

## 관성항법시스템을 이용한 구륜 이동 로봇의 위치제어에 관한 연구

### A Study on Position Control of Wheeled Mobile Robot Using the Inertial Navigation System

박봉렬\*, 김기열\*, 임호\*\*, 김원규\*\*\*, 박종국\*

\*경희대학교 전자공학과 (Tel 0331-280-2523; FAX:0331-281-4968; E-mail:ckpark@nms.kyunghee.ac.kr)

\*\*서울기능대학교 (Tel:02-711-3371(561); FAX:02-3273-0069)

\*\*\*경희대학교 우주과학과 (Tel 0331-280-2442; FAX:0331-281-4964)

**Abstract** This paper presents WMR modelling and path tracking algorithm using Inertial Navigation System. The error models of gyroscope and accelerometers in INS are derived by Gauss-Newton method which is nonlinear regression model. Then, to test availability of error model, we pursue the fitness diagnosis about probability characteristic for real data and estimated data. Performance of inertial sensor with error model and kalman filter is pursued by comparing with one without them. The computer simulation shows that position error remarkably decrease when error compensation is applied.

**Keywords** WMR, INS, Kalman Filter, Error Model Inertial Sensor

#### 1. 서 론

현재의 이동 로봇에 대한 연구는 수학적 모델링과 경로 및 동작설계에 초점을 두고 이루어지고 있다. 이를 위해서 이동로봇은 비전, 초음파, 자이로 등 다양한 센서를 이용하여 정확한 위치 판단 및 경로설계를 수행하고 있다. 본 논문에서는 관성센서들로 구성되어지는 관성항법장치를 이용하여 이동 로봇의 위치를 제어하고자 한다. 관성항법장치는 다른 센서와는 달리 작업환경의 제약을 두지 않는 장점을 가지고 있다. 이러한 관성항법장치는 두 가지의 구성요소로써 이루어진다. 첫번째 요소는 자이로스코프이고, 두 번째 요소가 가속도계이다.

현재 대부분의 항공분야에서 적용되고 있는 관성항법장치를 지상에서 행하는 대상체에 직접적으로 사용하려고 한다면, 대상체의 규모(scale), 특성, 그리고 parameter localization 문제 때문에, 오차문제의 심각성은 더욱 가중될 것이다.

본 논문에서는 관성센서와 연계하기 위한 궤환제어 알고리즘을 조사하고 관성센서의 초기오차에 의한 영향을 감소하기 위하여 초기오차의 수학적 모델을 구성한다. 다음으로 관성센서의 초기오차와 시간의 경과에 따르는 오차의 누적을 해결하기 위하여 Kalman Filter와 초기오차의 수학적 모델을 연계한 궤환제어 알고리즘을 구성하고 모의실험을 통하여 이에 대한 유용성을 입증한다.

#### 2. 구륜 이동 로봇의 기구학적 모델링

##### 2-1. 구륜 이동 로봇의 기구학 모델링 가정

구륜 이동 로봇은 평면에서 이동하며, 바퀴와 표면사이의 회전 마찰력은 회전 미끄러짐을 허용 할 정도로 매우 작다. 회전은 접촉점에서만 이루어진다. 구륜과 주행면사이 접촉점에서 미끄러짐은 없다. (1)

##### 2-2. 좌표 할당

이동 로봇의 좌표할당은 다음 그림과 같은 Sheth-Uicker 기법(1)을 사용한다. 2개의 전륜은 구동기에 의해 구동되는 구동 구륜이며 2개의 후륜은 구륜 이동 로봇의 안정을 위한 보조바퀴(caster)이다. 좌표계의 y-축은 로봇이 이동하는 진행방향으로 할당되며 이동평면에 대하여 수직방향으로 z-축이 할당된다. 그림에서의 구륜 이동 로봇은 두 구륜 바퀴 1,2의 속도 차에 의해서 구륜 이동 로봇의 몸체 회전이 발생한다.

