

## STT 미사일의 모델링 오차 보상을 위한 적응 제어

### Adaptive Control to compensate the Modeling Error of STT Missile

최진영\*, \*과동경\*

\*서울대학교 전기공학부 (Tel: 880-8372; Fax:885-4459; E-Mail: jychoi@iipl.snu.ac.kr)

**Abstract** This paper proposes an adaptive control technique for the autopilot design of STT missile. Dynamics of the missile is highly nonlinear and the equilibrium point is vulnerable to change due to fast maneuvering. Therefore nonlinear control techniques are desirable for the autopilot design of the missile. The nonlinear controller requires the exact model to obtain satisfactory performance. Generally a look-up table is used for the dynamic coefficients of a missile, so there must be coefficients error during actual flight, and the performance of the nonlinear controller using these data can be degraded. The proposed adaptive control technique compensates the nonlinear controller with modeling error resulting from the error of aerodynamic data and disturbance. To investigate the usefulness, the proposed method is applied to autopilot design of STT missile through simulations.

**Key word:** STT missile, autopilot, adaptive control technique, compensation of modeling, adaptive controller.

### 1. 서론

자동조종장치의 설계 목표는 미사일 시스템의 안정도를 유지하고 미사일의 요격 성능을 향상시키는 것이다. 미사일의 동역학은 비선형성이 강하고 급격한 기동 등으로 동작점의 변동이 심하기 때문에 비선형 제어 기법을 필요로 한다.

자동 조종 장치에 적용되는 대표적인 비선형 제어 기법에는 케환 선형화 기법[1]으로서 적절한 피드백을 함으로써 시스템을 선형화 한다. 케환 선형화 제어 기법을 사용하기 위해서는 시스템이 최소 위상 시스템이어야 한다. 그러나 미사일은 비최소 위상 시스템이므로 바로 케환 선형화 기법을 적용할 수 없다.

[2]에서는 함수 역변환을 통해 STT 미사일의 모델을 간략화 하였다. 이 간략화된 모델로부터 특이 섭동 기법에 의해 근사화된 최소 위상 시스템[3]에 대해 케환 선형화 제어기를 설계하였다. [3]의 케환 선형화 제어 기법은 정확한 모델을 알고 있어야 소정의 제어 성능을 얻을 수 있다.

일반적으로 미사일의 공역 계수는 풍동 실험에 의존할 수 밖에 없어서 실제 시스템과 오차가 발생할 수 밖에 없고 이를 근거로 설계된 비선형 제어기는 실제 적용시 성능이 저하될 수 있다. 따라서 보다 나은 성능을 가지기 위해서는 실시간으로 모델링 오차를 적응 보상하는 것이 필요하다.

본 논문에서는 [3]에 의해 제안된 STT 미사일 케환 선형화 제어기를 실시간 적응 보상하여 모델링 오차의 영향을 최소화 하는 방법을 제시한다. 제안된 방법은 풍동 실험에 의한 공력학 데이터가 가지는 오차와 외란이 있더라도 모델링의 오차를 보상하기 위한 것이다. 이를 위해 먼저 케환 선형화 제어기에서 모델링 오차가 있을 때 케환 선형화에 미치는 영향을 살펴보고 이를 시변 선형 시스템으로 모델링한다. 이 시변 시스템의 매개변수를 추정하여 기준 모델을 추종하는 적응 제어기를 설계한다. 적응 제어기는 간접 적응 극배치 방법을 사용한다.

여기서 제시한 적응 제어 기법의 타당성을 보이기 위해 STT 미사일에 적용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 케환 선형화

제어기에 사용된 모델에 오차가 존재할 시에도 적응 제어 기법을 사용함으로써 이를 실시간 보상할 수 있음을 보여준다.

