Proceedings of the 11th
KACC, October 1996

Radial Basis 함수 회로망을 이용한 비선형 시스템 제어기의 설계에 관한 연구

Design of Nonlinear System Controller Based on Radial Basis Function Network

°박경훈°, 이양우,° 차득근°
°동의대학교 전기공학과 (Tel:+82-51-890-1667; Fax:+82-51-890-1619; E-mail: khpark@turtle.dongeui.ac.kr)

Abstract The neural network approach has been shown to be a general scheme for nonlinear dynamical system identification. Unfortunately the error surface of a Multilayer Neural Network(MNN) that widely used is often highly complex. this is a disadvantage and potential traps may exist in the identification procedure. The objective of this paper is to identify a nonlinear dynamical systems based on Radial Basis Function Networks(RBFN). The learning with RBFN is fast and precise. This paper discusses RBFN as identification procedure is based on a nonlinear dynamical systems. and A design method of model following control system based on RBFN controller is developed. As a result of applying this method to inverted pendulum, the simulation has shown that RBFN can be used as identification and control of nonlinear dynamical systems effectively.

keywords Nonlinear Dynamical Systems, System Identification, Radial Basis Function Networks(RBFN)

1. 서론

시스템의 식별은 입출력 데이터로부터 동적 시스템의 모델을 결정하는 것으로써 모델에 대한 지식은 고성능 제어 시스템의 설계및 구현에 필수적이다. 많은 실제 시스템은 복잡한 비선형 특성을 갖고 있고 기존의 선형 이론을 사용하여 비선형시스템을 다루는 데는 한계가 있어 만족할 만한 결과를 얻지 못하였다. 입출력 데이터로부터 복잡한 비선형 사상 관계를 학습할 수 있는 능력을 갖고 있는 신경망은 매우 복잡한 비선형성을 갖는 시스템을 모델링하고 식별하는데 이용하게 되었다[1,2]. 비선형 시스템을 모델링하고 식별 및 제어에 이용되는 신경망의 대부분을 차지하는 모델은 오차 역전파 학습법을 이용한 다층 신경망(Multilayer Neural Networks, 이하 MNN)이다. 그러나 이 역시 학습 시간이 길고 국부 오차에 빠질 우려가 있으며 학습률의 선정과 적절한 뉴런 층의 구성이 힘든 문제점이 있다. 그러나, Radial basis 함수 회로망(RBFN)과 같은 지역연결 신경망은 훈련 데이터들을 특성에 따라 분류하고 특성별로 다른 연결강도를 사용하여 지역적 일반화 성능을 일반화 성능을 개선하는 구조의 신경망이다. 이 지역연결 신경망은 유사한 특성을 갖는 지역적 데이터간에만 공통 파라미터를 찾게 되므로 학습이 훨씬 쉽고 학습속도도 매우 빠르다는 장점이 있어서 부분적 비선형성이 심한 시스템 식별에 유용하다[3].

본 논문에서는 지역연결 신경망의 하나인 radial basis 함수 신경망의 학습방법을 응용한 비선형 시스템 제어기를 구성하여 역전파학습 알고리즘의 단점인 학습시간을 개선함과 동시에 제어기의 성능향상을 하였다. 그 유효성을 비선형 부하인 Pendulum을 사용하여 컴퓨터 시뮬레이션으로 입증하였다.

2.비선형 시스템의 식별

설명의 편의를 위해서 SISO(single-input/single output)의 이산시간 비선형 동적 시스템을 고려해 보자.

$$y(k+1)=f(y(k),y(k-1),\cdots,y(k-m+1),u(k),u(k-1),\cdots,u(k-n+1)) \quad (1)$$

여기에서 $y(k)\in R^1$와 $u(k)\in R^1$는 각각 시스템의 출력과 입력이고, $f:R^{m+n}\rightarrow R^1$는 미지의 비선형 함수이다. 양의 정수 m과 n은 시스템 출력과 입력의 최대 시간지연을 나타낸다. 플랜트는 입력의 존재하에서 BIBO(bounded-input bounded-output) 안정하다고 가정한다. 그러므로 플랜트의 모든 신호는 균등하게 유계(uniformly bounded)이다. 따라서 플랜트 입력은 일정 크기의 값으로 제한한다. 즉, 시간 k에 대하여 $u_{\min}\le u(k)\le u_{\max}$ 이다.