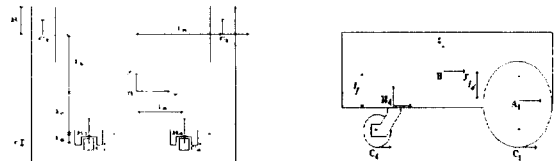


그림 1. 구륜 이동 로봇 좌표할당

Fig 1. Assignment Coordinate of WMR

### 2-3. 바퀴 운동방정식

로봇 속도벡터  ${}^B \dot{P}_B$ 는 로봇의 병진속도  ${}^B v_{Bx}$ ,  ${}^B v_{By}$  와 회전속도  ${}^B \omega_{Bz}$ 로 구성되며 R은 구륜의 반경이다.

$${}^B \dot{P}_B = J_i \dot{q}_i \quad \text{for } i = 1, 2 \quad \dot{q}_i : \text{wheel } i \text{의 각속도} \quad (1)$$

2개의 독립적인 구동구륜을 갖는 구륜 이동 로봇은 2자유도를 갖는다. 구륜에 대한 자코비안 행렬  $J_i$ 로부터 바퀴1,2의 동작 방정식을 구하면:

wheel 1

$$\begin{bmatrix} {}^B v_{Bx} \\ {}^B v_{By} \\ {}^B \omega_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & l_b \\ -R & -l_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \omega_{w1x} \\ C_1 \omega_{C1z} \end{bmatrix} \quad (2)$$

wheel 2는 마찬가지로 wheel 1의 표현과 같다.

## 3. 기구학 해

### 3-1. 역기구학 해

구동된 바퀴의 속도를 구함으로서 역기구학 해를 구할 수 있다. 구동된 성분을 "a"로 나타내고 비구동성분을 "u"로 구분하여 다음과 같은 2개의 구성원으로 분리한다.

$${}^B \dot{P}_B = J_{ia} \dot{q}_{ia} + J_{iu} \dot{q}_{iu} \quad \text{for } i=1, 2 \quad (3)$$

$$A_0 {}^B \dot{P}_B = B_{op} \begin{bmatrix} \dot{q}_a \\ \dot{q}_u \end{bmatrix} \quad (4)$$

식(4)에서  $B_{op}$ 는 정방행렬이 아니므로  $[\dot{q}_a \quad \dot{q}_u]^T$ 에 대한 해를 구하기 위해서 pseudo-inverse를 사용한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_a \\ \dot{q}_u \end{bmatrix} = (B_{op}^T B_{op})^{-1} B_{op}^T A_0 {}^B \dot{P}_B \quad (5)$$

구륜 이동 로봇의 구동성분을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} A_1 \omega_{w1x} \\ A_2 \omega_{w2x} \end{bmatrix} = \frac{1}{R(l_b^2+1)} \begin{bmatrix} -l_a l_b - l_b^2 - 1 & -l_a \\ l_a l_b & -l_b^2 - 1 & l_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B v_{Bx} \\ {}^B v_{By} \\ {}^B \omega_{Bz} \end{bmatrix} \quad (6)$$

### 3-2. 전향기구학 해

전향기구학 해는 감지성분 "s"와 감지될 수 없는 비감지 성분 "n"으로 분리한다. 분리되어진 식은 다음과 같다.

$${}^B \dot{P}_B = J_{is} \dot{q}_{is} + J_{in} \dot{q}_{in} \quad \text{for } i=1, 2 \quad (7)$$

$$A_n \begin{bmatrix} {}^B \dot{P}_B \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = B_s \dot{q}_s \quad (8)$$

감지된 구륜의 속도  $\dot{q}_s$ 로부터 감지되지 않은 구륜의 속도  $\dot{q}_n$ 와 로봇의 본체속도를 구하기 위하여 pseudo-inverse를 이용한다.

$$\begin{bmatrix} {}^B \dot{P}_B \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = (A_n^T A_n)^{-1} A_n^T B_s \dot{q}_s \quad (9)$$

위식으로 부터 구륜 이동 로봇의 전향기구학 해를 구할 수 있다(6).

$$\begin{bmatrix} {}^B v_{Bx} \\ {}^B v_{By} \\ {}^B \omega_{Bz} \end{bmatrix} = \frac{R}{2l_a} \begin{bmatrix} -l_b & l_b \\ -l_a & -l_a \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \omega_{w1x} \\ A_1 \omega_{w2x} \end{bmatrix}$$

## 4. 위치제어 알고리즘

### 4-1. 경로 속도제적 설계

속도제적의 급격한 변화는 이동로봇의 위치의 이탈을 발생시킬 수 있다. 그러므로 이를 방지하기 위하여 완만한 속도의 변화를 설계한다. 이를 위하여 X방향과 Y방향의 속도제적에 가우스 함수를 적용한다.

$$\theta(t) = A \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) \quad (10)$$

A: 가우스함수의 크기,  $\sigma$ : 가우스함수의 편차.

