

종/횡운동 Coupling 상태에 대한 비행역학 연구

Study on Dynamics of the Cross-Coupling Phenomenon
between Longitudinal and Lateral Motion

김성관, 하철근**

*울산대학교 항공우주공학과(Tel: 0522-78-2149, E-mail: t9522502@munsu.ulsan.ac.kr)

**울산대학교 항공우주공학과(Tel: 0522-78-2590, Fax: 0522-77-3522, E-mail: cha@uou.ulsan.ac.kr)

Abstracts: In this paper a typical problem is examined that a light, general aviation airplane, such as Cessna or Navion, in gliding turn flight shows helical-dive phenomenon when pilots try to stop the descent by using elevator only. It is known from pilot's experience that in a certain flight trim it is impossible to recover from helical-dive by using elevator only. From this study it is shown that helical-dive phenomenon is involved with longitudinal/lateral dynamics coupling to airplane's aerodynamics. Also this phenomenon consists of three parts of flight dynamics; first of all, fast longitudinal motion occurs, then is followed by a little slow lateral motion, and finally longitudinal/lateral coupled motion is fully developed.

Keywords: helical-dive, longitudinal/lateral coupling, nonlinear motion

1. 서론

Cessna나 Navion과 같은 경비행기는 gliding turn을 하고 있을 때 pilot가 elevator만으로 하강비행 상태에서 벗어나려 할 때 helical-dive 현상이 발생할 수 있는 것으로 알려져 있다. 어떤 비행상태에서는 gliding turn 상태가 급속도로 진행되어 비행경로각이 급하여 회복이 불가능해 지는 수도 있다. 그러나 때로는 helical-dive로 부터 벗어나기 위하여 elevator를 사용하기 전에 수평비행 상태로 가져가야 한다는 사실은 경험적으로 알려져 있는 사실이다. 이러한 helical-dive 현상은 동력학적 현상과 비행 공기역학적 현상이 비행기의 종/횡운동 운동과 coupling 되어 발생하는 매우 복잡한 현상이다. 이러한 현상이 비행역학적 관점에서 이해하고자 하는 것이 본 연구의 목적이다.

본 논문의 2장에서는 본 연구에 사용된 비행기의 수학적 모델과 gliding turning 상태의 트림을 보이고 있다. 3장에서는 수학적 모델로부터 helical-dive현상을 정성적으로 이해하고 이 현상이 일어나기까지의 과정에 대하여 기술하고 있다. 4장에서 선형모델에 대하여 해석하고 비선형 모델에 대한 해석과 비교했다. 마지막으로 5장에서 결론을 맺고 있다.

2. 수학적 모델

본 연구에 사용된 수학적 모델은 강체 비행기에 대한 일반적인 6자유도 운동방정식(3개의 힘방정식, 3개의 모멘트방정식, 3개의 운동학적 방정식)으로부터 일정한 속도를 갖는 경우에 대한 5자유도의 비선형 운동방정식을 취하였다. 이러한 운동방정식을 얻기 위해 공기밀도와 유속은 일정하고 공력특성은 선형이고 추력의 양력방향성분은 작기 때문에 무시할 수 있다고 가정하였다. 비행기 운동의 이해를 쉽게 하고 필요한 식의 수를 줄이기 위해 힘방정식을 풍축계(wind-axis system)에서의 받음각(angle of attack)의 미분 방정식과 옆미끄러움각(side-slip angle)의 미분 방정식으로 나타내었다. 정리하면 식(1)~(8)로 표현된다.

$$\dot{\alpha} = q + \frac{1}{\cos \beta} \left\{ \left(\frac{g}{V} \sin \theta - r \sin \beta \right) \sin \alpha + \left(\frac{g}{V} \cos \theta \cos \phi - p \sin \beta \right) \cos \alpha - \frac{q_{\infty} S}{mV} C_L \right\} \quad (1)$$

$$\dot{\beta} = p \sin \alpha - r \cos \alpha + \frac{1}{\cos \beta} \left\{ \frac{q_{\infty} S}{mV} C_y + \frac{g}{V} \cos \theta \sin \phi \right\} \quad (2)$$

$$\dot{p} = \frac{I_y - I_z}{I_x} qr + \frac{q_{\infty} S b}{I_x} C_l \quad (3)$$