이 논문에서에서는 그림 1과 같이 직병렬 모델(series-parallel model)구조를 사용하여 비선형 시스템을 식별한다[4]. 이 경우 직병렬 구조에 의한 입출력 관계는 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{y}(k+1)=F(y(k),y(k-1),\cdots,y(k-m+1),u(k),u(k-1),\cdots,u(k-n+1)) \quad (2)$$

여기에서 $\hat{y}(k+1)$은 시스템의 식별된 출력 즉, 신경망의 출력이고, F는 신경망에 의하여 표현되는 비선형 사상이다. 위 식으로부터 알 수 있듯이 직병렬 식별 구조는 플랜트의 출력이 식별 모델로 되먹임되어 식별기의 입력이 된다.

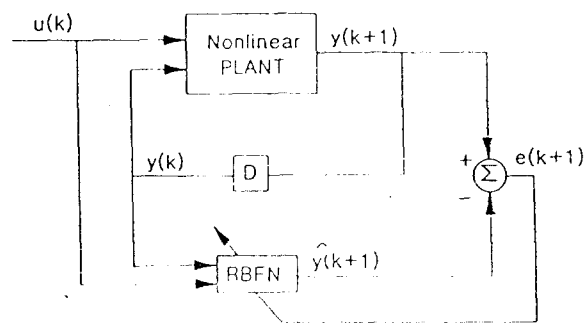

그림 1. 비선형 시스템의 식별 구조
Fig. 1 A Structure of identification for nonlinear systems

그림 1에서 D는 플랜트 입출력 신호의 시간지연 요소를 나타낸다. 그러므로 플랜트 입력 및 출력 벡터의 시간지연값이 신경망의 입력 벡터를 이룬다. 비선형 시스템 식별의 목적은 시스템 출력과 식별기 출력 사이의 오차 $e(k)=y(t)-\hat{y}(k)$를 최소화하는 것이다. 신경망의 출력 벡터 $(\hat{y}(k),y(k-1),\cdots,\hat{y}(k-m+1))$가

신경망의 입력으로 작용하는 병렬 식별구조에 비해 직병렬 식별 구조는 몇 가지 장점이 있다. 첫째, 플랜트가 BIBO 안정하다고 가정할 경우 식별 과정에서 이용되는 모든 입력신호는 유계이다. 둘째, 모델 내에서 되먹임 루프가 존재하지 않기 때문에 계산과정을 줄일 수 있는 정적 역전달 알고리즘이 파라미터를 조정하는데 이용될 수 있다. 셋째, 출력 오차 $e(k)$가 점근적으로 $\lim_{k\to\infty} e(k)=0$이 된다고 가정하면 직병렬 모델은 병렬 모델에 의해서 대치될 수 있다. 위의 특징을 기초로 신경망을 이용한 시스템 식별 구조에서 직병렬 모델을 많이 사용하고 있다.

3. Radial Basis 함수 회로망(RBFN)

Radial Basis 함수는 입력 벡터 $\vec{x}$와 중심 벡터 $\vec{c}$ 사이의 거리 $r=\|\vec{x}-\vec{c}\|$ 에 의존하는 다차원 함수이다. 비선형 함수를 근사화 하기위한 가장 간단한 접근 방법은 고정된 비선형 basis 함수(φ_i)의 선형 조합에 의해 구하고자 하는 비선형 함수를 식(3)과 같이 근사화 하는 것이다.

$$F(\vec{x})=\sum_{i=1}^{N}\omega_i\varphi_i \tag{3}$$

이 회로망의 궁극적인 목적은 계수 ω_i를 추정하는 것이다. 그러나 일반적으로 필요한 basis의 함수의 수는 근사화 할 함수의 차원에 따라 지수적으로 증가한다. 한편 radial basis 함수는 문제의 차원이 증가함에 따라 조절 가능한 매개 변수의 급격한 증가를 근본적으로 피할 수 있는 다차원 근사화 혹은 적합(fitting)을 위한 알맞은 수단이 될 수 있다.