### 4-2 Dead-Reckoning 알고리즘

구륜 이동 로봇은 non-holonomic 제약조건을 갖기 때문에 실시간에서 위치제어를 위하여 dead-reckoning 알고리즘(2)을 사용한다. 이 알고리즘에서 구륜 이동 로봇의 현위치는 각각의 샘플링 구간에서 속도의 적분을 전 단계의 위치에 더하여 이루어진다. 시간  $t=(n-1)T$ 에서  $t=nT$ 까지의 샘플링 구간에서 구륜 이동 로봇의 속도  ${}^B \dot{p}_B$ 는 다음과 같다.

$${}^B \dot{p}_B(t) = {}^B \dot{p}_B[(n-1)T] + \frac{({}^B \dot{p}_B(nT) - {}^B \dot{p}_B(n-1)T)}{T} (t - [(n-1)T]) \quad (11)$$

현재 구륜 이동 로봇의 위치는 마지막 샘플링 순간에서의 위치와 현재 샘플링 순간에서의 구륜 이동 로봇 본체속도 항으로 표현한다.

$${}^F p_B(nT) = {}^F p_B[(n-1)T] + \frac{T}{2} M[(n-1)T] ({}^B \dot{p}_B(n-1)T) + {}^B \dot{p}_B(nT) \quad (12)$$

### 4-3. 궤환 제어

본 논문의 궤환제어의 목적은 구륜 이동 로봇의 구동시, 관성센서의 출력신호를 이용하여 설정된 목적 궤적을 이탈 없이 추적하도록 하는 것이다. n번째 샘플링에서 제어입력을 계산하기 위하여 PD 제어를 사용한다.

$${}^F u_B(nT) = k_p {}^F e_{B_i}(nT) + k_d ({}^F e_{B_i}(nT) - {}^F e_{B_i}[(n-1)T]) \quad (13)$$

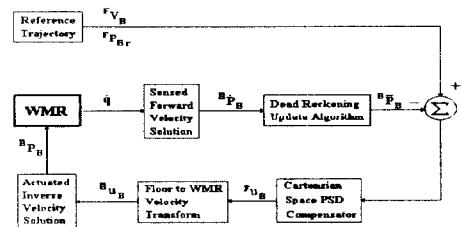


그림 2. 구륜 이동 로봇의 궤환제어 시스템

Fig 2. Feedback control of WMR

#### 4-4. 관성센서의 출력방정식.

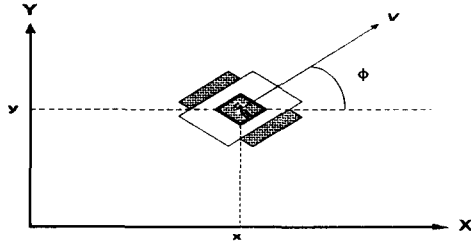


그림 3 구륜 이동 로봇의 속도방향과 위치  
Fig 3 Velocity direction and position of WMR

$$\begin{aligned}
 zA_x(k) &= \cos\phi(k) \cdot \cos\phi(k) \cdot a_x(k) + \cos\phi(k) \cdot \sin\phi(k) \cdot a_y(k) \\
 &\quad - \sin\phi(k) \cdot g(k) + v_x \\
 zA_y(k) &= [\sin\theta(k) \cdot \sin\phi(k) \cdot \cos\phi(k) - \cos\theta(k) \cdot \sin\phi(k)] a_x(k) \\
 &\quad + [\sin\theta(k) \cdot \sin\phi(k) \cdot \sin\phi(k) + \cos\theta(k) \cdot \cos\phi(k)] a_y(k) \\
 &\quad + \sin\theta(k) \cdot \cos\phi(k) \cdot g(k) + v_y \\
 zG_x &= \dot{\theta} + v_x
 \end{aligned} \tag{3} \tag{14}$$

### 5. 초기 오차모델의 구성

#### 5-1. 오차의 영향과 처리방법.

관성항법장치에서 사용되는 관성센서들은 센서특성을 가지고 있는데, 여러 특성중 특이할만한 특성은 입력을 가하지 않는 상태(zero input)에서 출력을 보인다는 것이다. 이는 지구의 자전을, 중력 가속도 등에서 그 원인을 찾을 수 있다. 이때 보이는 이러한 출력이 관성 센서가 가지고 있는 초기 오차이며, 이는 이동용 로봇과 같은 대상체의 구동시 발생하는 센서의 오차에 큰 영향을 미치게 된다. 그러므로, 관성센서의 입력을 가하지 않는 초기상태의 출력 데이터로부터 Error model의 수학적 모델링을 하여 이를 관성 센서에서 존재하는 오차에 대해서 보정을 해주는 것이다.