$$\dot{q} = \frac{I_z - I_x}{I_y} pr + \frac{q_{\infty} S \bar{c}}{I_y} C_m \quad (4)$$

$$\dot{r} = \frac{I_x - I_y}{I_z} pq + \frac{q_{\infty} S b}{I_z} C_n \quad (5)$$

$$\dot{\phi} = p + q \tan \theta \sin \phi + r \tan \theta \cos \phi \quad (6)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \quad (7)$$

$$\dot{\psi} = \frac{1}{\cos \theta} (q \sin \phi + r \cos \phi) \quad (8)$$

비행경로각(flight path angle)은 다음과 같이 주어진다.

$$\sin \gamma = \sin \theta \cos \beta \cos \alpha - \sin \phi \cos \theta \sin \beta - \cos \phi \cos \theta \sin \beta \sin \alpha \quad (9)$$

비행기가 원통주위를 회전하면서 하강한다고 할 때 평형상태를 찾기 위해 다음과 같은 비행상태를 가정하였다. 원통주위를 회전하기 때문에 coordinated-turn 비행을 하며 또한 비행기는 정상상태에 있다고 가정하면 식(10)과 식(11)에 보인 변수들은 0이 된다.

$$C_y = 0 \quad (10)$$

$$\dot{\alpha} = \dot{\beta} = \dot{p} = \dot{q} = \dot{r} = \dot{\theta} = \dot{\phi} = 0 \quad (11)$$

식(10)~(11)의 구속조건을 만족하면서 식(1)~(9)를 만족하는 트림상태를 찾았는데 그런 트림상태는 유일하게 존재하지 않는다. 트림상태 중에서 elevator를 사용하여 helical-dive로부터 회

표 1. 트림상태

States	Criterion : $\dot{\gamma} > 0, \dot{\gamma} > 0$	
	Recovery Case	Nonrecovery Case
α (deg)	16.4945	16.4531
β (deg)	0.1852	-0.4340
ϕ (deg)	40.0000	40.0000
θ (deg)	10.4339	-6.0956
p (deg/sec)	-2.3752	1.5236
q (deg/sec)	8.2910	9.1709
r (deg/sec)	9.8809	10.9294
γ (deg)	-0.1000	-16.0000
δ_e (deg)	-13.8106	-13.9382
$V = 35\text{m/sec}$		

값들을 표 1.에 나타내었다.

회복 가능한 경우와 불가능한 경우의 구분은 elevator입력이 있을 후 유한한 시간 내에서 비행기의 비행경로각(flight path angle)과 이 값의 시간에 대한 변화율이 (+)값이 되면 회복가능하고 그렇지 못한 경우는 불가능한 경우로 간주하였다.

3. Helical-dive 현상의 이해

앞에서 찾은 trim상태에서 elevator 입력이 있을 때의 시간응답으로 helical-dive 현상을 이해할 수 있는데 시간영역에서 세 부분으로 나누어 해석할 수 있다. 그것들은 빠른 응답특성을 보이는 종운동과 이에 비해 천천히 반응을 보이는 횡운동, 그리고 이 두 운동이 연성(coupling)되어 나타나는 운동으로 나누어 살펴 볼 수 있다.

3.1 응답이 빠른 종운동

이 영역에서의 운동은 elevator입력으로부터 짧은 시간 내에 이루어지고 지배상태변수는 종운동에 관계된 상태변수이다. 하강하면서 비행기가 gliding하고 있는 상태이므로 이 상태에서부터 벗

