

# 진화 알고리즘에 의한 로봇 매니퓰레이터의 최적 궤적 제어

## Optimal Trajectory Control for Robot Manipulator Using Evolutionary Algorithm

° 김기환, 박진현, 최영규

° 부산대학교 전기공학과 (Tel: 051-510-1544; Fax: 051-513-0212; E-mail: ykchoi@hyowon.cc.pusan.ac.kr)

**Abstract :** As usual systems, robot manipulators have also physical constraints for operating. It is a difficult problem that we operate manipulator in the minimal time under these constraints. In this paper, we solve this problem dividing it into two steps. In the first step, we find the minimal time trajectories by optimizing cubic polynomial joint trajectories using evolutionary algorithms. In the second step, we optimize controller for robot manipulator to track precisely trajectories optimized in the previous step.

**Keywords :** Evolutionary Algorithms, Trajectory Planning, Optimal Control

### 1. 서 론

보통의 일반적인 시스템과 마찬가지로 산업용 로봇 또한 그 동작에 있어서 물리적인 제약을 받기 마련이다. 이러한 제약조건들을 위배시키지 않고 최단시간내에 로봇이 주어진 경로를 추종하게끔 제어하는 것은 매우 어려운 문제이다. 이러한 문제는 결국 로봇의 제약조건들(예를 들어 속도, 가속도, 가속도의 변화율 등)을 고려한 시간 최적제어 문제가 된다. 본 연구에서는 이 문제를 해결하기 위해 문제를 두 가지 단계로 나누어 해결한다. 먼저 첫 번째 단계로 제약조건을 위배시키지 않는 최적의 궤적을 구하고 두 번째 단계로 앞서 미리 구해진 최적의 궤적을 로봇이 정밀하게 추적하도록 제어기를 최적설계한다. 여기서 첫 번째 단계의 매니퓰레이터의 점과 점사이의 이동곡선은 3차 다항식들로 표현된다. 이 3차 다항식들로 이루어진 궤적이 주어진 제약조건들을 만족하면서 최소시간 궤적이 되도록 하기위해서는 매니퓰레이터가 통과해야할 좌표상의 주어진 점들 사이의 이동시간  $h_i$  ( $h_1, h_2, \dots, h_n$ )들을 적절히 결정해주어야 한다[1]. 이 최적의  $h_i$ 를 구하기 위해서 Flexible Polyhedron Search 방법이 제시된 바 있으나[1] 이 알고리즘은 탐색의 결과가 초기치에 크게 의존하는 국부적 탐색방법이다.

본 연구에서는 간단하면서도 전역적 탐색능력이 우수한 진화 알고리즘(Evolutionary Algorithm)을 사용하여 시간간격  $h_i$ 를 최적화시켰다. 진화 알고리즘은 자연의 적자생존의 원리와 생물학적 진화과정을 모방한 알고리즘이며, 진화 알고리즘에는 유전알고리즘, 진화전략, 진화 프로그래밍 등이 있다[3,4]. 본 연구에서는 첫 번째 단계의 최적화 알고리즘으로 진화전략(Evolution Strategy)을 사용하였다. 그리고 두 번째 단계에서는 앞단계에서 최적화된 궤적을 매니퓰레이터가 잘 따라가게 하도록 제어기를 최적화 하였다. 이 제어기는 모델링 등에서의 오차로 인해 발생하는 공칭토크와 실제토크 사이의 오차를 보상해 주는 역할을

하며 이 제어기 또한 진화 알고리즘으로 최적설계하였다.

그리고 위에서 설명된 방법을 수직 2관절 로봇에 적용하여 그 시뮬레이션 결과를 보였다.

### 2. 로봇 매니퓰레이터 궤적 생성

본 연구에서 사용된 로봇 매니퓰레이터의 궤적은 점과 점사이의 이동곡선이 3차 다항식으로 이루어진 궤적이며 이것은 Lin 등에 의해 공식화된 바있다. 그림 1과 같이 매니퓰레이터가 이동해야 할 관절좌표계에서의 점들이  $(q_1, q_3, \dots, q_{n-2}, q_n)$ 로 주어지고  $h_i$ 를  $i$  번째 구간에서의 시간간격이라 할 때, 위치, 속도, 가속도에 대한 궤적은 두 점에서의 가속도로부터 1차의 가속도 궤적을 구하고 그것을 그림 2와 같이 차례로 적분하여 2차의 속도와 3차의 위치 궤적을 구한다[1,5].