#### 5-2. Error Model의 구성을 위한 수학적 방법.

본 논문에서 제안하는 Error model을 구성하기 위한 수학적 방법으로, 비선형 회귀(regression) 모델의 방법을 사용한다(4). 이는 비선형 회귀식에 있어서 최소 자승의 추정방법을 이용하는 Gauss-Newton Method를 이용한다.

$$Y_i = a_0 + a_1 \left(1 - e^{-\frac{t_i}{a_2}}\right) \tag{16}$$

식(16)의 최소 자승 기준치는 다음과 같다.

$$Q = \sum_{i=1}^n [Y_i - f(X_i, \gamma)]^2 \tag{17}$$

$$\frac{dQ}{d\gamma_k} = - \sum_{i=1}^n 2[Y_i - f(X_i, \gamma)] \left[ \frac{df(X_i, \gamma)}{d\gamma_k} \right] \tag{18}$$

이로부터, 다음의 normal equation을 이끌어 낼 수 있다.

$$\sum_{i=1}^n Y_i \left[ \frac{df(X_i, \gamma)}{d\gamma_k} \right]_{\gamma=\sigma} - \sum_{i=1}^n f(X_i, \gamma) \left[ \frac{df(X_i, \gamma)}{d\gamma_k} \right]_{\gamma=\sigma} = 0 \tag{19}$$

위에서 보여지는 비선형 회귀 모델들을 위한 normal equation은 parameter의 추정치  $g_k$ 에 대해서도 비선형 모델을 보여지고 있다.

$$\begin{aligned}
 f(t_i, a_0, a_1, a_2) &\simeq g_0^{(0)} + g_1^{(0)} \left(1 + e^{-\frac{g_2^{(0)}}{t_i}}\right) \\
 &\quad + \sum_{k=0}^2 \left[ \frac{df(t_i, a_0, a_1, a_2)}{da_k} \right]_{\sigma=\sigma^{(0)}} (a_k - g_k^{(0)})
 \end{aligned} \tag{20}$$

$$f_i^{(0)} = f(X_i, g_k^{(0)}) = g_0^{(0)} + g_1^{(0)} \left(1 + e^{-\frac{g_2^{(0)}}{t_i}}\right) \tag{21}$$

$$\beta_k^{(0)} = \gamma_k - g_k^{(0)} = a_k - g_k^{(0)} \tag{22}$$

$$D_{ik}^{(0)} = \left[ \frac{df(X_i, \gamma)}{d\gamma_k} \right]_{\gamma=\sigma^{(0)}} = \left[ \frac{df(t_i, a_0, a_1, a_2)}{da_k} \right]_{\sigma=\sigma^{(0)}} \tag{23}$$

$Y_i - f_i^{(0)} = Y_i^{(0)}$  라 정의하면,

$$Y_i^{(0)} \simeq \sum_{k=0}^{p-1} D_{ik}^{(0)} \beta_k^{(0)} + \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{24}$$

$$b^{(0)} = (D^{(0)'} D^{(0)})^{-1} D^{(0)'} Y^{(0)} \tag{25}$$

:최소 자승값들의 추정된 계수(coefficient)의 벡터.

$$g_k^{(1)} = g_k^{(0)} + b_k^{(0)} \tag{26}$$

:  $g_k^{(1)}$ 는 첫 번째 iteration의 끝에서 개정된  $\gamma_k$ 의 추정치.

#### 5-3. 오차모델의 적합성 진단(diganosis)

구성된 Error Model에 대한 적합성 여부의 진단은 각 데이터에 대한 확률적인 성질을 비교, 검색하여 판단한다. 이는 각각의 공분산(covariance), 평균(mean), 그리고 표준편차(standard deviation) 등을 비교, 분석하는 것이다.

### 6. Kalman Filter.

Kalman Filter는 시스템의 잔치(residual)의 변동을 수용(취득)가능한 영역에서 일어나는지를 지속적으로 확인하여 실행한다. 만일 잔치가 이 영역을 벗어나면 항법오차가 발생한다. 이때 항법오차를 줄이기 위해서 공분산(covariance)을 크게 변경한다. 이는 kalman 이득값을 적게 하여 오차의 증가를 둔화시킨다. 관성센서의 출력방정식은 Kalman Filter의 입력으로 작용한다. 동시에 Kalman Filter의 출력은 이동로봇의 기구학의 속도입력으로 작용한다. 이동 로봇트가 동작시 발생하는 Process Noise는 무시한다(5).

