어기(supervisor)는 관측 가능한 사건의 발생기록(event trace)에 따라 제어 가능한 사건을 발생 또는 억제함으로써 주어진 시스템과 제어기로 이루어지는 폐회로가 기설정된 동작 원칙에 따르도록 한다. 제어기는 의례적으로 인식자(recognizer)라 불리는 오토마타 $R := (\Sigma, X, \xi, x_0, X_m)$ 과 되먹임 제어 양식(feedback control pattern) $\psi: \Sigma^* \times X \rightarrow \{0, 1\}$

$$\psi(\sigma, x) = 1 \quad \text{if } \sigma \in \Sigma_{uc}, x \in X$$

$$\psi(\sigma, x) \in \{0, 1\} \quad \text{if } \sigma \in \Sigma_c, x \in X$$

의 쌍 $S = (R, \psi)$ 로 나타내어진다. 이렇게 하여 형성되는 되먹임 폐회로 구조 S/G 는

$$S/G = (\Sigma, X \times Q, (\xi \times \delta)^\psi, (x_0, q_0), X_m \times Q_m)$$

의 오토마타로 나타내어진다.

사건열 $s \in K$ 의 모든 접두사건열이 K 에 속할 경우 K 는 '닫

혀 있다'라고 한다. 닫혀진 언어 K가 G에 관해 제어 가능하다고 할 때

$$K\Sigma_{uc} \cap L(G) \subseteq K$$

라는 성질을 가지므로, 공집합 \emptyset 와 $L(G)$ 도 제어 가능한 언어이다. 따라서 어떤 언어 K에 대한 최대의 제어 가능한 부분 언어가 항상 존재하게 되며, 이를 K^* 로 나타낸다. 이산 사건 시스템에서 제어기를 설계할 경우 최적의 설계는 (S/G)가 원하는 허용 동작(legal behavior)에 대한 언어 E의 최적 언어 E^* 를 구현하도록 하는 것이다.

2.2 계층적 구조를 가지는 시스템의 제어기 설계

발생하는 시스템의 사건이 모두 관측 가능하다고 가정하자. 상위 계층 모델에 대한 사건 집합을 $\Sigma_h = \Sigma_{hc} \cup \Sigma_{hu}$ 로 구분하고, 정보 전달 채널 $\theta: \Sigma^* \rightarrow \Sigma_h^*$ 는

$$\theta(\varepsilon) = \varepsilon_h, \quad s \in \Sigma, \quad \tau \in \Sigma_h$$

$$\theta(s\sigma) = \begin{cases} \theta(s) & \text{if } \sigma \text{ has no information to high level} \\ \theta(s)\tau & \text{otherwise} \end{cases}$$

로 정의되며, ε 은 $s\varepsilon = \varepsilon_s = s$ 의 성질을 가지는 공사전열(empty string)이다. 하위 계층의 사건열을 상위 계층의 사건열로 전환시켜주는 열전환(trace transformation) $\omega: \Sigma^* \rightarrow \Sigma_h^*$ 는

$$\omega(\varepsilon) = \varepsilon_h, \quad \theta(s_1s_2) = \theta(s_1) \in \Sigma_h^*, \quad \sigma \in \Sigma, \quad \tau \in \Sigma_h$$

$$\omega(s_1s_2\sigma) = \begin{cases} \varepsilon_h & \text{if } \theta(s_1s_2\sigma) = \theta(s_1) \\ \tau_c & \text{if } \theta(s_1s_2\sigma) = \theta(s_1)\tau \text{ and } s_2\sigma < \sigma_c \in \Sigma_c \\ \tau_u & \text{otherwise} \end{cases}$$

의 기능을 하며, $s < \sigma$ 는 s가 σ 를 포함하고 있음을 나타낸다. 이와 같이 형성된 계층구조를 출력제어일치(OCC, output-control consistency)의 성질을 가진다고 하며, 여기서 '출력'이란 말의 의미는 상위 계층의 사건이 하위 계층의 사건열에 대응하는 출력의 의미를 내포하고 있음을 나타낸다.