복하는 경우와 그렇지 못한 경우에 대한 평형상태에서의 상태

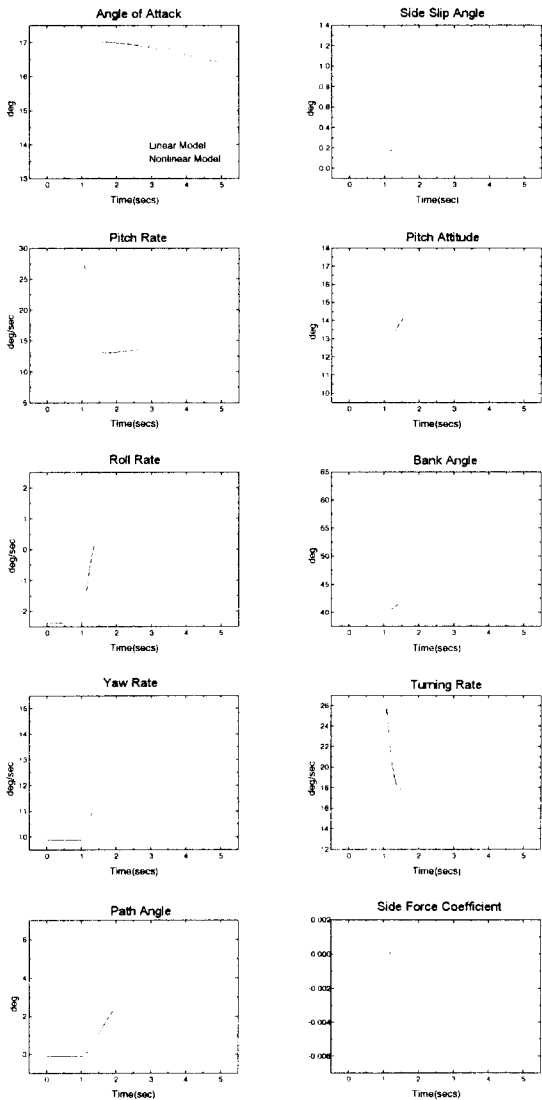


그림 1. 회복 가능한 상태의 시간응답 ($\delta_e = -18.8 \text{ deg}$)

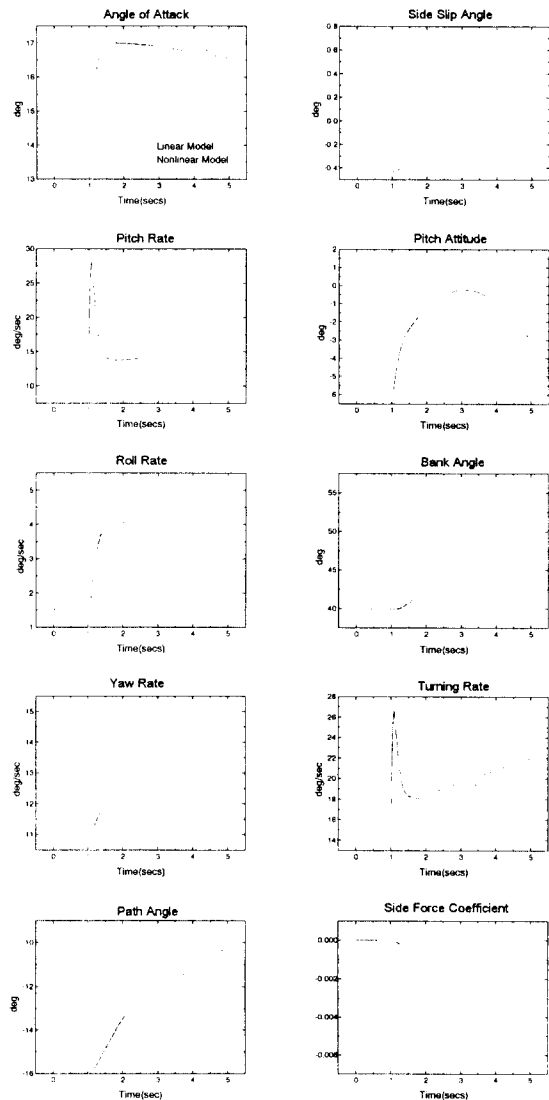


그림 2. 회복 불가능한 상태의 시간응답 ($\delta_e = -18.9 \text{ deg}$)

어나기 위해서 (-) elevator 입력이 있게 되면 (+) pitching moment의 변화로 pitch rate가 변하게 된다. 식(4)로부터 pitch rate의 미소 변화량은 받음각을 증가시키게 되고 pitch rate의 변화로 식(7)로부터 자세각도도 변하게 된다는 사실을 알 수 있다.

이 영역동안의 시간응답은 거의 0.5초 동안에 정상상태에 도달하는 것을 시간응답으로부터 알 수가 있는데 이 영역의 응답이 끝나게 되면 새로운 정상상태에 도달한 것으로 볼 수 있다.

