

입력 시간지연 시스템의 루우프 전달복구 설계 기법

Loop Transfer Recovery Design for Input-delayed Systems

박 상 현, 이 상 정*

*충남대학교 전자공학과 (Tel: 825-3991; Fax: 823-4494; E-mail: shpark@cslab.chungnam.ac.kr)

Abstract The previous results on LTR methods for time delay systems need the solution of the operator-type Riccati equation. In addition, it can be difficult to make the target loop shape representing the design specification. This paper proposes a new LTR method for input-delayed systems using well-established LTR method for non-delay systems. For doing this, a time delay margin is derived and the time delay of the input-delayed systems is assumed less than equal to the time delay margin. A Simple example is presented for illustrations.

Keywords Time Delay System, Loop Transfer Recovery, Time Delay Margin

1. 서 론

1980년대부터 시작된 제어기 설계기법의 중요한 결과중의 하나는 LQG/LTR방법과 H_∞기법으로 대표되는 다변수 강인제어 기법을 들 수 있다. 이 중의 LTR(Loop Transfer Recovery) 방법은 LQ 조정기(혹은 칼만 필터)의 강인성과 저가 LQ 조정기 특성 등에 근거하여 LQG 조정기의 루우프 전달함수를 목표 시스템인 LQ 조정기(혹은 칼만 필터)의 루우프 전달함수로 복구시키는 설계 방법으로 여러 분야에 그 응용 가능성이 입증되었다. LTR 방법에 관한 중요 결과는 입·출력 수가 같은 최소위상 시스템에 대한 연구 결과로부터 시작하여 입·출력 수가 다르거나 비최소위상인 시스템으로 연구영역이 확대되어 왔다.

한편, 많은 물리적인 시스템이 시간지연 시스템으로 모델링[9] 되므로 시간지연 시스템으로 LTR 방법을 확장시키는 연구도 진행되어 왔다. 상태 시간지연 시스템에 대하여 Lee와 Levy[5]는 LQ 조정기가 상미방시스템과 동일한 안정도 여유를 보장함을 보였고, Kwon과 Lee[3]는 시간지연 시스템을 위한 안정도 여유 조건을 유도하고 LQ 조정기와 칼만 필터가 상미방시스템에서와 같은 강인성을 보이고 LQ 조정기의 cheap control 특성을 증명하여 LQG/LTR 방법을 확장시켰다. 입력지연 시스템과 상태 및 입력에 시간지연이 있는 시스템에 대해서는 Lee등[6] 및 Kwon과 Lee[4]가 LQ 조정기의 KFDE(Kalman Frequency Domain Equality)를 유도하고 Riccati 방정식 해의 bound를 구해 LQ 조정기가 보장하는 안정도 여유를 시스템 파라미터들을 이용하여 명시적으로 표현하였으며, 상미방시스템 칼만필터의 maximum accuracy 특성을 이용하여 LQG/LTR 방법을 확장시켰다. 또 출력에 시간지연이 있는 시스템에 대하여는 Lee와 Hong[7,11]이 칼만필터의 강인성을 분석하고, 최소위상 시스템인 경우에도 LQG/LTR 방법으로 목표 칼만필터 루우프 전달함수로 완전히 복구시킬 수 있음을 보였다.

기존의 연구 결과는 시간지연 시스템에 LQG/LTR 설계방법을 확장시킨 결과들로서 LQG 조정기를 루우프 복구 시켰을 때의 특성을 규명한 것이다. 특히 입력이나 출력에 시간지연이 존재할 경우에는 시간지연이 없는 시스템에서와는 달리 루우프 복구가 완전히 되지 않거나[7,8] 완전히 루우프 복구가 되더라도 목표 시스템의 강인성이 시간지연이 없는 시스템의 LQ 조정기와는 다른 강인성을 보인다[10]는 해석 결과들을 볼 수 있다.

그리고, 이들 결과에서 제안된 LQG 조정기를 구하기 위해선 연산자 형태의 Riccati 방정식을 풀어야 한다는 난점을 갖고 있다. 따라서, 실제로 많은 시스템이 입력이나 출력에 시간지연이 있는 시스템으로 모델링되며 또한 LTR 방법이 강인제어기 설계 방법이라는 두 가지 측면에서 기존의 연구 결과와는 다른 접근 방법으로서의 LTR 설계방법의 연구는 충분한 가치가 있다고 말할 수 있다.