OCC한 계층구조는 때로 제어 가능한 상위 계층의 사건을 억제시킴으로 인해 하위 계층의 사건열을 공유하고 있는 상위 계층의 다른 사건마저 억제시키는 경우가 있다. 이들 두 사건 경로를 동반 경로(partner path)라 한다. OCC한 구조에서 동반 경로가 생기지 않게 부가적인 상위 계층 사건을 추가한 구조를 SOCC (strictly output-control consistent)한 구조라고 한다.

상위 계층 시스템 G^h 에서 생성되는 언어는 $L(G^h) := \theta^*(L(G))$ 라고, 닫힌 언어 E^h 를 상위 계층에서 구현하고자하는 언어(expected language)라고 할 때

$$L(S^h/G^h) \subseteq E^h$$

를 만족하는 제어기 S^h 가 존재한다면 2-계층 감시 제어문제(SCP2, supervisory control problem in 2-level hierarchical structure system)를 '풀 수 있다(solvable)'라고 한다.

3. 계층구조의 분산감시제어

3.1 국소 감시 제어 (Local Supervisory Control)

전체 사건 집합 중 국소 시스템에만 나타나는 국소 사건 집합을 Σ_i 라 놓으면 Σ_i 은

$$\Sigma_i = \Sigma_{ic} \cup \Sigma_{iu}$$

$$= (\Sigma_c \cap \Sigma_i) \cup (\Sigma_{uc} \cap \Sigma_i)$$

로 나뉘어지고, 국소 투영함수 $T: \Sigma^* \rightarrow \Sigma_i^*$ 에 의해 국소 시스템 G_i 의 언어는 $L(G_i) := TL(G)$ 로 표현된다. 어떤 언어 K가 있을 때 국소 투영함수 T에 대해

$$K = L(G) \cap T^{-1}(TK)$$

이면 K는 '정상적이다(normal)'라고 한다.

국소 시스템에 대해 주어지는 제어 가능한 닫혀진 언어 K_i 은

$$K_i \Sigma_{iu} \cap TL(G) \subseteq K_i$$

의 성질을 지니게 된다. 국소 시스템에 주어지는 허용 언어(locally legal language) E_i 을 전체 시스템의 관점에서 보는 언어는 $L(G) \cap T^{-1}E_i$ 로 나타낸다. 따라서 전체 시스템 관점에서의 제어기 S가 존재한다면 S는

$$K \subseteq L(G) \cap T^{-1}E_i$$

의 특성을 가지는 제어 가능한 닫혀진 언어 K를 구현하게 된다. 반면에 국소 제어기 S_i 은 국소적으로 제어 가능한 닫혀진 언어 $K_i \subseteq E_i \subseteq \Sigma_i^*$ 를 구체적으로 구현하게 되며, 다음 조건

$$C1: (L(G) \cap T^{-1}E_i)^* = L(G) \cap T^{-1}E_i^*$$

를 만족할 경우 K의 존재는 K_i 의 존재를 의미한다. 일반적인 경우 조건 C1의 우변이 좌변에 포함되지만 $(L(G) \cap T^{-1}E_i)^*$ 가 정상적이면 조건 C1이 성립하게 된다^{[11],[2]}. 조건 C1은 S_i 에 의해서 억제되는 국소 사건이 S에 의해서도 억제됨을 의미하며 이는 S_i 이 S의 역할을 국소적으로 대신할 수 있음을 의미한다.

3.2 분산 감시 구조 (Decentralized Structure)

대규모 시스템 G에 대해 3.1 절에서의 국소 시스템이 n개 정의되는 경우를 고려하여 보자. 각 국소 시스템에 대하여 국소 사건 집합 Σ_i 가 주어지고 이에 따른 국소 투영함수 $T_i: \Sigma^* \rightarrow \Sigma_i^*$ 가 주어진다. G에 대한 허용 언어 E는

$$E = L(G) \cap \bigcap_{i=1}^n T_i^{-1}E_i \subseteq \Sigma^*$$

로 표현된다.