### 2. 케환선형화 제어의 실시간 적응보상

#### 2.1 케환선형화 제어

본 논문에서 다루고자 하는 비선형 모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x) \end{aligned}$$

이 모델에 대해 다음과 같이 케환 선형화 제어기를 설계할 수 있다.  $\dot{x} = v$  라 놓으면  $v = f(x, u)$  이 되고  $f$ 가  $u$ 에 대해 역함수가 존재하면 제어 입력  $u$ 는

$$\begin{aligned} u &= f^{-1}(x, v) \\ &:= g(x, v) \end{aligned}$$

에 의해 구해진다. 그러면  $v$ 는  $v = (h'(x))^{-1}\bar{y}$ 에 의해 구해진다. 여기서  $h'(x)$ 는  $h(x)$ 의  $x$ 에 대한 미분을 의미한다.

또한  $\bar{y}$ 를 구하는 보상기는

$$\dot{\bar{y}} = -\theta_1 \bar{y} + \theta_2 (y_c - y) \tag{2-1}$$

가 된다. 그러면

$$\dot{\bar{y}} = h'(x)\dot{x} = h'(x)v = \bar{y}$$

가 되고 이를 (2-1)식에 대입하면

$$\bar{y} + \theta_1 \bar{y} + \theta_2 y = \theta_2 y_c$$

가 되어 전체 페루우프 시스템의 전달 함수는 다음과 같이 된다.

$$\frac{y}{y_c} = \frac{\theta_2}{s^2 + \theta_1 s + \theta_2} \tag{2-2}$$

여기서 전체 시스템이 원하는 특성을 갖도록  $\theta_1, \theta_2$ 를 결정해 주면 된다.

## 2.2 내부 불확실성의 영향

시스템에 불확실성이 없을 때는 상기 제안된 궤환 선형화 제어기에 의해 (2-2)식과 같이 되나 내부 불확실성이 있을 경우 전체 시스템의 형태를 살펴보자.

여기서는 함수  $u = g(v, x)$ 에 내부 불확실성이 다음과 같이 존재한다고 가정한다.

$$g(x, v) = \hat{g}(x, v) + \Delta g(x, v)$$

여기서  $\hat{g}$ 는 알고 있는 함수이다.

따라서 제어 입력은  $u = \hat{g}(x, v)$ 와 같이 구해지고

$$v = \hat{g}^{-1}(u, x) = (g(x, u) - \Delta g)^{-1}$$

$$:= f(x, u) - \Delta f$$

와 같이 표현된다. 따라서 실제 모델은 다음과 같이 된다.

$$\dot{x} = v + \Delta f$$

$$y = h(x)$$

$$v = (h'(x))^{-1} \dot{y}$$

여기서 임의의 비선형 항  $\Delta f$ 는  $\Delta f = \beta^T \xi(x)$ 로 나타낼 수 있다.

$\beta$ 는 상수 벡터이고  $\xi(x)$ 는 알고 있는 기저 함수이다.

여기서 궤환 선형화 제어 법칙을 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{y} &= h'(x)(v + \beta^T \xi) \\ &= h'(x)(h'^{-1}(x)\dot{y} + \beta^T \xi) \\ &= \dot{y} + h'(x)\beta^T \xi \end{aligned}$$

$\dot{y}$ 를 미분하면

$$\dot{y} = \dot{y} - h'(x)\beta^T \dot{\xi} - h''(x)\beta^T \xi \cdot h'^{-1}(x)\dot{y} \quad (2-3)$$

이 된다.

상기 (2-3) 식은

$$\begin{aligned} \dot{y} &= -\theta_1 \dot{y} + \theta_2 (y - \dot{y}) \\ &= -\theta_1 (\dot{y} - h'(x)\beta^T \xi) + \theta_2 (y - \dot{y}) \end{aligned} \quad (2-4)$$

이므로 (2-3), (2-4)식에 의하여 다음과 같은 compensator를 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{y} + \theta_1 \dot{y} + \theta_2 y - h'(x)\beta^T \dot{\xi} - \theta_1 h'(x)\beta^T \xi \\ - h''(x)\beta^T \xi \cdot h'^{-1}(x)\dot{y} = \theta_2 y_c \end{aligned} \quad (2-5)$$

(2-5) 식에

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= \xi'(x) \cdot \dot{x} = \xi'(v + \beta^T \xi) \\ &= \xi' \cdot h'^{-1}(x)\dot{y} \end{aligned}$$