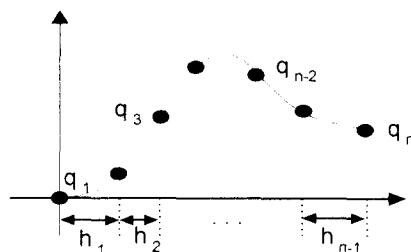


그림 1. 궤적이 통과해야할 좌표점  
Fig. 1. Knot points of trajectory

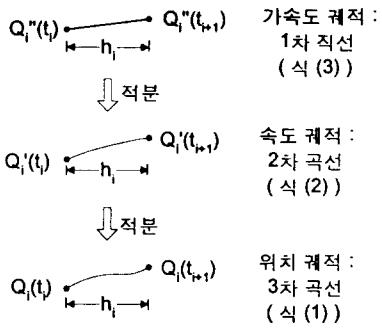


그림 2. 3차 궤적의 생성

Fig. 2. Generation of cubic polynomial trajectory

### ① 위치 궤적

$$Q_i(t) = \frac{Q_i''(t_i)}{6h_i}(t_{i+1} - t)^3 + \frac{Q_i''(t_{i+1})}{6h_i}(t - t_i)^3 + \left[ \frac{q_{i+1}}{h_i} - \frac{h_i Q_i''(t_{i+1})}{6} \right](t - t_i) + \left[ \frac{q_i}{h_i} - \frac{h_i Q_i''(t_i)}{6} \right](t_{i+1} - t)$$

$i = 1, \dots, n-1$

$$q_2 = q_1 + h_1 v_1 + \frac{h_1^2}{3} a_1 + \frac{h_1^2}{6} Q_1''(t_2)$$

$$q_{n-1} = q_n - h_{n-1} v_n + \frac{h_{n-1}^2}{3} a_n + \frac{h_{n-1}^2}{6} Q_{n-2}''(t_{n-1})$$

$Q_i(t)$ ,  $Q_i'(t)$ ,  $Q_i''(t)$ 는 각각 구간  $i$ 에서의 매니퓰레이터의 위치, 속도, 가속도를 나타낸다.

### ② 속도궤적

$$Q_i'(t) = \frac{-Q_i''}{2h_i}(t_{i+1} - t)^2 + \frac{Q_{i+1}''}{2h_i}(t - t_i)^2 + \left( \frac{q_{i+1}}{h_i} - \frac{h_i Q_{i+1}''}{6} \right) - \left( \frac{q_i}{h_i} - \frac{h_i Q_i''}{6} \right)$$

$i = 1, \dots, n-1$

### ③ 가속도궤적

$$Q_i''(t) = \frac{t_{i+1} - t}{h_i} Q_i''(t_i) + \frac{t - t_i}{Q_i''(t_{i+1})} \quad (3)$$

$i = 1, 2, \dots, n-1$

여기서 각 점에서의 가속도  $Q_i''(t_i)$ 는 주어진 점과 시간간격  $h_i$  그리고 시작 점과 마지막 점에서의 속도, 가속도를 이용하여 구할 수 있다.

## 3. 로봇 매니퓰레이터 궤적의 최적화

앞의 단락에서 식(1)에 의해 궤적을 구하기 위해서는 주어진 점과 점사이의 이동시간  $h_i$ 의 값들이 주어져야 하는데 제약조건들(속도, 가속도, 가속도의 변화율, 토크등)을 위배시키지 않으면서 최단시간의 궤적을 만들어 내는  $h_i$ 를 찾기위한 알고리즘으로 Flexible Polyhedron 탐색방법이 제시된 바 있다[1]. 이 탐색알고리즘은 구현절차가 복잡하고 탐색의 결과가 초기치에 크게 의존하는 국부적 탐색알고리즘이다[2].

본 연구에서는 이 최적의  $h_i$ 를 찾기 위한 알고리즘으로 진화 알고리즘을 사용하였다. 진화알고리즘은 간단하면서도 전역적 탐색능력이 우수한 탐색알고리즘으로 알려져있다[3,4]. 여기서는 진화알고리즘중에서도 비교적 간단하고 탐색속도가 빠른 진화전략(Evolutionary Strategy)을 사용한다.