출력이 1차인 radial basis 함수 회로망의 구조는 그림 2와 같으며 고차원 출력에 대한 회로망의 확장은 동일한 방식으로 이루어질 수 있다.

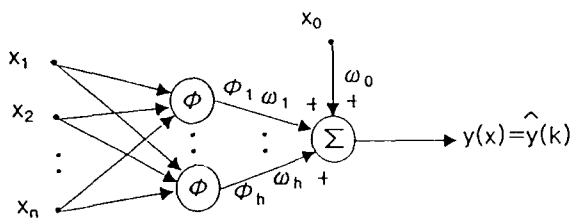

그림 2. Radial basis 함수 회로망
fig. 2. Radial basis function network

은닉층의 뉴런이 갖는 비선형성을 나타내는 radial basis함수 $\varphi(\vec{x})=\phi(\|\vec{x}-\vec{c}\|)$ 로는 여러 종류의 함수들이 사용되나, 가장 많이 사용되는 것은 중심 벡터 $\vec{c}$에서 최대값을 가지고 중심으로부터 거리가 증가함에 따라 단조감소하는 가우시안 함수이다. Radial basis 함수로서 가우시안 함수를 사용할 때의 회로망은 다음과 같이 동작한다.

즉, 입력 벡터 $\vec{x}$에 대해 각 은닉층의 뉴런은 폭(width) 혹은 척도(scaling) 파라미터 σ_i와 중심 벡터 $\vec{c_i}$에 대해 식(4)와 같은 지수함수를 계산한다.

$$\varphi_i=\exp[-D^2{}_i/(2\sigma^2{}_i)]$$
$$D^2{}_i=(\vec{x}-\vec{c_i})^T(\vec{x}-\vec{c_i}) \tag{4}$$

이 때 은닉층 뉴런의 중심벡터는 입력 학습 벡터의 값으로 할당하고 출력 뉴런은 이러한 은닉층 뉴런들의 응답의 선형 조합으로 식(13)과 같은 추정치를 계산한다.

$$\hat{y}=\omega_0+\sum_{i=1}^{N}\omega_i\psi(\|\vec{x}-\vec{c_i}\|) \tag{5}$$

여기서 $\vec{x}=(x_1,x_2,\cdots,x_p)$는 입력 벡터이고

$\vec{c_i}\in R^P(i=1,2,\cdots,N)$는 각 은닉층 뉴런의 중심 벡터이며

$\omega_i(i=0,1,\cdots,N)$는 출력층 연결 강도이다[5,6].

radial basis 함수 회로망은 충분한 수의 은닉층이 사용되고, 중심 벡터 $\vec{c_i}$가 적절하게 입력공간에서 분배되어 있다면 비선형의 다차원 함수의 넓은 영역에서도 잘 식별된다.

일반적으로 Radial Basis 함수 회로망은 세가지의 파라미터가 규정되어 있어야한다. 중심 벡터 $\vec{c_i}$와 폭(width) 혹은 척도(scaling) 파라미터 σ_i, 가중치 ω_i 이와 같은 Radial Basis 함수의 파라미터들은 세계의 연속적인 단계로 부터 결정되어진다.

이것을 결정하는 가장 간단한 방법은 학습데이타로 랜덤하게 선택하는 것이다. 그러나 이런 경우에는 은닉층의 뉴런수가 입력영역의 전부를 해결하려면 상대적으로 커지게 된다. 또 다른 향상된 접근방법은 K-means clustering algorithm을 적용하는 것이다. 이 알고리즘의 기초적인 생각은 attractor의 자연적으로 측정하는 것에 의해 중심 벡터 C_i를 분배하는 것이다.