3.2 응답이 느린 횡운동

앞에서 언급한 종운동의 결과로 받음각이 증가하게 되고 받음각의 증가로 양력의 증가를 발생시킨다. 비행기는 gliding turning운동을 하고있기 때문에 양력이 증가하면 roll rate가 변하게 되고, 따라서 Rolling Moment Coefficient가 변하게 되므로 C_l 은 받음각의 함수로 볼 수 있다. Rolling Moment Coefficient의 변화는 식(3)에서 알 수 있듯이 roll rate의 변화를 가져오고 받음각의 부호와 같이 증가한다는 것을 알 수 있다.

roll rate의 변화는 식(2)에서 옆미끄럼각(side-slip angle)을 변화시키게 된다. 옆미끄럼각의 증가는 식(5)로부터 yaw rate를 증가시키게 된다. yaw rate의 증가는 roll rate를 증가시키게 되고 roll rate는 다시 옆미끄럼각을 증가시켜 roll rate와 옆미끄럼각은 이 영역에서는 계속하여 증가하게 되어 helical-dive를 하게 된다.

3.3 종운동과 횡운동이 결합된 운동

이 영역에서의 비행특성은 bank angle, pitch rate, flight path angle로 특징지워지는데 횡운동 영역에서 증가된 roll rate의 영향으로 bank angle과 yaw rate가 증가하게 된다. 값들의 증가는 pitch attitude angle을 감소시킨다. 이 영역에서의 pitch attitude는 bank angle, yaw rate에 지배적인 영향을 받게 되는데 식(7)에서와 time response에서 알 수 있듯이 pitch rate의 변화량은 적는데 yaw rate의 변화량은 크기 때문에 이 영역에서 pitch attitude angle이 감소하게 된다.

비행경로각은 식(8)과 같이 주어지는데 이 영역의 시간응답에서 보듯이 pitch attitude angle과 거의 유사한 형태를 가지므로 pitch angle에 지배적인 영향을 받는다는 사실을 알 수 있다.

4. 선형모델에 대한 해석

다음으로 표 1.에서 구한 두 트림 비행상태에 대한 선형모델을 통하여 helical-dive현상을 정성적으로 살펴보았다.

선형모델에 대하여 helical-dive 현상을 이해하기 위해 고유치와 고유벡터해석을 해보았다. 그림 3.은 helical-dive 현상으로부터 회복 가능한 경우에 대한 선형모델의 고유벡터를 나타내고 그림 4.는 회복 불가능한 선형모델에 대한 고유벡터를 (+)실수축에 대하여 크기와 위상에 대하여 도시한 것이다. 그림에서 상대적으로 적은 값은 갖는 상태값의 고유벡터는 생략하였다.

선형모델의 고유치는 3개의 음의 실수와 두 쌍의 켤레복소쌍을 갖는다. 3개의 음의 실수를 갖는 고유치 중에서 하나의 고유치에 대한 고유벡터를 보면 roll rate에 해당하는 고유벡트가 다른 상태변수에 해당하는 고유벡트보다 큰 값을 갖는다. 나머지 두 개의 음의 실수 고유치에 대한 상태변수들의 고유벡터를 보면 종운동에 관계된 상태변수에 대한 고유벡트가 지배적인 영향을 준다는 것을 알 수 있다. 두 쌍의 켤레복소쌍의 고유치에 해당하는 고유벡트 중에서 한 쌍의 고유치에 해당하는 고유벡터는 천천히 반응하는 횡운동, 그리고 마지막 한 쌍의 고유치에 대한 고유벡터는 두 운동이 결합된 운동을 지배하는 고유치이다. 이러한 고유치 해석은 그림 1.과 그림 2.에서 확인할 수 있다. 정상상태에서 1초 후 elevator 입력이 있게 되면 종운동에 관련된 상태변

수(pitch rate, angel of attack)와 roll rate가 빠르게 반응한다. 이는 3개의 음의 실수 고유치에 대한 영향으로 이와 같이 반응한다는 것을 알 수 있다.