6-1. Kalman Filter의 구현

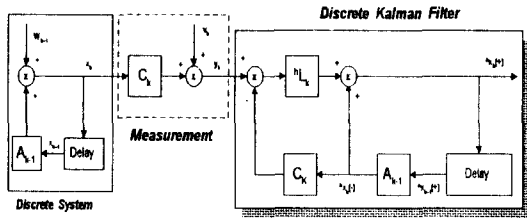


그림 4. Kalman filter의 블록선도

Fig 4. Block diagram of system, measurement model, and discrete-time

<Time update>

- System estimate extrapolation

$$\hat{x}_k(-) = A_{k-1} \hat{x}_{k-1}(+) + B_{k-1} u_{k-1} \quad (27)$$

- Error covariance extrapolation

$$P_k(-) = A_{k-1} P_{k-1}(+) A_{k-1}^T + B Q_{k-1} B^T \quad (28)$$

<Observation update>

- Kalman gain matrix

$$L_k = P_k(-) C_k^T [C_k P_k(-) C_k^T + R_k]^{-1} \quad (29)$$

$R_k$ : Sensor noise covariance.

- State estimate observational update

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + L_{k,y} [y_k - C_k \hat{x}_k(-) - D u_k(-)] \quad (30)$$

- Error covariance update

$$P_k(+) = [I - L_k C_k] P_k(-) \quad (31)$$

I: Identification matrix

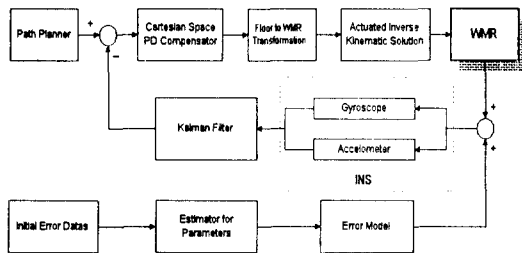


그림 5. 시스템의 블록선도

Fig 5. Block diagram of system

7. 모의실험

본 모의실험은 기구학 모델의 유효성을 증명한다. 동시에 기준 속도궤적을 가하였을 때 관성센서를 이용하여 이동로봇의 위치를 추정하는 과정을 수행한다. 이에 앞서, 관성센서의 초기 오차를 확인, 분석하는 과정을 거친다. 본 논문에서는 이에 대한 방안으로 초기오차 모델을 제안하였다. 그리고 이를 Kalman

Filter와 연계하여 관성센서의 누적오차의 문제를 처리하였다. 여기에 사용된 관성항법장치는 스트랩다운 방식을 대상으로 하였다. 이에 대한 오차모델 함수의 계수는 표1과 같다, 표2의 확률적특성 결과는 Error Model의 적합성을 잘 보여주고 있다

표 1 오차모델의 계수값

Table 1. Coefficient of error model

	a(0)	a(1)	a(2)
Accel X	0.0432	0.0074	-424.05
Accel Y	-0.2394	-1.9737	-5902.7
Gyroscope	0.179	-0.2604	40.1735

표 2. 확률적 성질의 비교와 분석

Table 2. Compare initial data to error model

		Covariance	Mean	Standard deviation
True Data	Accel (X)	0.0023	-0.0343	0.0476
	Accel (Y)	0.003	-0.1521	0.0552
	Gyroscope	$6.43 \times 10^{-4}$	-0.0064	0.0254
Accelerometer (X)		$2.262 \times 10^{-5}$	0.0365	0.0048
Accelerometer (Y)		0.0025	-0.1534	0.0504
Gyroscope		0.0023	-0.0605	0.0478

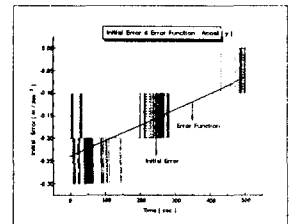
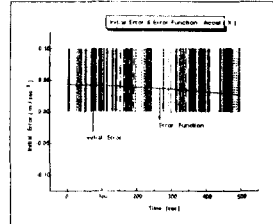