을 대입하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} y + (\theta_1 - \beta^T \xi' - h''(x)\beta^T \xi \cdot h'^{-1}(x))\dot{y} - \theta_1 h'(x)\beta^T \xi + \theta_2 y \\ = \theta_2 y_c \end{aligned}$$

만약  $x = h^{-1}(y)$ , 즉  $h$ 의 역함수가 존재한다고 하면

$$\ddot{y} + (\theta_1 + \beta^T \phi_1(y))\dot{y} + \beta^T \phi_2(y) + \theta_2 y = \theta_2 y_c$$

여기서

$$\phi_1(y) := -\xi'(x) - h''(x)\xi h'^{-1}(x)$$

$$\phi_2(y) := -\theta_1 h'(x)\xi$$

와 같이 나타낼 수 있다.

그리고 또한 homogeneous system 이면  $\phi_2(0) = 0$ 이고 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\beta^T \phi_2(y) = \beta^T \phi_2(y) y$$

따라서 Closed-Loop System 은 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\ddot{y} + (\theta_1 + \Delta\theta_1(y))\dot{y} + (\theta_2 + \Delta\theta_2(y))y = \theta_2 y_c$$

$$\Delta\theta_1(y) = \beta^T \phi_1(y), \Delta\theta_2(y) = \beta^T \phi_2(y)$$

여기서  $\Delta\theta_1(y), \Delta\theta_2(y)$ 은 적응 보상기를 통해 보상해야 하는 시스템의 모델링 오차에 해당한다. 이제 이 모델링 오차를 실시간으로 보상함으로써 원하는 성능을 얻을 수 있다.

## 2.3 실시간 적용 보상 제어

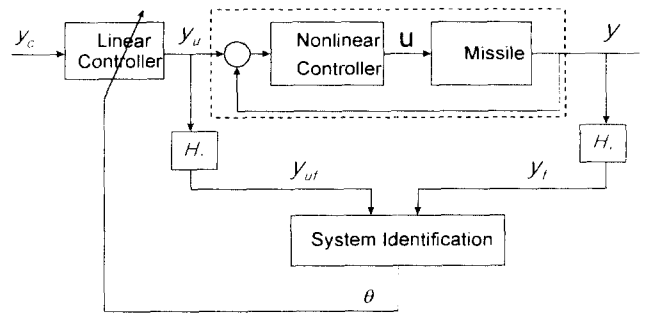


그림 2-1. 제안된 제어 시스템의 블록 다이어그램

$y_c$ 는 유도 루프(guidance loop)로부터 나오는 가속도 입력인데 여기서는  $y_c$  대신  $y_u$  가속도 입력으로 주어서 원하는  $y$  값이나 오도록 제어한다. 그리고  $y_u, y_f$ 를 필터에 통과시킨 후 시스템 식별을 통해 구해진  $\hat{\theta}$ 를 가지고서 Linear Controller를 구성하게 된다.

### 2.3.1 시스템 식별

모델링 오차를 갖고 있을 때 궤환 선형화 제어에 의해 선형화된 모델은 상술한 바와 같이 다음과 같다.

$$\frac{B(p)}{A(p)} \left( = \frac{y}{y_c} \right) = \frac{\theta'}{p^2 + \theta_1 p + \theta_2} \quad (2-6)$$

여기서  $\theta_1 = \theta_1' + \Delta\theta_1, \theta_2 = \theta_2' + \Delta\theta_2$

적용 제어를 위해  $\theta_1', \theta_2'$ 를 초기치로 하여  $\theta_1, \theta_2$ 를 실시간 추정하여 시스템을 식별한다.

여기서 필터  $H_f$ 의 선정은 모델의 극초과(pole excess)가 2 이상이므로 마찬가지로 극초과가 2 이상인 안정한 전달 함수(stable transfer function)를 갖는 필터를 선택하는 것이 바람직하다. 필터  $H_f$ 를  $y$ 와  $y_c$ 를 통과 시키면

$$y_f(t) = H_f y(t), u_f(t) = H_f y_c(t)$$

이 된다.