### 3.1 진화전략(Evolution Strategy)

진화전략은 다른 진화알고리즘에 비해 구현이 간단하고 파라미터를 부호화 하지 않고 그대로 사용하며 연산자 또한 돌연변이 연산자만을 가지고 있다. 진화전략에서 자손세대를 만들기 위한 돌연변이 연산은 식(3)과 같이 이전의 값에 가우스 랜덤변수를 더하여 만든다[4].

$x$  : 이전 세대의 탐색 파라미터

$x'$  : 다음 세대의 탐색 파라미터

$\sigma$  : 표준편차

$$x' = x + N(0, \sigma) \quad (4)$$

여기서 표준편차  $\sigma$ 는 진화전략의 탐색속도와 탐색영역의 크기를 결정하는 중요한 인자이다.  $\sigma$ 가 너무 작으면 탐색속도가 느려지고 너무 크면 탐색은 랜덤탐색의 경향을 띠게된다. 본 연구에서는 탐색알고리즘의 빠른 수렴속도와 정밀한 탐색을 위해 표준편차를 적합도 함수의 값에 따라 가변시킨다. 즉, 적합도가 작으면 탐색영역을 크기를 크게하기 위해 표준편차를 크게하고 어느 정도 탐색이 진행되면 세밀한 탐색을 하기위해 표준편차를 작게 한다. [식(5)]

$$\text{표준편차} = Kst * (1/\text{fitness})^2 \quad (5)$$

### 3.2 적합도 함수

진화전략에서 다음의 세대에서 우수한 개체를 만들기 위해서는 우수한 부모개체로 부터 새로운 개체를 생성해야 한다. 따라서 우수한 개체를 선별하기 위해서는 개체를 평가하는 적합도 함수(fitness function)가 필요로하게 된다.

본 연구에서 사용된 적합도 함수는 다음과 같다.

$$f = 1/(sumtime + p1^2 + p2^2 + p3^2) \quad (6)$$

$$p1 = W_{vel} * \left( \sum_{j=1}^{JOINT} \sum_{i=1}^{POINT} OVC(j, i) \right)$$

$$p2 = W_{acl} * \left( \sum_{j=1}^{JOINT} \sum_{i=1}^{POINT} OAC(j, i) \right)$$

$$p3 = W_{jerk} * \left( \sum_{j=1}^{JOINT} \sum_{i=1}^{POINT} OJC(j, i) \right)$$

$$sumtime = \sum_{i=1}^{POINT} h_i$$

여기서  $OVC(j,i)$ ,  $OAC(j,i)$ ,  $OJC(j,i)$ 는 관절  $j$ , 구간  $i$ 에서의 속도, 가속도, jerk(가속도의 변화율)의 제약조건에 대한 위배정도를 나타내고,  $W_{vel}$ 와  $W_{acl}$ ,  $W_{jerk}$ 은 속도와 가속도 그리고 jerk(가속도의 변화율)의 제약조건들에 대한 위배정도가 적합도 함수에 미치는 영향의 크기를 나타내는 가중치이다.

#### 4. 로봇 매니퓰레이터의 궤적제어

로봇의 공칭 동력학식이 알려져 있다면 최적화된 궤적으로부터 로봇이 그 궤적을 추종 하게끔 하는 공칭 토크를 구할 수 있다. 만약 공칭 동력학식이 완전히 정확하다면 공칭 토크만으로 로봇을 완전히 제어할 수 있을 것이다. 그러나 로봇의 모델링에서의 오차 등에 의해 실제의 동력학식은 공칭 동력학식과 약간의 차이가 날 수 있다. 따라서 최소시간 궤적에서 구한 토크 값만을 제어량으로 사용하면 그 궤적을 정확히 추적하기 어렵다 [6]. 그러므로 이러한 추적오차를 보상하는 궤적제어기가 필요하며 제어기의 이득들을 진화알고리즘으로 최적화하여 최소시간 궤적을 정밀하게 추적하도록 하였다. 로봇 매니퓰레이터의 제어 시스템의 블록도는 그림 3과 같다.