본 논문에서는 입력에 시간지연이 존재하는 시스템에 대해 시간지연이 없다고 가정하고($h=0$ 라 가정) LTR 설계를 한 조정기를 시간지연이 존재하는 원래 시스템에 적용했을 때의 루우프 복구성능을 분석하고 LTR 설계 방안을 제안하였다.

2. 시간지연 여유 분석

시간지연이 없는 시스템에 관한 LQ 및 LQG 조정기의 해는 잘 알려져 있는 반면에 시간지연을 고려한 LQ 및 LQG 조정기의 설계는 복잡하고 계산량도 매우 많다. 따라서 시간지연을 고려하지 않고 LQ 및 LQG 조정기 설계가 가능하다면, 복잡한 설계절차를 피할 수 있는 장점을 가지게 된다. 그러나 지연을 고려하지 않고 설계한 조정기는 고려되지 않은 시간지연의 영향으로 폐루우프 시스템이 불안정해 질 수 있고, 이런 이유로 시간지연이 없다고 가정하고 조정기를 설계할 때에 필요조건은 폐루우프 안정도를 해치지 않는 시간지연의 한계를 대상 시스템이 만족해야 한다는 것이다. 여기서 고려되는 시간지연의 한계를 본 논문에서는 시간지연 안정도 여유라고 칭한다.

본 장에서는 입력 시간지연 시스템을 포함하는 일반형의 시간지연 시스템에 대해 시간지연을 고려하지 않고 LQ 또는 LQG 조정기를 설계하여 적용시켰을 때 폐루우프 안정도를 보장하는 시간지연량의 한계 즉 시간지연 여유를 제시한다.

2.1 LQ 조정기의 시간지연 여유

일반형의 시간지연 시스템은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_0x(t) + A_1x(t-a) + B_0u(t) + B_1u(t-b) \\ y(t) &= C_0x(t) + C_1x(t-c) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $x(t) \in \mathbf{R}^n$, $u(t) \in \mathbf{R}^m$, $y(t) \in \mathbf{R}^p$ 이고, A_0, A_1, B_0, B_1 및

C_0, C_1 는 각각 $n \times n, n \times n, n \times m, n \times m$ 및 $m \times n, m \times n$ 상수 행렬이다. 그리고, a 는 상태 변수에 존재하는 시간 지연량, b 는 입력에 존재하는 시간 지연량, c 는 출력에 존재하는 시간 지연량을 나타내며 $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 을 만족하는 상수 값이다.

LQ 조절기는 상태 궤환 조절기이므로 출력 지연 c 가 페루우프 안정도에 영향을 끼치지 않는다. 따라서 시스템 (1)을 상태 지연과 입력지연만 존재하는 시스템 (2)로 변환한다.

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_1 x(t-a) + B_0 u(t) + B_1 u(t-b) \quad (2)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

여기서 C 는 $m \times n$ 의 상수 행렬이다. 먼저 시간지연 시스템 (2)에서 시간지연을 고려하지 않는 시스템 즉, 상태변수와 입력변수에 시간지연량을 무시한 시스템

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = C\hat{x}(t) \quad (3)$$

$$A = A_0 + A_1, \quad B = B_0 + B_1$$

에 대해 다음의 2차 경비함수를 최소화하는 LQ 조절기를 설계한다.

$$J(u) = \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt \quad (4)$$

$$Q = Q^T \geq 0, \quad R = R^T > 0$$

여기서 Q, R 은 2차 경비함수의 가중 행렬(weighting matrix)이다. 또 $x^T(t)$ 및 $u^T(t)$ 는 $x(t)$ 및 $u(t)$ 의 전치(transpose)를 의미하며 Q^T 및 R^T 은 각각 Q 및 R 의 전치 행렬이다. 시스템 (3)이 가안정성(stabilizability) 조건을 만족하는 경우 2차 경비함수를 최소화시키는 최적 제어는 다음과 같다.

$$u(t) = -Fx(t) \quad (5)$$

$$F = R^{-1}B^TK \quad (6)$$

여기서 F 는 $m \times n$ 상수 행렬이고, K 는 다음의 대수 Riccati 방정식 (7)의 정상해(steady state solution)이다.

$$A^TK + KA + Q - KBR^{-1}B^TK = 0 \quad (7)$$

시간지연을 고려하지 않고 설계된 LQ 조절기의 제어량 (5)를 일반형의 시간지연 시스템 (2)에 인가하면,

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_1 x(t-a) - B_0 Fx(t) - B_1 Fx(t-b) \quad (8)$$

을 얻게 된다.