만약 data점의 밀도가 높다면 중심벡터의 밀도도 높아진다. K-means clustering algorithm은 중심벡터 C_i와 학습 데이터를 여러개의 클러스터(cluster)로 분할하여 각 클러스터당 하나의 그룹을 형성한다. 각 클러스터 중심 벡터는 RBF 회로망 속의 h가 뉴런수의 그룹으로 된다. 한번 cluster와 중심 벡터가 결정되면 P-nearest neighbor heuristic 방법에 의한 것으로 부터 척도 파라미터가 결정된다.

$$\sigma_i=\frac{1}{p}\sum_{j=1}^{p}[\,\|C_i-C_j\|^2]^{1/2} \tag{6}$$

여기서 C_j는 σ_i의 P-nearest neighbor이다.

그 RBFN 모델을 그림 3에 나타 내었으며 여기서 n은 그룹의 수이고 n'는 각 그룹에 있어서의 radial basis 함수의 수이다.

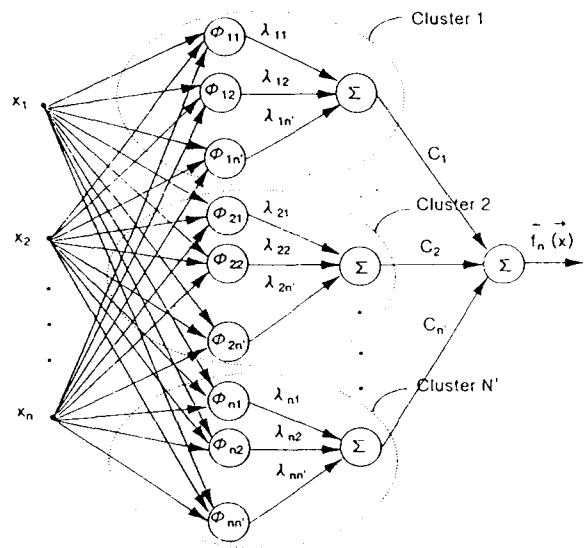

그림 3. 개선된 Radial basis 함수 회로망
fig. 3. improved Radial basis function network

그림 3에 나타낸 RBFN의 출력은 식(7)과 같이 나타내어진다.

$$F(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{N} c_i \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij} \Phi(\| \vec{x} - \vec{x}_{ij} \|) \quad (7)$$

4. 제어기의 구성

RBFN으로 플랜트를 식별하고 이 결과를 이용해 플랜트의 출력이 주어진 궤적에 추종하는 모델 추종 제어계를 구성한다. 모델 추정 제어계는 플랜트의 입력과 출력을 이용해 제어기의 파라메타를 조정하는 직접제어방식과 추정된 플랜트 파라미터를 조정하는 간접 제어방식이 있는데 본 연구에서는 미지 플랜트의 파라미터를 RBFN으로 RBFN으로 인식하는 과정을 거치게 되므로 간접제어방식을 취한다. 이 제어방식의 기본 구성을 그림4에 나타내었다.

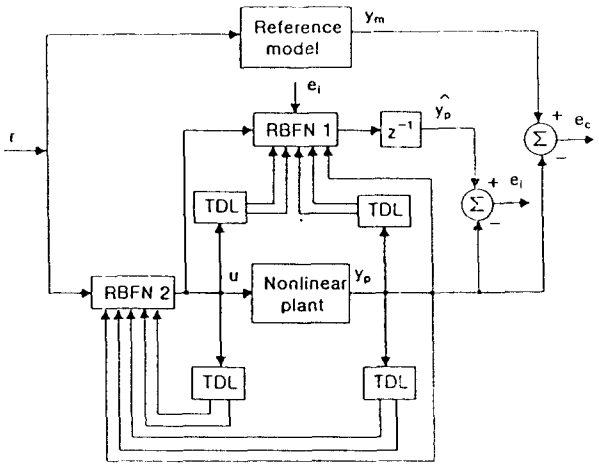

그림 4. RBFN을 사용한 간접제어 방식
fig. 4. Indirect adaptive control using RBFN

그림4에는 두개의 RBFN이 있는데 RBFN1은 플랜트의 인식을 위한 것이며 RBFN2는 플랜트의 제어신호를 발생하는 것이다.