시스템 모델은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p^2 y_f(t) - \theta_2' u_f = \varphi^T(t) \theta$$

여기서  $\varphi^T = [-p y_f - y_f], \theta' = [\theta_1 \quad \theta_2]$

$\theta_1, \theta_2$ 를 추정하기 위해서 RLS(Recursive Least-Squares Algorithm)을 사용하였다[4].

$$\text{즉, } \frac{d\hat{\theta}(t)}{dt} = P(t)\varphi(t)(p^2 y_f(t) - \theta_2' u_f - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t))$$

$$\frac{dP(t)}{dt} = \alpha P(t) - P(t)\varphi(t)\varphi^T(t)P(t)$$

여기서  $\alpha$ 는 양수의 망각 지수이다.

2.3.2 선형 제어기 설계

이제 원하는 제어기의 형태는 다음과 같다.

$$y_w = \frac{T}{R}y_c - \frac{S}{R}y$$

이제 플랜트(2-6)이 다음의 기준모델 응답을 따라가도록 제어기를 설계한다.

$$\frac{B_w}{A_w} = \frac{\theta_1^*}{p^2 + \theta_1^*p + \theta_2^*} \quad (2-7)$$

Observer polynomial 은 compatibility condition[1]으로 부터

$$\begin{aligned} \deg A_o &= \deg A - 1 - \deg B^+ \\ &= 2 - 1 - 0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

따라서  $A_o = s + a_o$  이 되고 완전 모델 추종 조건[1] 으로부터 RS 및 T는  $R = s + r_1, S = s_1s + s_2, T = t_1A_o$  로 놓을 수 있다. 여기서 Diophantine 식  $AR + BS = A_oA_w$  은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} (s^2 + \theta_1s + \theta_2)(s + r_1) + \theta_1^*(s_1s + s_2) \\ = (s + a_o)(s^2 + \theta_1^*s + \theta_2^*) \end{aligned}$$

이 식을 전개하여 s의 차수가 같은 항끼리 같게 놓게 되면 다음과 같이 제어기의 계수를 구할 수 있게 된다.

$$\begin{aligned} r_1 &= a_o - \Delta\theta_1 \\ s_1 &= \frac{1}{\theta_1^*}(a_o\theta_1^* - r_1\theta_2^*) \\ s_2 &= \frac{1}{\theta_1^*}(a_o\theta_1^* - \Delta\theta_2^* - r_1\theta_2^*) \end{aligned}$$

그리고

$$\begin{aligned} T &= B_w^*(s)A_o(s) \\ &= (a_o + s) \end{aligned}$$

에서 t = 1

3. STT 미사일의 적응 제어

STT 미사일을 부분선형화[2] 및 특이 섭동 기법[3]을 사용하여 최소 위상 시스템으로 근사화한 모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{W} &= f_z(W, V, \delta_q, q) + \Delta f_z \\ A_z &= h_z(W, V) \\ \dot{V} &= f_y(W, V, \delta_r, r) + \Delta f_y \\ A_y &= h_y(W, V) \end{aligned} \quad (2-8)$$

여기서 W, V는 각각 미사일 속도 벡터의 요, 피치 축 방향 벡터의 크기이고, q, r은 각각 미사일 각속도 벡터의 요, 피치 축 방향 부분 벡터의 크기를 나타낸다. A, A는 각각 요, 피치 가속도를 나타낸다. f, h, f, h는 알고 있는 함수이고 Δf, Δf는 공역학 데이터 오차에 의한 모델링 오차를 나타낸다.

본 모의 실험에서는 모델링 오차항에 커플링 요소가 없는 경우를 대상으로 하여 피치 및 요 채널에 대해 각각 2장에서와 같은 방법으로 적응 제어기를 설계하였다. 모델링 오차는 다음과 같다.

$$\Delta f_z = 3W$$

$$\Delta f_y = 3V$$

식 (2-7)의 기준 모델의 계수는 요, 피치 채널 모두 다음과 같이 설정하였다.

$$\theta_1^* = 2\xi\omega_n, \theta_2^* = \omega_n^2$$

여기서  $\xi = 0.707, \omega_n = 20$ .