비선형 모델에 대한 해석에서 설명하였듯이 빠른 종운동에 영향을 미치는 상태변수는 pitch rate라는 것을 선형모델에서도 알 수 있다. 또 횡운동에 영향을 미치는 상태변수는 yaw rate와 roll rate라는 사실을 알 수 있고, 두 운동이 결합되어 나타나는 운동에 영향을 미치는 상태변수는 pitch attitude angle과 bank angle이라는 사실을 선형모델에서도 확인할 수 있었다. 그림 1.과 그림 2.의 시간응답에서 알 수 있듯이 비선형 모델의 응답과 선형모델의 응답이 입력이 있는 후 아주 짧은 시간동안에는 거의 일치하는데 시간이 지나면 오차가 증가한다는 것을 알 수 있다. 종운동에 관계된 상태변수들은 0.5 내지 1초 정도까지는 선형모델과 비선형 모델이 거의 일치하는데, 횡운동에 관계된 상태변수들(특히 미끄럼각)을 보면 0.5초 이전에 선형모델과 비선형 모델의 응답이 차이가 난다는 것을 알 수 있다. 횡운동에 관계된 상태변수들의 응답에서 이와같은 차이가 발생하는 것은 트림상태에 대하여 선형모델을 찾는 기존의 방법을 그대로 적용했기 때문인 것으로 분석된다.

5. 결론

본 연구는 후퇴각이 없고 가벼운 일반적인 소형 비행기에 대한 helical-dive로부터 elevator만 사용하여 회복하는 비행특성에 대하여 연구되었다. helical-dive현상이 일어나는 과정은 종운동과 횡운동의 운동 역학적, 공기역학적 연성에 의해 발생됨을 알았다. 다시 말하면 받음각의 변화에 따른 roll moment 발생에 의한 공기역학적 coupling이 발생하여 helical-dive 현상이 유도됨을 알 수 있다. 그리고 elevator 입력에 대하여 유한 시간 내에 비행경로각과 그 값의 시간에 대한 변화율이 (+)이면 회복 가능한 경우였다. 일정한 유속에 대한 5자유도의 수학적 모델로부터 elevator 입력만 있을 경우 helical-dive 현상으로부터 회복 가능한 경우와 불가능한 경우에 대한 트림을 찾았다. 그 트림상태에 대한 elevator 응답 특성을 보았을때 선형모델과 비선형 모델의 응답특성중 sideslip angle, roll rate 그리고 yaw rate의 반응에서 많은 차이를 볼 수 있는데 이것은 'small perturbation' 방법으로 선형화한데 기인하는 것이다. 이 결과로 부터 알 수 있는 것은 helical-dive 현상에 대한 선형화 기법은 앞으로 더욱 연구되어야 할 것으로 보인다.

참고문헌

- [1] B. L. Stevens and F. L. Lewis, *Aircraft Control and Simulation*, John Wiley & Sons, USA, 1992
- [2] R.F. Porter and J.P. Loomis, "Examination of an Aerodynamic Coupling Phenomenon," *Journal of Aircraft*, Vol.2, Nov.-Dec. 1965
- [3] T. Hacker and C. Oprisiu, "A Discussion of the Roll Coupling Problem," in *Progress in Aerospace Science*, Vol.24, July 1957
- [4] 이광현, 경비행기의 스피드와 회복에 관한 연구, 석사학위논문, 인하대학교, 1991