5. 시뮬레이션 결과

제안된 제어기법의 유용성을 살펴보고자 다음과 같은 inverted pendulum 시스템을 이용하여 시뮬레이션을 하였다.
도립진자의 운동방정식을 나타내면 식(7)과 같다.

$$(m_p + m_c)\ddot{x} + m_p \ddot{\alpha} I_p \cos(\alpha) - m_p \dot{\alpha}^2 I_p \sin(\alpha) = i \quad (7)$$

$$m_p I_p \cos(\alpha)\ddot{x} - m_p I_p \sin(\alpha)\dot{\alpha}\dot{x} + m_p \ddot{\alpha} I^2_p - m_p g I_p \sin(\alpha) = 0$$

상태방정식은 식(8)과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\alpha} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{m_p g}{m_c} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(m_p + m_c)g}{m_c I_p} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \alpha \\ \dot{x} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_c} \\ \frac{-1}{m_c I_p} \end{bmatrix} F \quad (8)$$

여기서
F = 수레를 미는 힘(N)
m_p = 진자의 질량(Kg)
m_c = 수레의 무게(Kg)
L_p = 진자의 중심길이(m)(진자의 길이의 반)

표 1. 표 inverted pendulum의 각 파라미터.
table 1. parameter of inverted pendulum.

수레의 무게(mc)	0.21kg
진자의 길이(L_P)	0.61m
수레의 초기 위치	0.5m
초기 각도	30°

시뮬레이션에 사용된 제어기의 구성은 그림 4와 같이 구성하였으며 RBFN1은 펜들럼의 식별을, RBFN2는 펜들럼의 출력을 입력으로 받아들여 그 출력이 교사신호에 맞는 pendulum에 가해지는 입력이 되도록 구성하였다. 그 결과를 그림 5와 그림 6에 나타내었으며 그결과 식별능력과 모델 추종능력이 우수함을 알 수 있었다.