RLS estimation에서 망각 지수는  $\alpha = 1$ , 그리고 observer polynomial은  $A_o(s) = s + a_o, a_o = 10$ 을 사용하였다. P 행렬의 초기치는  $100000 \times I_{3,3}$  행렬로 주었다.

그리고  $\theta$  값도 공칭값(nominal value)로 부터의 변동 범위를 30%내로 제한 시켜 놓음으로써 발산하지 않고 안정성을 유지할 수 있도록 하였다. 이는 추정치가 시변이기 때문에 안정도를 보장할 수 없으며 따라서 이러한 제한이 필요하다. 그리고 적응 제어기를 이용한 가속도 입력을 구하는 데 있어서 유도 루프로부터 나오는 가속도 입력을 1로 정규화(normalization) 시켜서 적응 제어기를 통해 적당한 가속도 입력을 구한 후 정규화(normalization)된 비율만큼 다시 가속도 입력을 복구시킴으로써 원하는 가속도 입력을 구하였다. 제안된 방법을 적용한 결과 그림 2-2, 2-3에서와 같이 적응 보상을 할 경우 추종성능을 실시간 향상시킬 수 있음을 확인하였다.

그림 2-4, 2-5와 그림 2-6, 2-7은 각각 피치와 요 채널의 매개 변수  $\theta_1$ 와  $\theta_2$ 의 실시간 적응 추이를 그린 것이다.

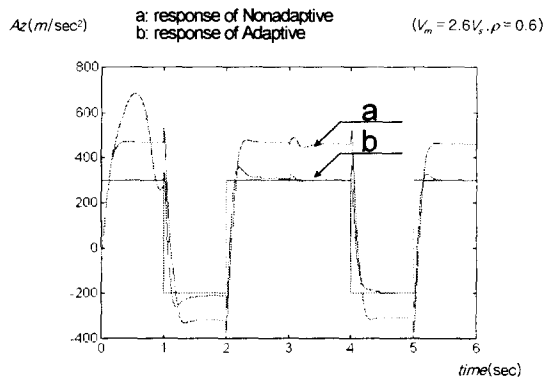


그림 2-2. 미사일의 피치 채널 가속도의 응답

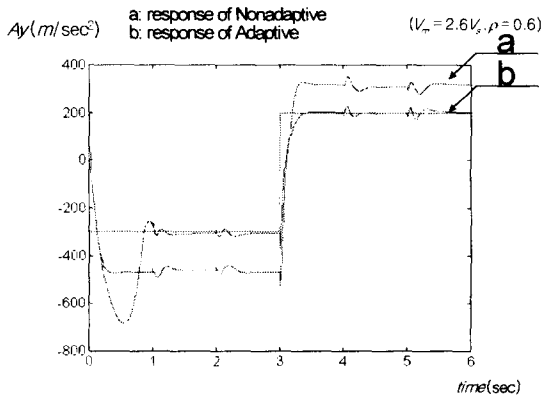


그림 2-3. 미사일의 요 채널 가속도의 응답

#### 4. 결론

지금까지 케환 선형화한 후 적응 제어를 적용하는 방법과 STT 미사일 제어에 응용하는 시뮬레이션 결과를 통하여 적응 제어를 통해 성능이 좋아짐을 보였다. 적응 제어를 설계하기 위해서는 시스템이 최소 위상 시스템(minimum-phase system)이어야 하므로 부분 선형화 기법과 특이 섭동 기법에 의해 [2],[3] 변환된 시스템에 적응 제어 기법을 적용하였다. 적응 제어기가 있을 경우와 없을 경우의 시뮬레이션 결과를 보면 모델링 오차로 인한 정상상태의 오차와 상향오차(overshoot)가 감소됨을 알 수 있었다.