정 리 1: 시간 지연량 a 와 b 가 다음 부등식을 만족하면 시간 지연을 무시하고 설계한 LQ 조절기 (5)는 페루우프 시스템 (8)을 안정화한다.

$$2aT_A + 2bT_B < \alpha(Q_H) \quad (9)$$

여기서 T_A, T_B 는

$$T_A = \bar{\sigma}(A_{10}A_{10}) + \bar{\sigma}(A_{11}A_{11}) + \bar{\sigma}(A_{12}B_{12}) + \bar{\sigma}(A_{13}B_{13}) \quad (10)$$

$$T_B = \bar{\sigma}(B_{10}A_{10}) + \bar{\sigma}(B_{11}A_{11}) + \bar{\sigma}(B_{12}B_{12}) + \bar{\sigma}(B_{13}B_{13}) \quad (11)$$

이다.

증 명: 증명 생략.

정리하면 상태 및 입력에 지연이 존재하는 시스템에 대한 LQ 조절기의 시간지연 안정도 여유 한계는 식 (9)로 명시되며, 그림 1과 같이 표현된다.

정 리 2: 상태 지연만 존재하는 경우의 LQ 조절기의 시간지연 여유, 입력 지연만 존재하는 경우의 LQ 조절기의 시간지연 여유 및 상태지연과 입력지연이 동일하고 함께 존재하는 경우의 LQ 조절기의 시간지연 여유는 각각 식 (12), (13), 그리고 (14)와 같다.

$$a < \frac{\alpha(Q_H)}{2T_A} \quad (12)$$

$$b < \frac{\alpha(Q_H)}{2T_B} \quad (13)$$

$$h < \frac{\alpha(Q_H)}{2(T_A + T_B)} \quad (14)$$

증 명: 증명 생략.

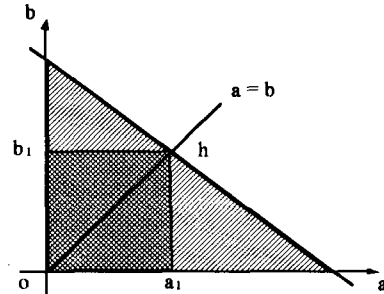


그림 1. 시간지연 시스템에 대한 LQ 조절기의 시간지연 안정도 여유 영역.

2.2 LQG 조절기의 시간지연 여유

일반형의 시간지연 시스템 (1)에 상미방시스템 (3)을 위한 칼만 필터와 LQ 조절기를 이용하여 제어량을 인가한 경우에 필터 식은 (15)로 표현되고, 페루우프 시스템은 (16)으로 표현된다.

$$\hat{\dot{x}}(t) = A\hat{x}(t) - BF\hat{x}(t) + H_F[C_0 x(t) + C_1 x(t-c) - C\hat{x}(t)] \quad (15)$$

$$A = A_0 + A_1, \quad B = B_0 + B_1$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{x}}(t) \\ \dot{e}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_0 + A_1 - B_0 F - B_1 F & B_0 F + B_1 F \\ 0 & A_0 + A_1 - H_F C_0 - H_F C_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{x}(t) \\ e(t) \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$+ \begin{pmatrix} -A_1 & B_1 F & 0 & -B_1 F \\ -A_1 & B_1 F & H_F C_1 & -B_1 F \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) - x(t-a) \\ x(t) - x(t-b) \\ x(t) - x(t-c) \\ e(t) - e(t-b) \end{pmatrix}$$

Lyapunov 함수를 식 (19)로 선택한다. 여기서 P_C 는 식 (17)의 해이며, P_0 는 식 (18)의 해이다. 역시 Q_L 과 Q_F 는 양의 반한정 대칭 행렬이다.

$$(A_0 + A_1 - B_0 F - B_1 F)^T P_C + P_C (A_0 + A_1 - B_0 F - B_1 F) = -Q_L \quad (17)$$

$$(A_0 + A_1 - H_F C_0 - H_F C_1)^T P_0 + P_0 (A_0 + A_1 - H_F C_0 - H_F C_1) = -Q_F \quad (18)$$

$$V(x, e) = \begin{pmatrix} \hat{x}(t) \\ e(t) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \alpha^2 P_C & 0 \\ 0 & P_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{x}(t) \\ e(t) \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$, H^T H = P_C, \quad G^T G = P_0$$

