

다목적 최적화를 이용한 비행제어계 설계 자동화

Automated Flight Control System Design Using Multi-Objective Optimization

류 혁*, 탁 민 제*

*한국과학기술원 항공우주공학과 (Tel:+82-42-869-3758,Fax:+82-42-869-3710,E-mail: hryu@fdcl.kaist.ac.kr)

Abstracts This paper proposes a design automation method for the flight control system of an aircraft based on optimization. The control system design problem which has many specifications is formulated as multi-objective optimization problem. The solution of this optimization problem should be considered in terms of Pareto-optimality. In this paper, we use an evolutionary algorithm providing numerous Pareto-optimal solutions. These solutions are given to a control system designer and the most suitable solution is selected. This method decreases tasks required to determine the control parameters satisfying all specifications. The design automation of a flight control system is illustrated through an example.

Keywords Multi-Objective Optimization, Evolutionary Programming, Control System Design

1. 서 론

항공기 비행조종장치의 제어계 설계를 위해 많이 사용되는 설계법은 PID 제어기와 위상 진행/지연 보상기를 사용하는 고전제어설계법이다. 고전제어이론에 의한 제어계 설계에서는 안정도 여유, 시간응답특성등으로 주어지는 요구사항을 만족하는 제어상수를 보데선도, 균궤적도, 나이키스트 선도, 시간영역 단위응답 등을 이용하여 수동으로 결정하는 방법을 이용한다. 컴퓨터 소프트웨어의 발달로 이러한 도구들을 쉽게 이용할 수 있어 제어계 설계가 용이해졌으며, 특히 요구사항을 만족하는 제어계의 제어상수를 자동으로 결정하는 방법에 대하여 많은 연구가 있어왔다.[2]

항공기는 비행조건에 따라 운동특성이 달라지므로, 항공기의 비행조종장치 설계에서는 비행운용영역에서 다수의 평형점을 선정하고, 모든 평형 점에 대하여 따로 따로 제어계를 설계하게 되며, 많은 인력과 시간을 필요로 하게 된다. 특히 고전제어설계법을 이용하여 좋은 제어계를 설계하기 위해서는 제어대상 항공기에 대해 많은 지식과 경험이 요구된다.

본 연구에서는 제어계의 구조가 선정되고, 요구사항이 주어진 경우, 요구사항을 만족하는 제어상수를 자동으로 결정하는 방법을 개발하였다. 제어계 설계 문제를 최적화 문제로 변환하고, 최적해를 계산하여 요구사항을 충족하는 제어상수를 결정하였다. 최적화 문제의 최적해를 계산하는 수치방법으로는 진화연산 기법의 하나인 진화 프로그래밍을 사용하였다[3]. 그리고 다수의 요구사항을 모두 만족하는 제어상수를 결정하는 방법을 위해 다목적최적화 방법을 이용하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 최적화 기법을 이용한 제어계 설계 자동화방법에 대하여 설명하고, 최적화 문제의 수치해법인 진화 프로그래밍의 알고리듬을 소개하였다. 그리고 다목적 최적화의 개념과 수치해법에 대하여 설명하고, 이 방법을 이용한 제어계 설계 예로 항공기 종운동 제어계 설계 예를 보이고, 결론을 기술하였다.

2. 최적화 기법을 이용한 제어계 설계 자동화

2.1. 제어계 설계 자동화과정

본 연구의 제어계 설계 자동화는 제어계의 제어상수를 자동으로 결정하는 것을 의미한다. 즉 제어계의 구조와 요구사항이 주어져 있을 때 요구사항을 충족하는 제어계의 제어상수를 자동으로 결정하는 것이다. 일반적으로 요구사항은 안정도 여유나 시간응답의 특성치에 대한 한계로 주어지며, 이러한 특성치는 제어계의 제어상수에 의해 변하게 된다. 만일 이러한 특성치를 제어상수의 해석적 함수로 표현할 수 있으면 제어상수 결정이 용이해지나, 대부분의 특성치는 제어상수의 해석적인 함수로 표현하기가 쉽지 않다. 제어상수를 자동으로 결정하는 방법으로 최적화방법을 이용할 수 있다. 즉 제어계 설계문제를 최적화문제로 정식화하고, 일반적인 파라미터 최적화 수치해법을 이용하여 최적해를 계산하고, 이 최적해를 이용하여 제어상수를 결정한다. 제어계 설계문제를 최적화 문제로 정식화하기 위해서는 먼저 목적함수와 구속조건 등을 정의하여야 한다. 목적함수나 구속조건은 요구사항에 나타나는 제어계의 특성치를 이용하여 구성한다.