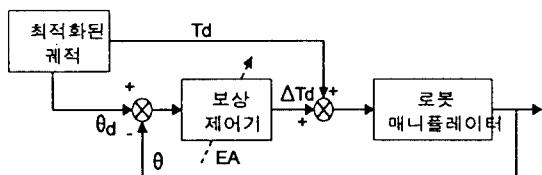


그림 3. 로봇 매니퓰레이터의 제어 블록도  
Fig. 3. Robot Manipulator Control Blockdiagram

#### V 시뮬레이션

시뮬레이션에서 사용된 2관절 로봇 매니퓰레이터의 동력학식은 다음의 식(7)과 같다.

$$\tau = D(\theta) \ddot{\theta}(t) + h(\theta, \dot{\theta}) + c(\theta) \quad \text{---(7)}$$

$$\text{여기서 } \tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} (m_1 + m_2)l_1^2 + m_2l_2^2 + 2m_2l_1l_2\cos\theta_2 & m_2l_2^2 + m_2l_1l_2\cos\theta_2 \\ m_2l_2^2 + m_2l_1l_2\cos\theta_2 & m_2l_2^2 \end{pmatrix},$$

$$\ddot{\theta} = \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix}, h = \begin{pmatrix} -m_2l_1l_2(2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2)\sin\theta_2 \\ m_2l_1l_2\dot{\theta}_1^2\sin\theta_2 \end{pmatrix},$$

$$c = \begin{pmatrix} (m_1 + m_2)gl_1\cos\theta_1 + m_2gl_2\cos(\theta_1 + \theta_2) \\ m_2gl_2\cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix}$$

매니퓰레이터가 통과해야 할 관절 좌표계에서의 점과 물리적 제약조건들은 각각 표1과 표2와 같다.

<표1> 궤적이 통과해야 할 좌표점

좌표계	관절 좌표계	
	Joint 1	Joint 2
point 1	20°	35°
point 3	70°	60°
point 4	95°	75°
point 5	110°	80°
point 6	120°	90°
point 8	180°	105°

<표2> 시뮬레이션에 사용된 로봇의 제약조건

	Joint 1	Joint 2
속도	60° /sec	60° /sec
가속도	55° /sec²	55° /sec²
가속도의 변화율	60° /sec³	60° /sec³

$h_i$ 들을 최적화시키는 알고리즘으로 ES를 사용했는데 여기서의 해집단의 크기는 21로 하였고 적합도 함수는 앞에서 정의한 바와 같다. 그림 3에서 보듯이 진화알고리즘이 진행됨에 따라 궤적의 이동시간이 점점 줄어드는 것을 알 수 있고 찾아낸 해가 처음에 설정한 제약조건들을 위배하지 않는다는 것을 그림 4, 5에서 확인할 수 있다. 그림 4에서 보듯이 jerk에 대한 궤적의 제약조건에 거의 근접한 최단시간의 궤적이 얻어졌다.(jerk이 거의 제약조건에 있으므로 속도나 가속도는 더 이상 증가하지 못한다.)

그림 7은 실제의 로봇의 다이나믹스와 공칭 다이나믹스 사이에 오차가 존재한다고 가정 했을 때 이것을 보상해 주는 제어기를 최적화하는 과정을 보여준다. 여기서는 로봇 팔의 실제 질량이 공칭값보다 5%큰 값이라 가정하고 시뮬레이션하였으며 보상 제어기로는 PID제어기를 사용했고 ES로 PID 계인을 최적설계하였다. 그림 7이 보여주듯이 최적화 과정이 진행됨에 따라 매니퓰레이터가 원래의 바람직한 궤적을 아주 정밀하게 추종하는 것을 볼 수가 있다.