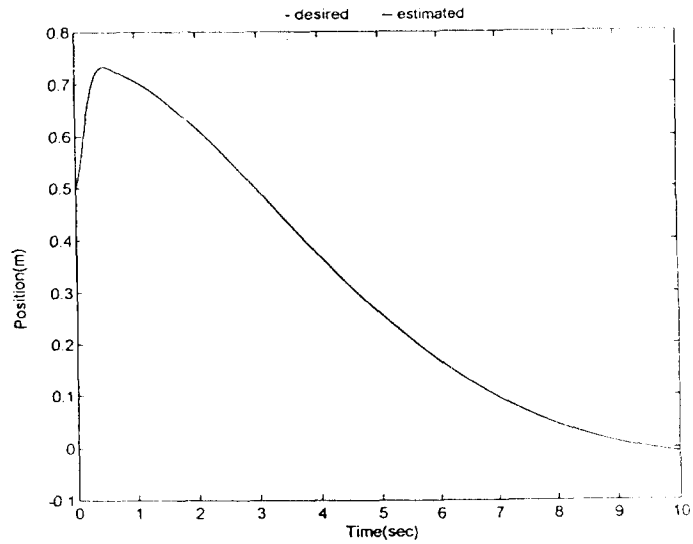

그림 5. pendulum의 위치 변위
fig 5. positional displacement of a pendulum

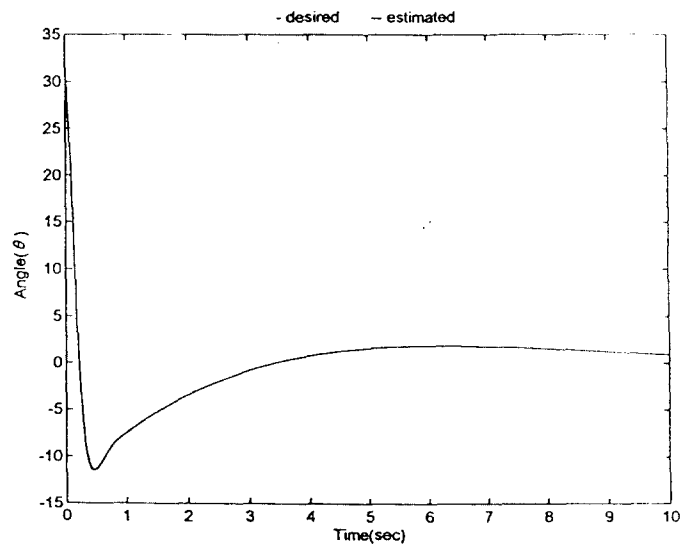

그림 6. pendulum의 각도 변위
fig 6. angular displacement of a pendulum

6. 결론

인공 신경망은 비선형 동적 시스템을 모델링하고 식별하는데 유용한 일반적인 기법이다. 역전파 기법같은 식별 방법은 가장 널리 사용되는 기법이지만 학습이 어렵고 국부 수렴에 빠질 단점이 있다. 그러나 제안한 radial basis 함수 신경망의 학습 방법은 학습데이타들을 특성에 따라 분류하고 특성별로 다른 연결 강도를 사용하므로 학습속도가 빠르고, 국부오차등의 문제를 개선 할 수 있는 유용한 기법이다. 본 논문에서는 radial basis 함수 신경망을 이용한 비선형 동적 시스템의 식별능력과 제안한 모델 추종형 제어계 설계법의유용성 입증 하고자 비선형 부하인 Pendulum을 대상으로 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였으며, 본 시뮬레이션을 통해 비선형 시스템을 잘 식별하며 제안한 제어계의 설계법이 유효함을 확인할 수 있음을 보였고 학습시간 및 수행속도가 빠름을 알 수 있었다. 이상의 radial basis 함수 신경망에 의한 비선형 시스템의 식별과 모델 추종형 제어계 설계법을 제안하였다. 이러한 radial basis 함수 신경망은 복잡한 비선형 시스템의 제어기 구현에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

[1] K. Hornik, M. Stinchcombe, and H. White "Mutilayer Feedforward networks are universal approximators," Neural Networks, vol. 2, pp. 303-314, 1989.

[2] W. R. Miller, R. S. Sutton, and P. J. Werbos, Neural Networks for Control, Cambridge, MA, MIT Press, 1990

[3] S. Chen and S. A. Billings, "Neural networks for nonlinear dynamic system modelling and identification," International Journal of Control, vol. 36, no. 2, pp. 319-346, 1992.

[4] K. S. Narendra and K. Parthasarathy, " Identification and control of dynamical systems using neural networks,"IEEE Transactions on Neueal Networks, vol. 1, no. 1, pp. 4-27, 1991

[5] M. J. D. Powell, "The theory of radial basis function approximation in 1990," in Advances in Numerical Analysis, W. Light, Ed., vol. 2, Oxford : Clarendon, 1992, pp. 102-205.

[6] X. D. He and A. Lapedes, "Nonlinear Modeling and Prediction by Successive Approximation using Radial Basis Function", Physica D, vol. 70, pp. 289-301, 1994.

[7] A. S. Lspedes and R. Farber, "Nonliner Signal Processing Using Networks : Prediction and System Modeling", Technical Report, LA-UR-87-2662, Los Alamos National Laboratory, 1987.

[8] M. Casdagli, "Nonlinear Prediction of Chaotic Time Series", Physica D, vol. 35, pp. 335-356, 1989.

[9] A. M. Bloch, M. Reyhanoglu, and N. H. McClamroch, "Control and stabilization of nonholonomic dynamic systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 37, no. 11, pp. 1746-1757, 1992.

[10] T. Poggio and F. Girosi, "Networks for approximation and learning," proc. IEEE, vol. 78, no. 9, pp. 1481-1497, 1990.

[11] R. Sanner and J.-J. E. Slotine, "Gaussian networks for direct adaptive control," IEEE Trans. Neural Networks, vol. 3, no. 6, pp. 837-863, 1992.

[12] G. C. Goodwin and R. L. Payne. Dynamic System Identification : Experiment Design and Data Analysis. Academic Press, 1977.