최적화를 이용한 제어계 설계과정은 그림으로 나타내면 그림 1과 같다. 주어진 제어계와 요구사항으로부터 목적함수와 구속조건을 정의하여 최적화 문제를 구성한다. 그리고 최적화 문제를 기존의 최적화 수치해법을 이용하여 최적해를 계산하고 이를 이용하여 제어상수를 결정한다. 계산된 제어상수를 이용하여 제어계의 특성치를 계산하고 요구사항의 충족되었는지 점검한다. 요구사항이 충족되지 않은 경우, 다른 최적화 수치해법을 적용하여 최적해를 계산하거나 목적함수나 구속조건을 변경하여 시도한다. 만약 여러 방법을 사용하여도 요구사항을 만족하는 제어상수를 결정할 수 없는 경우에는 요구사항이 동시에 충족될 수 있는지를 검토해 보아야 한다.

2.2. 목적함수

최적화에 의한 제어계 설계 자동화를 위해 사용될 수 있는 목

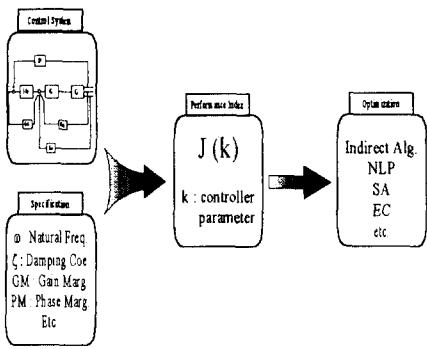


그림 1. 최적화를 이용한 제어계 설계

Fig. 1. Control system design using optimization

적합수의 예로 다음 함수들을 생각할 수 있으며, 요구사항에 따라 다른 목적함수를 설정할 수 있다.

○ 시간영역 응답

$$J(k) = \int_0^T |y(t) - y_m(t)| dt \quad (1)$$

○ 외란 제거

$$J(k) = \int_t^T y^2(t) dt \quad (2)$$

○ 고유치

$$J(k) = \left\{ \frac{Im(\lambda)}{Re(\lambda)} \right\}_{\max} \quad (3)$$

○ 모형 정합

$$J(k) = \| W(s)[G_m(s) - G(s)] \|_n \quad (4)$$

○ 안정도 여유

$$J(k) = \max \left[0, \frac{GM_d - GM}{GM_d} \right] \quad (5)$$

$$J(k) = \max \left[0, \frac{PM_d - PM}{PM_d} \right] \quad (6)$$

2.3. 최적화 수치해법

제어계의 구조, 플랜트의 수학적 모형 및 요구사항 등을 이용하여 목적함수를 구성하면, 최적화 수치해법을 이용하여 최적해를 계산한다. 일반적으로 제어계 설계문제를 최적화 문제로 변환하면 대부분 구속조건이 있는 비선형 최적화 문제가 된다. 특히 목적함수가 불록형태(convex)가 아니거나 다수의 국부최소해가 존재하는 경우가 많다[5]. 그러므로 최적화 수치해법은 이러한 점들을 극복할 수 있는 방법이어야 한다.

제어계 설계 자동화에 사용되는 최적화 수치해법은 목적함수와 구속조건이 파라미터의 해석적 함수로 구할 수 없는 경우에도 해를 구할 수 있어야 한다. 이는 최적화 수치해법이 목적함수의 미분값 등을 요구하지 않아야 한다는 것을 의미한다. 그리고 요구사항을 만족하는 제어상수를 결정하면 되므로 정확한 최적해가 아닌 근사 최적해도 사용 가능하다. 본 연구에서는 최적화 수치해법으로 진화연산 알고리듬 중의 하나인 진화 프로그래밍(evolutionary programming, EP)을 사용하였다.