각각의 국소 시스템에 대한 제어기 S_i 가

$$L(S_i/G_i) \subseteq E_i$$

의 조건을 만족할 때 S_i 는 Σ_i 이외의 사건을 모두 발생 가능하게 하고 Σ_i 의 사건에 대해서만 위 식의 조건에 맞게 감시 제어하는 G에 대한 감시 제어기 \tilde{S}_i 로 확장될 수 있으며, 이렇게 구성된 감시제어기는 다음과 같은 식을 만족시킨다.

$$L\left(\bigwedge_{i=1}^n \tilde{S}_i / G\right) = L(G) \cap \bigcap_{i=1}^n T_i^{-1}L(S_i/G_i)$$

여기서 $S = \bigwedge_{i=1}^n \tilde{S}_i$ 를 취하면 분산 감시 제어기법으로 설계한 제어기와 직접적인 방법으로 제어기가 같은 역할을 하게됨을 알 수 있다.

2개 계층구조를 가지는 시스템에서 $\Sigma = \Sigma_c \cup \Sigma_{uc}$ 이고

$T_i \cdot \theta: \Sigma^* \rightarrow \Sigma_h^*$ 일 때

$$E^h = L(G^h) \cap \bigcap_{i=1}^n T_i^{-1}E_i^h \subseteq \Sigma_h^*$$

와 같은 상위 계층 허용 언어 E^h 가 주어지면,

$$L(G^h) \cap \bigcap_{i=1}^n T_i^{-1} L(S_i^h/G_i^h) \subseteq \overline{E^h}$$

를 만족하는 S_i^h 와 S 를 구하는 문제를 상위 계층의 시스템 G^h 에 분산 감시 제어기를 설계하는 문제(DSCP2 :decentralized supervisory control problem with 2-level hierarchical structure)에 대해서 다음과 같은 정리가 성립한다.

정리 계층화된 시스템 (G, G^h) 와 $i=1, \dots, n$ 에 대해서 다음 두 조건

- 1) $(L(G^h) \cap T_i^{-1} E_i^h)^\wedge$ 가 T_i 와 $L(G^h)$ 에 대해서 정상적이다.
- 2) (G, G^h) 가 SOCC하다.

가 만족한다면, DSCP2를 푸는 제어기 S_i^h 와 하위 계층 제어기 S 가 존재한다.