$z(t) = \alpha Hx(t)$ 와 $s(t) = Ge(t)$ 으로 시스템 식과 Lyapunov 함수를 유사 변환하고, 식 (20)의 Razumikhin형의 정리를 이용하여 정리하면 식 (21)의 상태, 입력 및 출력 지연 시스템에 대한 시간지연 여유를 얻게 된다.

$$\| \begin{pmatrix} z(t+\theta) \\ s(t+\theta) \end{pmatrix} \| \leq \| \begin{pmatrix} z(t) \\ s(t) \end{pmatrix} \|, \quad \forall \theta \in [-2 \max(a, b, c), 0) \quad (20)$$

정 리 3: 시간지연을 고려하지 않고 LQG 조절기를 설계하여 상태, 입력 및 출력 지연 시스템에 적용하였을 때, 시간 지연량 a, b, c 가 다음 부등식을 만족하면 페루우프 시스템은 안정하다.

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} < \frac{\sigma(T_N)}{2\sigma(T_D)} \quad (21)$$

여기서 T_N 과 T_D 는 다음과 같다.

$$T_N = \begin{pmatrix} H^T Q_L H^{-1} & -\alpha H(B_0 + B_1) F G^{-1} \\ -\alpha [H(B_0 + B_1) F G^{-1}]^T & G^{-T} Q_F G^{-1} \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$T_D = \begin{pmatrix} T_{D11} & T_{D12} & T_{D13} & T_{D14} & T_{D15} & T_{D16} \\ T_{D21} & T_{D22} & T_{D23} & T_{D24} & T_{D25} & T_{D26} \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$T_{D11} = -HA_1(A-BF)H^{-1}$$

$$T_{D12} = HB_1F(A-BF)H^{-1}$$

$$T_{D13} = 0$$

$$T_{D14} = -\alpha HA_1BFG^{-1}$$

$$T_{D15} = \alpha HB_1FBFG^{-1} - \alpha HB_1F(A-H_F C)G^{-1}$$

$$T_{D16} = 0$$

$$T_{D21} = -\frac{1}{\alpha} GA_1(A-BF)H^{-1}$$

$$T_{D22} = \frac{1}{\alpha} GB_1F(A-BF)H^{-1}$$

$$T_{D23} = \frac{1}{\alpha} GH_F C_1(A-BF)H^{-1}$$

$$T_{D24} = -GA_1BFG^{-1}$$

$$T_{D25} = GB_1FBFG^{-1} - GB_1F(A-H_F C)G^{-1}$$

$$T_{D26} = GH_F C_1BFG^{-1}$$

증명: 증명 생략.

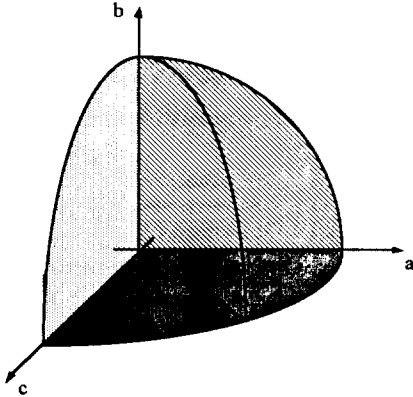


그림 2. 시간지연 시스템에 대한 LQG 조정기의 시간지연 안정도 여유 영역.

3. 루우프 전달 복구 특성

3.1 입력지연 시스템의 루우프 전달 복구 특성

다음 식 (24)과 같이 입력에 시간지연이 존재하는 시스템에 대해서 입력에 존재하는 시간지연이 시간지연 여유를 만족할 때 시간지연을 무시하고 LQG 조정기를 설계하자. 이때 식 (25)의 가격함수는 식 (26)의 가격함수로 변환가능하며, 식 (26)의 가격함수를 만족시키는 LQG 조정기는 시간지연을 무시한 시스템이 가안정성(stabilizability)과 가검출성(detectability) 조건을 만족할 때 식 (27)와 같이 구해짐을 알고 있다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A_0 \hat{x}(t) + B_1 u(t-h) + w(t) \quad (24)$$

$$y(t) = Cx(t) + v(t)$$

$$J_1(u) = \int_0^\infty (y^T(t)Qy(t) + u^T(t)Ru(t)) dt \quad (25)$$

$$J(u) = E \int_0^\infty (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)) dt \quad (26)$$