2.4. 다수 요구사항의 처리

일반적으로 제어계가 만족해야 하는 요구사항은 다수개이며,

제어계는 이를 모두 만족하여야 한다. 제어상수를 최적화방법으로 결정하는 경우, 각각의 요구사항은 목적함수나 구속조건으로 표현되므로, 다수의 요구사항은 다수의 목적함수나 구속조건으로 나타나게 된다. 이러한 다수 요구사항을 처리하는 방법으로 다수의 요구사항을 가중치를 이용하여 하나의 목적함수로 구성하는 방법(가중합 방법), 요구사항 중 하나의 요구 사양만을 목적함수로 표시하고, 다른 요구사항은 구속조건으로 표시하는 방법, 다수의 요구사항을 다수의 목적함수로 바꾸고, 다목적 최적화를 이용하는 방법이 있다[1]. 본 연구에서는 가중합방법과 다목적 최적화 방법을 사용하여 제어상수를 계산하였다.

3. 진화 프로그래밍

진화 프로그래밍은 진화연산 알고리듬의 하나로 최적화 수치해법이다[7]. 진화 프로그래밍의 알고리듬은 그림 2와 같이 구성되며, 초기집단(initial population) 형성 및 적합성 계산, 자손개체 생성, 부모개체와 자손개체의 경쟁, 경쟁결과를 이용한 새로운 부모개체 선택 과정으로 이루어진다. 진화 알고리듬은 세대를 반복하므로써 적합성이 높은 개체들의 수가 계속 증가하도록 구성되어 있다. 최적화 문제에서 최적해에 가까운 경우 적합성을 크게 하도록 설정하면 세대가 반복될수록 최적해에 가까운 개체들의 수가 증가하며, 이러한 개체들 중에 적합성이 가장 좋은 해를 근사 최적해로 생각하게 된다.

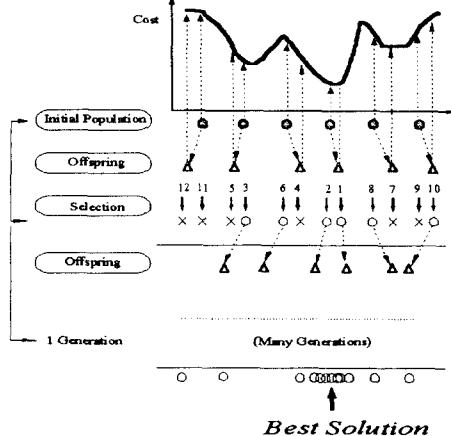


그림 2. 진화 프로그래밍의 알고리듬

Fig. 2. Algorithm of the evolutionary programming

초기 집단은 개체가 파라미터 공간에 균일하게 분포하도록 생성한다. 이를 위해 파라미터의 최대/최소 정보가 필요하게 된다. 초기집단이 형성되면 각 파라미터 값을 이용하여 목적함수 값을 계산하고, 이 정보를 돌연변이 유전자에 적용하여 자손개체를 생성한다. 다음은 자손 개체를 형성하는 방법이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{(N-1)^n} \\ K_\sigma &= a \cdot (Z_i - 1)^n + \sigma_{\min} \\ \sigma_i^j &= |K_\sigma \cdot (P_{\max}^j - P_{\min}^j)| \\ P_{oi}^j &= P_{pi}^j + RN_n[0, (\sigma_i^j)^2] \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $\sigma_{\max}, \sigma_{\min}$ 는 최대/최소 표준편차로 각각 0.000001과 0.5,

N 은 부모개체의 수, n 은 3, Z_i 는 i 째 부모개체의 적합도 순위, P_{\max}^j, P_{\min}^j 는 j 번째 파라미터의 최대/최소값, $P_{\beta_i}^j$ 는 i 번째 부모개체의 j 번째 파라미터, $P_o(i, j)$ 는 i 번째 자손개체의 j 번째 파라미터, $RN_n[\cdot, \cdot]$ 는 정상분포의 무작위 수이다.