그리고 임의의 초기상태에서 시작하는 여러번의 시행을 통한

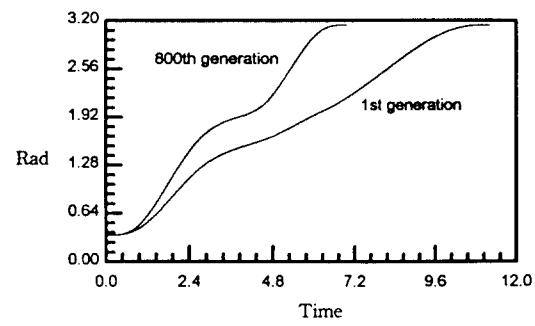


그림 4. joint 1의 최적화

Fig. 4. Optimization for joint 1

ES와 Flexible Polyhedron Search 알고리즘의 탐색결과들을 보여

주는 그림(8)에서 ES가 전반적으로 우수한 탐색결과를 보여주고 있다는 것을 알 수 있다

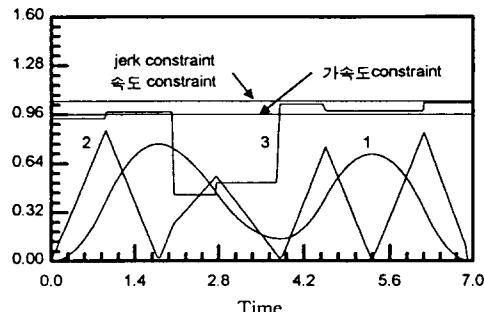


그림 8. Joint 1의 속도(1), 가속도(2), jerk(3)의 절대치

Fig. 5. Absolute speed(1), acceleration(2), jerk(3) for joint 1

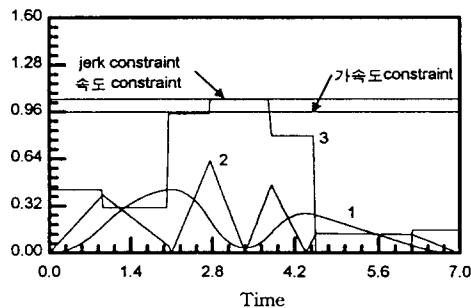


그림 9. Joint 2의 속도(1), 가속도(2), jerk(3)의 절대치

Fig. 6. Absolute speed(1), acceleration(2), jerk(3) for joint 2

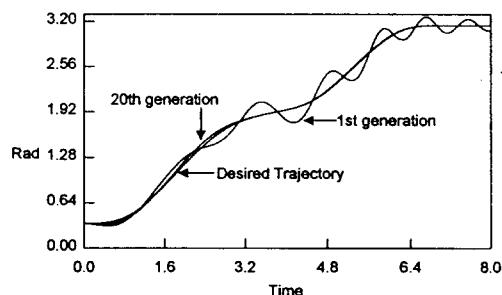


그림 11. 제어기의 최적화

Fig. 7. Optimization for controller

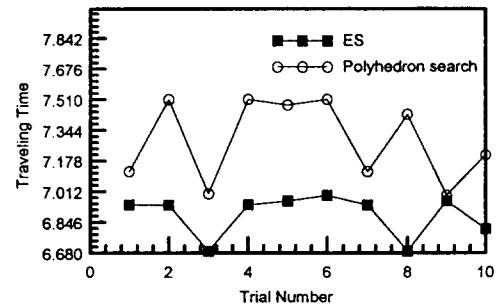


그림 8. ES, Polyhedron 알고리즘의 성능 비교  
Fig. 8. Performances of ES, Polyhedron search

## VI 결 론

본 연구에서는 로봇의 이동궤적을 3차 다항식으로 설계하였고 그것을 ES로 최적화 하였다. 시뮬레이션 결과가 보여주듯이 최적화된 궤적은 주어진 제약조건들을 위배하지 않으며 여러 번의 시행을 통해서 볼 때 그 탐색결과가 Flexible Polyhedron 탐색방법보다 우수하였다. 그리고 이 궤적에 의해 로봇을 정밀하게 제어하기 위하여 모델링에서의 오차 등을 고려하는 제어기 또한 최적설계 했는데, 이 제어기에 의해 모델링에서의 오차에도 불구하고 로봇이 원래의 궤적을 잘 따라가는 것을 확인할 수 있었다.

## References

1. Chun-Shin Lin, Po-Rong Chang, I.Y.S. LUH, "Formulation and Optimization of Cubic Polynomial Joint Trajectories for Industrial Robots", IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL, VOL. AC-28, NO. 12, DECEMBER 1983
2. David M. Himmelblag "Applied Nonlinear Programming", McGRAW-HILL BOOK COMPANY
3. David E. Goldberg "Genetic Algorithms in search, Optimization, and Machine Learning", Addison-Wesley Publishing Company, INC
4. Zbigniew Michalewicz, "Genetic Algorithms+Data Structures = Evolution Programs", Springer-Verlag
5. K.S. Fu, R.C. Gonzalez, C.S.G. Lee, "Robotics", McGRAW-HILL BOOK COMPANY
6. F. L. LEWIS, C.T. ABDALLAH, D.M. DAWSON, "CONTROL OF ROBOT MANIPULATORS", MACMILLAN