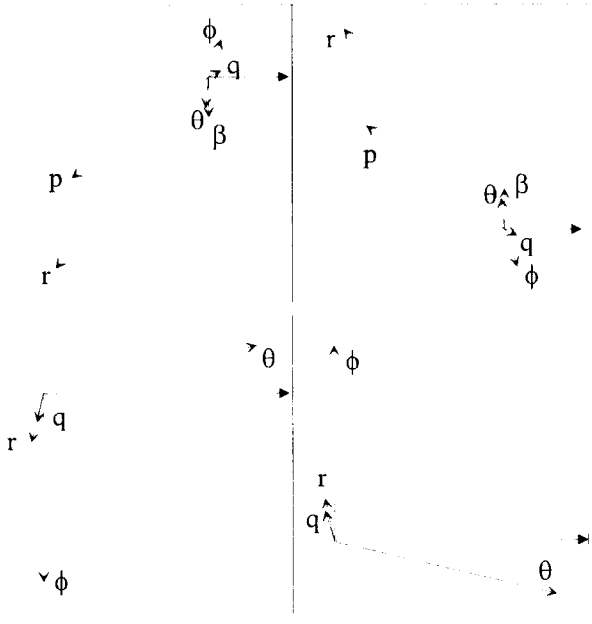
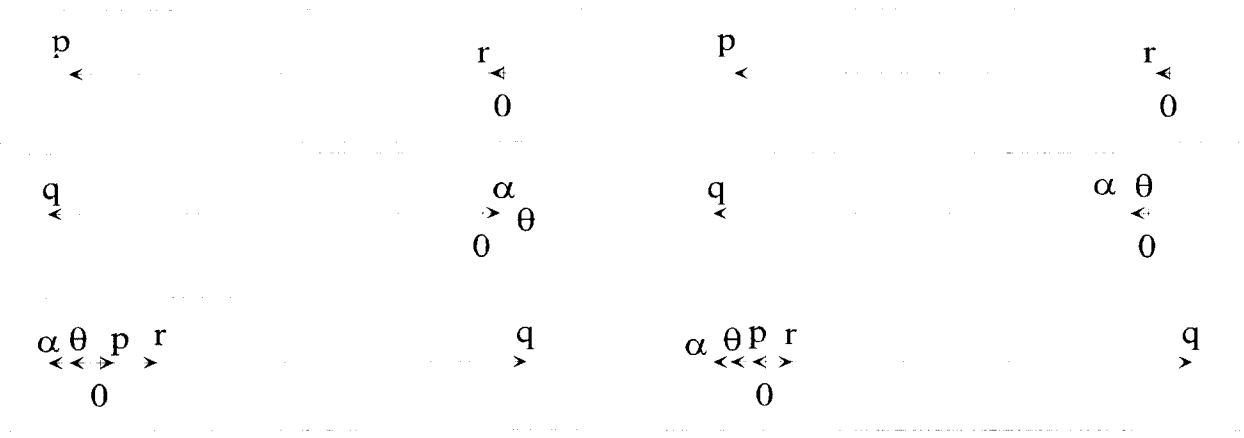


그림 3. 회복 가능한 선형모델의 고유벡터

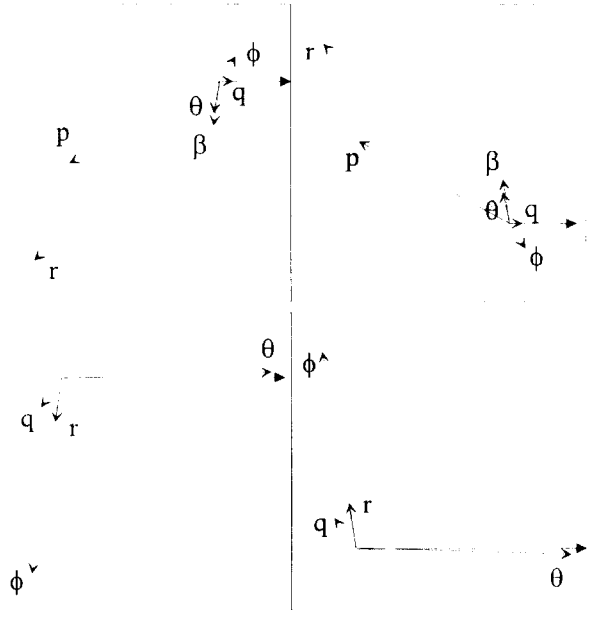
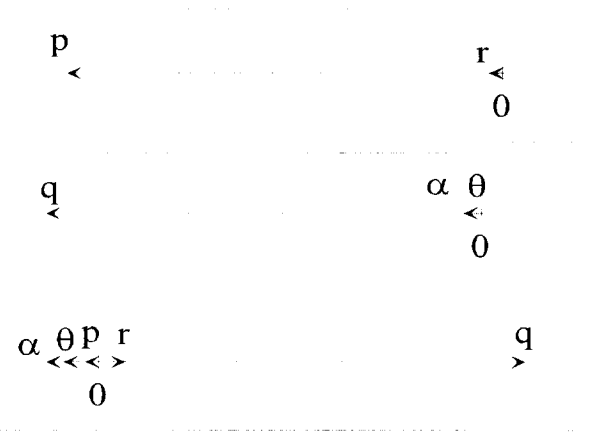


그림 4. 회복 불가능한 선형모델의 고유벡터