경쟁 및 선택과정은 다음 세대의 부모개체로 유지될 개체를 선정하는 과정이다. 이는 일반적인 진화 프로그래밍 알고리듬을 이용하였다. 프로그램의 종료 시점은 현재 세대에서 구해진 최적 해가 최적화 문제의 전체 최적해로 수렴했을 때이다[4]. 그러나 최적화 문제의 해를 모르는 경우가 대부분이므로 이런 방법은 사용하기가 어렵다. 본 연구에서는 현 세대 최적해의 파라미터와 전 세대 최적해의 파라미터의 차이가 어느 값 이하로 변화되는 것이 몇 세대 이상 계속되면 프로그램을 종료하는 것으로 하였다.

목적함수에 구속조건이 있는 경우에는 구속조건을 위반한 양을 목적함수에 포함시키고, 이 목적함수를 최소화하는 해를 구하므로 써 구속조건을 만족하는 해를 구하는 방법을 사용하였다. 새로운 목적함수 $J'(\vec{X})$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$J'(\vec{X}) = J(\vec{X}) + W_i \sum_{k=1}^i \langle g_k^+ (\vec{X}_i) \rangle^2 + W_e \sum_{k=1}^i |h_k(\vec{X}_i)|^2 \quad (8)$$

여기서 W_i, W_e 는 각각 부등식 구속조건 위반량과 등식 구속조건 위반량에 곱하는 가중치로 0보다 큰 값을 사용한다. 그리고 $g_k^+ \langle \vec{X} \rangle$ 는 부등식 구속조건을 계산했을 때 0보다 큰 값을 나타낸다.

4. 다목적 최적화

다목적 최적화는 다수개의 목적함수를 동시에 최적화하는 것이다. 가장 이상적인 다목적 최적화의 수치해법은 주어진 다목적 최적화 문제의 모든 파레토 최적해를 계산하는 것이다. 그러나 대부분의 파레토 최적해는 무한개 존재하므로 수치적 방법을 통하여 모든 파레토 최적해를 구하는 것은 불가능하다. 그러므로 현실적인 수치해법은 파레토 최적해 공간을 파악할 수 있는 다수의 파레토 최적해를 구하는 방법을 목적으로하게 된다.

본 연구에서 사용된 다목적 최적화 해법은 기준이 되는 파레토 최적해를 미리 계산하고, 이를 해를 이용하여 나머지 파레토 최적해를 찾는 방법을 이용한다. 기준 해를 계산하는 방법으로는 전체기준방법을 사용하였고, 기준해외의 나머지 파레토 최적해를 찾는 방법으로 진화연산 기법을 이용하였다. 다목적 최적화 수치해법의 자세한 알고리듬은 참고문헌 [8]을 참조한다.

5. 항공기 종운동 제어기 설계

5.1. 제어계의 구조

제어계의 구조는 그림 3의 블록선도로 표현되며, 위상진행필터(phase advance filter, PAF), 시간 지연기 (Time Delay), 테일러론 구동기(taileron actuator), 항공기 종운동 단주기 운동모형과 여러 이들로 구성된다.

1g 수평비행, Mach 0.9, 해면고도, $U_0 = 1004.715 \text{ ft/s}$ 인 비행조건에서 항공기 종운동에 대한 단주기 운동모형은 다음의 상태방정식으로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{w} \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.97673 & 1005.833 \\ 0.03211 & -0.56517 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -8.81388 \\ -1.58831 \end{bmatrix} \delta_e \quad (9)$$

테일러론 구동기는 다음의 전달함수로 표현된다.