증명 1)의 조건이 만족한다면

$$(L(G^h) \cap T_i^{-1} E_i^h)^\wedge = L(G^h) \cap T_i^{-1} (E_i^h)^\wedge$$

가 성립하고, 따라서

$$L(S_i^h/G_i^h) = K_i^h = (E_i^h)^\wedge$$

를 만족하는 S_i^h 가 존재하며, 조건 2)가 만족되면

$$L(S_i/G_i) = (\theta^{-1} K_i^h)^\wedge$$

인 S_i 가 존재한다. (G, G^h) 가 SOCC하므로

$$\theta L(S_i/G_i) = K_i^h = L(S_i^h/G_i^h)$$

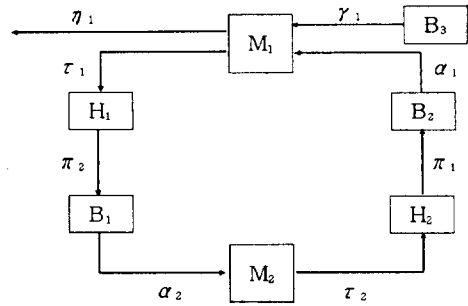
이며, $S^h = \bigwedge_{i=1}^n S_i^h$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} L(S^h/G^h) &= L\left(\bigwedge_{i=1}^n S_i^h/G_i^h\right) \\ &= L(G^h) \cap \bigcap_{i=1}^n T_i^{-1} L(S_i^h/G_i^h) \\ &= L(G^h) \cap \bigcap_{i=1}^n K_i^h \quad \Leftarrow \text{SOCC} \\ &= L(G) \cap \bigcap_{i=1}^n \theta L(S_i/G_i) \\ &= L(G) \cap \theta \left(\bigwedge_{i=1}^n L(S_i/G_i) \right) \\ &= L(G) \cap \theta \left(L\left(\bigwedge_{i=1}^n S_i/G \right) \right) \\ &= L(G) \cap \theta L(S/G) \quad \Leftarrow S = \bigwedge_{i=1}^n S_i \end{aligned}$$

따라서 G 에 대한 S 가 존재한다. ■

4. 예제

[그림.1]과 같은 구조를 가지는 생산 시스템을 고려해보자. M_1 는 물품에 대해 정해진 작업을 하는 기계이고 B_1 는 각각 크기가 1인 버퍼이며 H_1 는 가공된 물품을 일시 저장하는 곳이며, B_3 는



[그림. 1]

크기가 무한대인 물품 저장 버퍼이다. 각 사건은 $\pi_i \in \Sigma_{uc}$, $\tau_i, \eta_i, \alpha_i \in \Sigma_c$ 로 나뉘어진다.

주어진 생산 시스템에 대해 원하는 작업은 각 물품은 개개의 기계에서 작업을 거쳐야 하며, 물품의 흐름에 중단이 생기지 말아야 한다.

M_1, M_2 에 대한 오토마타는 [그림. 2]과 같고, H_1 는 [그림.3], B_1 는 [그림.4]과 같으며, [그림. 5]는 하위 계층 시스템을 나타낸다.

$\Sigma_h = \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5\} = \Sigma_{hc}$ 라 놓으면, 각 상위 계층 사건에 대한 정보 전달 채널은 다음과 같이 정의된다.

- σ_1 : 2, 8, 14, 21, 28, 35 번 상태로 끝나는 사건열 ; 물품이 B_2 로 들어옴.
- σ_2 : 6, 7, 18, 19, 32, 33, 41, 48, 51 번 상태로 끝나는 사건열 ; 물품이 B_2 에서 나감.
- σ_3 : 12, 13, 14, 15, 16, 17, 42, 46, 47 번 상태로 끝나는 사건열 ; 물품이 B_1 으로 들어옴.
- σ_4 : 25, 39, 40, 41, 44, 45 번 상태로 끝나는 사건열 ; 물품이 B_1 에서 나감.
- σ_5 : 44 번 상태로 끝나는 사건열 ; 생산 라인의 흐름 막힘.

B_1 에 대한 허용 언어는 $E_1^h = (\sigma_1 \sigma_2)^*$ 이고, B_2 에 대한 허용 언어는 $E_2^h = (\sigma_3 \sigma_4)^*$ 이고 E^h 를 구하면 [그림. 8]과 같이 된다.

E_i^h 가 제어 가능하므로 각각에 대해 조건 C1이 만족되고 S_i^h 가 존재하며, [그림. 9]와 같이 구해진다.

5. 결론

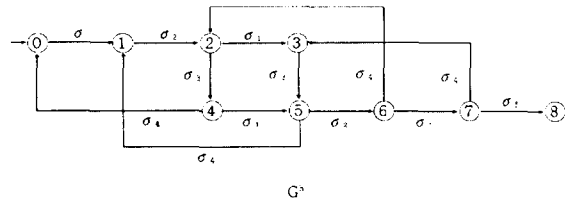
본 연구에서는 2개의 계층으로 추상화된 시스템에 대해 분산 감시 제어기를 설계하는 방법에 대해서 살펴보았다. 분산 감시 제어에서는 국소 제어기 S_i 에 대해 사건의 서로서 형태 분할방법이나 제어기의 비연결성 설계 등의 문제에 대해 연구가 필요하고, 계층적 구조에 있어서는 주어진 사건 자체의 계층화를 통한 구조 연구등이 필요하다.