여기서 $Q = Q^T \geq 0$, $\rho > 0$ 이다.

$$u(t) = -R^{-1}B_1^T K_1 \hat{x}(t) \quad (27)$$

여기서 K_1 는 다음과 같은 LQ Riccati 방정식의 해이다.

$$0 = K_1 A_0 + A_0^T K_1 + C^T Q C - K_1 B_1 R^{-1} B_1^T K_1 \quad (28)$$

또한 $\hat{x}(t)$ 는 시스템 (24)에서 시간지연이 무시된 상미방시스템의 칼만필터로부터 얻어진다. 즉 가검출성(detectability) 조건 아래서 식 (29)과 같이 정리된다.

$$\frac{d}{dt} \hat{x}(t) = A_0 \hat{x}(t) + PC^T \Theta^{-1} [y(t) - C \hat{x}(t)] \quad , \quad \hat{x}(t) = x_0 \quad (29)$$

여기서 P 는 다음의 필터 대수 Riccati 방정식의 해이다.

$$0 = A_0 P + P A_0^T + \Xi - PC^T \Theta^{-1} CP, \quad P^T = P \quad (30)$$

여기서 Ξ 와 Θ 는 각각 영평균 백색잡음 $w(t)$ 와 $v(t)$ 의 공분산 세기이다. 시간지연여유 범위 내의 입력시간지연을 무시하고 설계한 LQG 제어기를 원래의 시간지연 시스템에 인가했을 경우의 전체 블럭도는 그림 3(b)와 같다.

정리 4: 칼만필터에 의해 다음이 조건이 만족되면 LQG 조정기의 루우프 전달 행렬은 LQ 조정기의 루우프 전달 행렬과 같아진다:

$$H_0(I + C\Phi(s)H_0)^{-1} = B_1(C\Phi(s)B_1)^{-1} \quad \forall s \in \mathbb{C} \quad (31)$$

증명: 그림 3(a)의 LQ 조정기는 절단점 \times 에서 루우프 전달함수 행렬이 식 (32)로 표현되어진다. 또한 그림 3(b)의 LQG 조정기의 루우프 전달함수 행렬은 절단점 \times 에서 식 (33)-(37)에 의해서 식 (38)과 같이 표현된다.

여기서 $\Phi(s) = [sI - A_0]^{-1}$ 이며 $H_0 = PC^T \Theta^{-1}$ 이다.

$$L_{LQ}(s) = F\Phi(s)B_1 e^{-s\alpha} \quad (32)$$

LQG 조정기의 경우엔

$$\hat{x}(s) = [I + \Phi(s)H_0 C]^{-1} \Phi(s)B_1 u'(s) + [I + \Phi(s)H_0 C]^{-1} \Phi(s)H_0 C \Phi(s)B_1 e^{-s\alpha} u''(s) \quad (33)$$

가 됨을 알 수 있고, 이 식을 다시 쓰면

$$\begin{aligned} \hat{x}(s) &= [I + \Phi(s)H_0 C]^{-1} \Phi(s)B_1 u'(s) \\ &+ [I + \Phi(s)H_0 C]^{-1} \Phi(s)H_0 C \Phi(s)B_1 e^{-s\alpha} u''(s) \\ &= [\Phi(s)^{-1} + H_0 C]^{-1} [B_1 u'(s) + H_0 C \Phi(s)B_1 e^{-s\alpha} u''(s)] \\ &= \Phi(s) [B_1(C\Phi(s)B_1)^{-1} - H_0(I + C\Phi(s)H_0)^{-1}] C\Phi(s)B_1 u'(s) \\ &+ \Phi(s)H_0(I + C\Phi(s)H_0)^{-1} C\Phi(s)B_1 e^{-s\alpha} u''(s) \end{aligned} \quad (34)$$