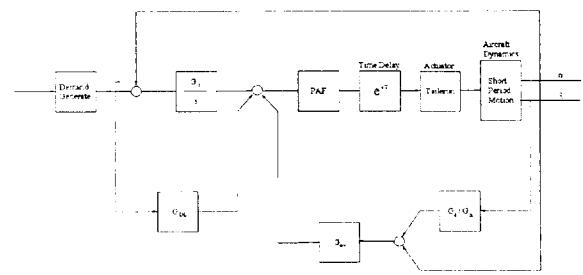


그림 3. 항공기 종운동 제어계

Fig. 3. Longitudinal control system of an aircraft

$$\frac{\delta_T}{\delta_C} = \frac{1,435,723}{s^3 + 261.76s^2 + 28,581.5s + 1,435,723} \quad (10)$$

위상진행필터의 전달함수는 다음과 같으며, G_τ 와 τ 는 설계시 결정되는 제어상수이다.

$$G_{PAF} = \frac{1 + G_\tau \tau s}{1 + \tau s} \quad (11)$$

시간 지연기의 지연시간은 40 msec이며, 전달함수는 2차의 파데 근사를 사용하였다.

5.2. 항공기 제어계 요구사항

- 이득여유는 12 dB, 위상여유는 45도 이상이어야 한다.
- 제어예측인수(CAP)는 0.4 근처이다.
- 항공기 폐루프 응답의 감쇄계수 ζ_{SP} 는 0.75 이상이다.

5.3. 가중합 방법에 의한 설계

최적화 문제의 목적함수는 다음과 같이 설정하였다.

$$\begin{aligned} J &= W_{time} J_{time} + W_{freq} J_{freq} \\ &= W_{time} (W_{CAP} J_{CAP} + W_\zeta J_\zeta) \\ &\quad + W_{freq} (W_{GM} J_{GM} + W_{PM} J_{PM}) \\ &= 10 (10 J_{CAP} + J_\zeta) + 10 (J_{GM} + J_{PM}) \end{aligned} \quad (12)$$

각각의 목적함수는 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} J_{CAP} &= \frac{|0.4 - CAP| + 0.4}{0.4} \\ J_\zeta &= \frac{0.75}{\zeta_{SP}} \\ J_{GM} &= \frac{12}{GM} \\ J_{PM} &= \frac{45}{PM} \end{aligned} \quad (13)$$

그리고 다음의 구속조건을 설정하였다.

$$\begin{aligned} g_1 &= 0.75 - \zeta_{SP} \leq 0 \\ g_2 &= 12 - GM \leq 0 \\ g_3 &= 45 - PM \leq 0 \\ g_4 &= 0.28 - CAP \leq 0 \end{aligned} \quad (14)$$

최적화문제의 해를 진화 프로그래밍을 사용하여 계산하여 제어상수를 구하였다. 구해진 제어상수들은 표1과 같으며, 제어계의 특성치는 표2와 같다.

표 1. 계산된 제어상수

Table 2. Calculated control parameters

	G_g/G_a	G_{ov}	G_I	G_{DL}	ω_m	G_r
1	0.2295	0.5486	0.7058	0.4512	19.8251	2.0555
2	0.0709	0.6174	0.4395	0.2719	11.8838	3.9956
3	0.5829	0.1488	0.1378	0.9986	0.0001	1.5651
4	0.2277	0.3889	0.1730	-0.2504	13.8520	2.0154

표 2. 계산된 제어상수에 의한 제어계의 특성치

Table 2. Characteristic values of the control system
using calculated control parameters

	LGM	UGM	PM	$\omega_{n_{sp}}$	ζ_{SP}	CAP	목적함수
1	8.1	4.0	45.0	1.52	0.99	0.40	127.44
2	6.8	5.6	45.7	1.33	0.98	0.40	127.19
3	5.5	6.5	44.4	0.89	0.89	0.39	133.65
4	5.7	6.1	52.9	2.51	0.98	0.40	128.02

5.4. 다목적 최적화에 의한 설계

다목적 최적화를 적용하기 위한 목적함수는 다음과 같이 설정하였다.

$$\begin{aligned} J_1 &= J_{CAP} = \frac{|0.4 - CAP| + 0.4}{0.4} \\ J_2 &= J_{\zeta} = \frac{0.75}{\zeta_{SP}} \\ J_3 &= J_{GM} = \frac{12}{GM} \\ J_4 &= J_{PM} = \frac{45}{PM} \end{aligned} \quad (15)$$

구속조건은 가중합 방법과 같은 것을 이용하였다. 다목적 최적화 수치해법을 이용하여 파레토 최적해를 계산하여 제어상수를 결정하였다. 그림 4와 5는 파레토 최적해에 의한 파레토 최적해의 분포를 보여 준다.