본 논문에서는 모델링 오차가 식(2-8)과 같이 주어졌다고 가정하였는데 실제 상황에서의 모델링 오차의 형태에 대해서 제대로 알고 있지 못한 상황이므로 보다 실제적인 모델링 오차에 대한 연구가 필요하다. 여기서는 시변시스템에서의 안정성을 감안하여 추정치에 대해 어느 정도 초기치와의 제한을 두었는데 이러한 제한의 필요성에 대한 정성적인 해석과 함께 미사일과 같은 비선형 시변 시스템에 대해 적용 가능한 적응 제어 기법의 개발이 필요할 것으로 보인다. 또한 모델링 오차 항에 피치/요 채널 커플링 요소가 없는 경우에 대해서만 적용한 것을 피치/요 채널 전체에 커플링이 있는 경우에 대해서도 확장하여 적용해야 하며 커플링 발생시에 모델링 오차가 어떻게 영향을 받고 이를 어떻게 보상할 것인지에 대한 연구가 더 진행되어야 할 것이다.

#### 참고 문헌

- [1]Isidori, A., Nonlinear Control System, 2nd Ed. Springer-Verlag, 1989.
- [2]오재혁 하인중 조항주 송택달(1994). 부분선형화와 시간축 및 상태변수 변환에 의한 STT 방식 미사일의 자동조종장치 설계. 한국 항공우주학회지 22 권 1 호.
- [3]이상용(1996). 특이 섭동기법을 이용한 자동조종장치의 개발. 서울대학교 석사 학위 논문.
- [4] ström, K. J. and Wittenmark, B.(1995). Adaptive Control. 2nd Edition. Addison-Wesley.

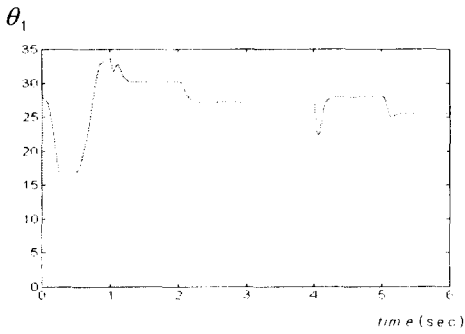


그림 2-4 피치 채널의 모델링 오차 추정치 ( $\theta_1$ )

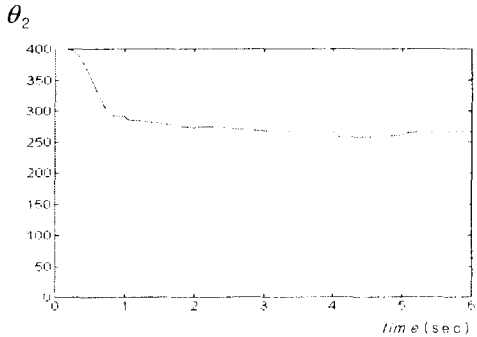


그림 2-5 피치 채널의 모델링 오차 추정치 ( $\theta_2$ )

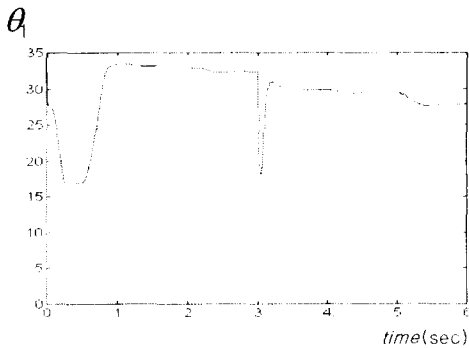


그림 2-6 요 채널의 모델링 오차 추정치 ( $\theta_1$ )

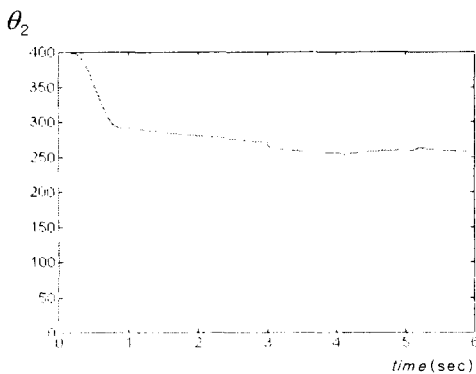


그림 2-7 요 채널의 모델링 오차 추정치 ( $\theta_2$ )