가 된다. 따라서 조건식 (31)이 만족되면 식 (34)는

$$\hat{x}(s) = \Phi(s)B_1 e^{-s\alpha} u''(s) \quad (35)$$

된다. 한편 그림 3(b)로부터

$$u'(s) = -F\hat{x}(s) \quad (36)$$

이므로 LQG 조정기의 루우프 전달 행렬은

$$L_{LQG}(s) = F\Phi(s)B_1 e^{-s\alpha} \quad (37)$$

로 주어진다. 또한 이 루우프 전달 행렬은 LQ 조정기와 같다. 이상으로 증명은 완료 된다. ■

상미방시스템에서와 동일한 조건식 (31)은 실제로는 개루우프 시스템의 극점에서만 만족하는 식이지만 필터 이득 H_0 를 스칼라 변수 q 로 매개변수화시켜 $q \rightarrow \infty$ 에 따라

$$\frac{H_0(q)}{q} = \frac{PC^T \Theta^{-1}}{q} \rightarrow B_1 V \quad (38)$$

를 만족시키는 필터 이득을 조절하면 조건식 (31)은 점근적으로 만족하게 된다[1]. 여기서 V 는 특이값이 아닌 unitary 행렬이다. 필터 이득 조정과정은 상미방 시스템에서와 같이 입력에 가상의 잡음을 첨가한다. 즉, 식 (24)로 주어지는 시스템의 입력단에 가상의 잡음 $n(t)$ 를 첨가하면 시스템 식 (24)은

$$\dot{\hat{x}}(t) = A_0 \hat{x}(t) + B_1 u(t-h) + w(t) + B_1 n(t-h) \quad (39)$$

와 같이 된다. 여기서 $n(t)$ 는 영평균 백색 잡음이고 $E[n(t)n^T(\tau)] = q^2 \delta(t-\tau)$ 이며 $w(t)$ 와는 독립적으로 가정한다. 이 경우에 새로운 잡음 $\tilde{w}(t)$ 를

$$\tilde{w}(t) = w(t) + B_1 n(t-h) \quad (40)$$

으로 정의하면

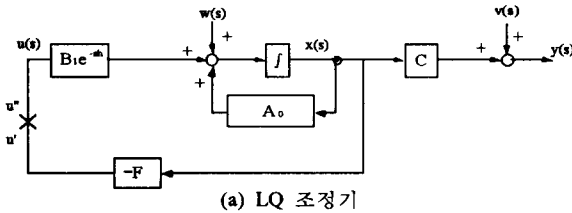
$$E[\tilde{w}(t)] = 0 \quad (41)$$

$$\begin{aligned} E[\tilde{w}(t)\tilde{w}^T(\tau)] &= E[w(t)w^T(\tau)] + E[B_1 n(t-h)n^T(\tau-h)B_1^T] \\ &= (\Xi + q^2 B_1 B_1^T) \delta(t-\tau) \end{aligned} \quad (42)$$

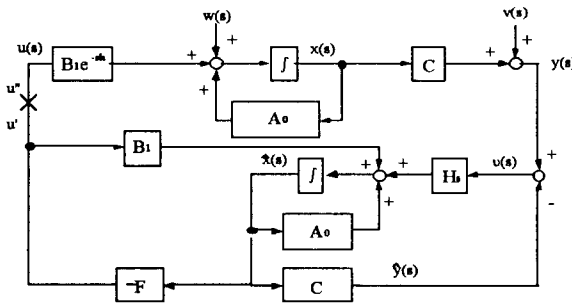
와 같으므로 새로운 잡음 세기들

$$\Sigma(q) = \Sigma(0) + q^2 B_1 B_1^T \quad (43)$$

와 같이 q 에 대해 매개변수화하여 칼만 필터의 이득을 구하게 된다. 이 경우 필터 이득은 개루우프 시스템이 최소 위상이고, 좌가역적(left invertible)하다는 조건에서 식 (38)과 같이 되어[1,2] 루우프 전달 행렬이 복구된다.



(a) LQ 조정기



(b) LQG 조정기

그림 3. 입력시간지연을 무시하고 설계한 LQ 조정기 및 LQG 조정기.

정리하면 LQG/LTR 루우프 전달함수 행렬의 크기는 칼만필터의 루우프 전달함수 행렬의 크기와 일치함을 알 수 있으며, 이는 본 연구에서 제안된 LQG/LTR 기법이 출력시간 지연 시스템에 대해서 복구오차없이 루우프 복구됨을 알 수 있다. 그러나 여기서 전달 복구되는 목표 루우프는 상미방 시스템인 경우 얻어지는 $(\frac{1}{2}, \infty)$ 의 이득 여유와 $\pm 60^\circ$ 이상의 위상 여유를 보장하지 못한다.