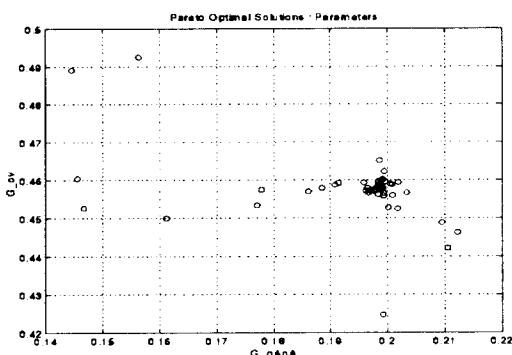


그림 4. 파레토 최적해에 의한 제어상수 분포

Fig. 4. Control parameter distribution of Pareto optimal solutions

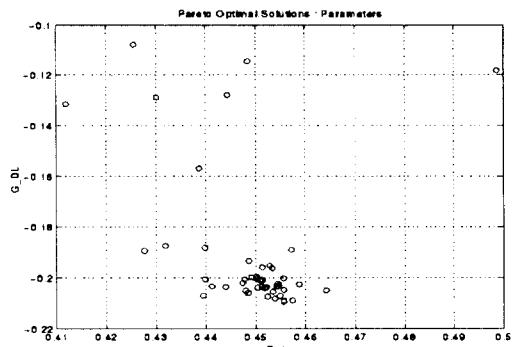


그림 5. 파레토 최적해에 의한 제어상수 분포

Fig. 5. Control parameter distribution of Pareto optimal solutions

제어계 설계 문제를 최적화 문제로 변환하고, 진화 프로그래밍을 이용하여 최적해를 구하여, 제어상수를 결정하였으며, 요구사항을 충족하는 제어계의 제어상수를 얻을 수 있었다. 여러 개의 요구사항을 처리하는 방법으로 가중합 방법과 다목적 최적화 방법을 사용하였으며, 가중합 방법에서는 가중치에 따라 1개의 해를 구할 수 있었으며, 다목적최적화 방법에서는 다수의 파레토 최적해를 통하여 다수의 제어상수를 얻을 수 있었다. 본 연구에서 제시한 방법은 제어계 구조가 다르거나 요구사항일 다른 제어계 설계 문제에 용이하게 적용할 수 있다.

참고문헌

- [1] A. Grace, *MATLAB Optimization Toolbox*, The Math Works Inc., 1992.
- [2] G. Kreisselmeier and R. Steinhauser, "Application of Vector Performance Optimization to a Robust Control Loop Design for a Fighter Aircraft," *International Journal of Control*, vol. 37, no. 2, pp. 251-284, 1983.
- [3] K. Krishnakumar and D.E. Goldberg, "Control System Optimization Using Genetic Algorithms," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol.15, no.3, pp. 735-740, 1992.
- [4] H. Myung, J. H. Kim, "Hybrid Evolutionary Programming for Heavily Constrained Problems," *Bio Systems*, 38, pp. 29-43, 1996.
- [5] E. Polak, P. Siegel, T. Wu, W.T. Nye and D.Q. Mayne, "DELIGHT.MIMO : An Interactive, Optimization-Based Multivariable Control System Design Package," *Control System Design*, pp. 9-14, May-June 1992.
- [6] R. Srichander, "Aircraft Controller Synthesis by Solving a Nonconvex Optimization Problem," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 2, pp. 382-384, 1995.
- [7] 김종환, "Evolutionary Computation and Its Application to Fuzzy Logic Control," 강의노트, 1994.
- [8] 이준배, "유전자 알고리즘을 이용한 전체/다목적 최적화 알고리즘의 개발," 한국과학기술원 박사학위 논문, 1996.

6. 결론

본 연구에서는 제어계의 제어상수를 자동으로 결정하는 방법을 개발하고, 이를 항공기 종운동 제어계의 설계에 적용하였다.