참고문헌

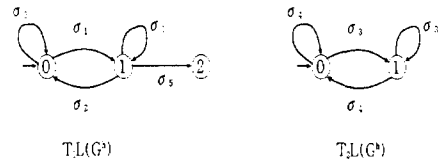
- [1] F. Lin and W. M. Wonham, "Decentralized supervisory control of discrete event systems", *Information Sciences*, Vol. 44, pp. 199-224, 1988
- [2] F. Lin and W. M. Wonham, "Decentralized control and coordination of discrete event systems with partial

observation", *IEEE Tran. on Automatic Control*, Vol. 35, No. 12, pp. 1330-1337, 1990

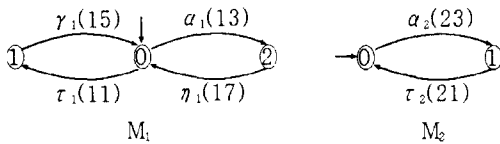
- [3] P. J. Ramadge and W. M. Wonham, "Supervisory control of a class of discrete event processes", *SIAM J. Control and Optimization*, Vol. 25, No. 1, pp. 206-230, Jan. 1987
- [4] P. J. Ramadge and W. M. Wonham, "The control of discrete event systems", *Proc. IEEE.*, Vol. 77, No.1, pp. 81-98, Jan. 1989
- [5] W. M. Wonham and P. J. Ramadge, "On the supremal controllable sublanguage of a given language", *SIAM J. Control and Optimization*, Vol. 25, No. 3, pp. 637-659, May. 1987
- [6] H. Zhong and W. M. Wonham, "On the consistency of hierarchical supervision in discrete event systems", *IEEE Tran. on Automatic Control*, Vol. 35, No. 10, pp. 1125-1134, 1990



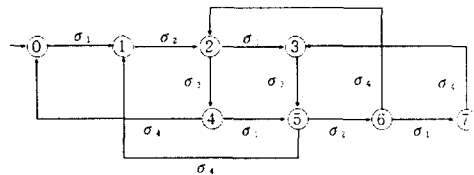
[그림. 6]



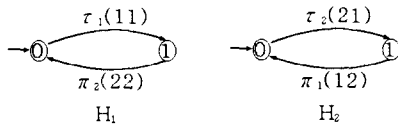
[그림. 7]



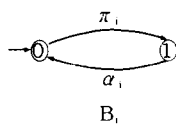
[그림. 2]



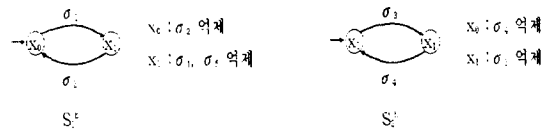
[그림. 8]



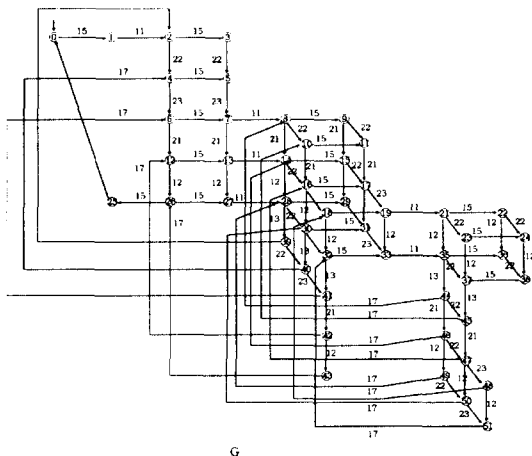
[그림. 3]



[그림. 4]



[그림. 9]



G

[그림. 5]