4. 예 제

입력에 시간지연이 존재하는 시스템 (44) 예제를 통해 제안된 LQG/LTR 방법의 루우프 전달복구 특성을 확인하자.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t-0.5) + \begin{bmatrix} 35 \\ -61 \end{bmatrix} w(t) \quad (44)$$

$$y(t) = [2 \ 1] x(t) + v(t)$$

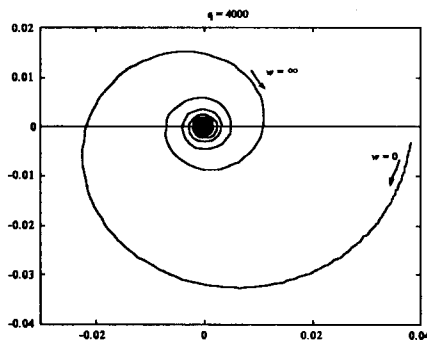


그림 4. 제안한 LQG/LTR 조정기의 Nyquist 선도.

식 (44)에서

$$E[u(t)] = E[v(t)] = 0, E[w(t)u(\tau)] = E[v(t)v(\tau)] = B\delta(t-\tau) \quad (45)$$

이다. 본 예제의 가격함수는 식 (46)와 (47)과 같이 정의하자. 이 예제는 시간지연량을 제외하고 Doyle과 Stein(1979)의 예제와 동일한 예제이다.

$$J(u) = E \int_0^\infty \{x^T(t) Q x(t) + u^2(t)\} dt \quad (46)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 2800 & 80\sqrt{35} \\ 80\sqrt{35} & 2800 \end{bmatrix} \quad (47)$$

5. 결 론

본 논문에서는 입력에 시간지연이 존재하는 시스템에 대해 시간지연이 없다고 가정하고 LTR 설계를 한 조정기를 시간지연이 존재하는 원래 시스템에 적용했을 때의 루우프 복구성능을 분석하고 LTR 설계 과정을 연구하였다. 이를 위해 시간지연을 무시하고 설계한 LQ 조정기 또는 LQG 조정기를 시간지연 시스템에 적용했을 때 안정도 문제를 해결하기 위한 시간지연 여유를 구하였고, 제안된 LTR 조정기가 목표 루우프로 완전히 루우프 전달복구됨을 보였다.

본 연구는 한국과학재단 핵심전문 연구비(951-0914-107-1) 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- [1] J. C. Doyle and G. Stein, "Robustness with observers," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.AC-24, pp.607-611, Aug. 1979.
- [2] H. Kwakernaak and R. Sivan, "The maximally achievable accuracy of linear optimal regulators and linear optimal filters," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.AC-17, pp. 79-86, Feb. 1972.
- [3] W. H. Kwon and S. J. Lee, "LQG/LTR methods for linear systems with delay in state," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.AC-33, no.7, pp.681-689, July 1988.
- [4] W. H. Kwon and S. J. Lee, "LQG/LTR methods for linear systems with delays in both the state and the input," *J. KIEE*, vol.1, no.2, pp.110-117, Sep. 1988.
- [5] W. H. Lee and B. Levy, "Robustness properties of linear quadratic hereditary differential systems," in *Proc. 21st IEEE CDC*, 1982, Orlando, FL, pp.1267-1272.
- [6] S. J. Lee, W. H. Kwon, and S. W. Kim, "LQG/LTR methods for linear input-delayed systems," *Int. J. Contr.*, vol.47, no.5, pp.1179-1194, May 1988.
- [7] S. J. Lee, S.-M. Hong and G. C. Goodwin, "Loop transfer recovery for linear systems with delays in the state and output," *Int. J. Contr.*, vol.61, no.5, pp.1099-1118, 1995.
- [8] S. J. Lee and S.-M. Hong, "Loop transfer recovery properties for output-delayed systems," *Control-Theory and Advanced Technology*, vol.10, no.5, 1995.
- [9] M. N. Oguztorel, *Time-Lag Control Systems*. Academic Press, London, 1986.
- [10] K. Uchida, E. Shimemura, and N. Abe, "Circle condition and stability margin of the optimal regulator for systems with delays," *Int. J. Contr.*, vol.46, no.4, pp.1203-1212, Oct. 1987.
- [11] 이상정, 홍석민, "출력 시간 지연 시스템의 LQG/LTR 방법," *전기학회 논문지*, 제43권 5호, pp. 827-837, 1994. 5.