그림 6. Acceleration X, Y의 초기오차와 오차함수

Fig 6. Initial error and accelerometer X and Y error function

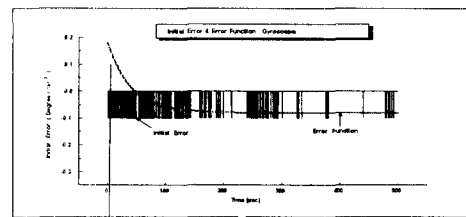


그림 7. Gyroscope의 초기오차와 오차함수

Fig 7. Initial error and gyroscope error function

표 3. 구륜 이동 로봇의 제원과 매개변수

Table 3. Parameter value of WMR

기호	수치값	단위	내용
lBh	0.3048	m	본체높이
lLh	0.3048	m	부하높이
la	0.2667	m	본체 폭/2
lb	0.2667	m	본체 길이/2
lc	0.2667	m	보조구륜의 y-변위
ld	0.1524	m	구동구륜의 z-변위
le	0.2667	m	보조구륜의 x-변위
lf	0.1524	m	보조구륜의 z-변위
lg	0.0254	m	조향축 길이
R	0.1127	m	구동구륜의 반경
r	0.0381	m	보조구륜의 반경

## 8. 결론 및 고찰

본 연구에서는 4-구륜 2자유도를 갖는 구륜형 이동로봇의 모델링을 수행하였다. 관성센서의 이용을 위해서 센서의 초기오차 특성을 분석한 후, 궤환제어 알고리즘을 구성하였다. 궤환제어 알고리즘만을 이용한 경우에는 센서의 신호에 의한 위치 궤적은 기준위치 경로로 부터 벗어남을 확인하였다. 이러한 오차의 누적은 시간이 경과함에 따라 더욱 더 큰 오차를 발생시킨다. 이를 해결하기 위하여 관성센서의 초기오차, 시스템 오차 등을 처리하는 방안으로 관성센서의 초기신호에서 존재하는 실제 초기 오차를 측정하여 수학적 모델링을 하였다. 이는 Kalman Filter에 연계하여 사용되었다. 제안된 알고리즘은 모의실험을 통하여 유용성을 확인 할 수 있었다.

향후에는 구륜의 미끄러짐 등으로 인하여 발생하는 오차문제의 해결과 많은 제약을 극복 할 수 있는 보다 체계적인 Navigation 알고리즘의 연구개발이 지속적이어야 할 것이다.

## 참고문헌

- (1) S. K Shha and J. Algles, "Kinematics and Dynamics of Three-Wheeled 2-DOF AVG", *Proc IEEE int Conf. Robotics and Automation*, pp. 1572-1577, 1989.
- (2) A. Meystel, "Autonomous Mobile Robots" World Scientific Publishing, 1991
- (3) Billur Barshan & Huges F. Durrant, "An Inertial Navigation System for a Mobile Robot" *Proc IEEE Inter. Conf. Intelligent Rob and Sys*, Yokohama, Japan, July 1993
- (4) Steven C. Chapra and Raymond P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*, pages 336-361, MacGraw-Hill 1990.
- (5) Robert Grover Brown & Patric Y.C Hwang, *Introduction Random Signals and Applied Kalman Filtering*, John Wiley & Sons Inc, 1992
- (6) Yilin Zhao & Spencer L. BeMent, "Kinematics, Dynamics and Control of Wheeled Mobile Robots", *Proc. IEEE Inter. Conf. Rob. and Auto.*, Nice, France, May, 1992
- (7) 정인성, 이기형, "INS의 구조와 기술현황" *한국항공우주학회지* 제 33권 제 6 호 1992 pp.142-147

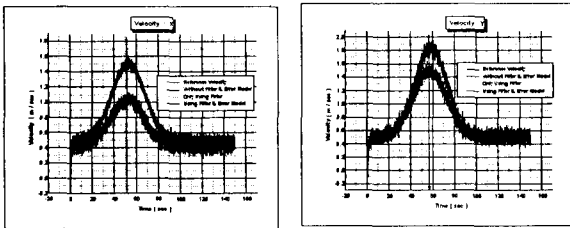


그림 8. 이동 로봇의 속도비교  
Fig. 8 Compare to velocity of WMR

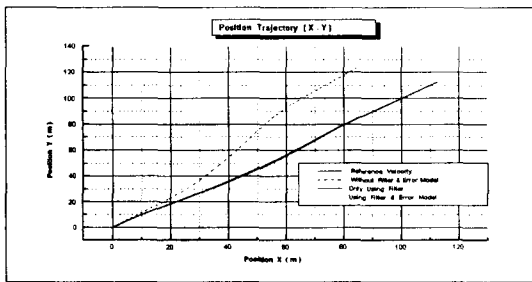


그림 9. X - Y 위치의 비교  
Fig 9. Compare position X to position Y

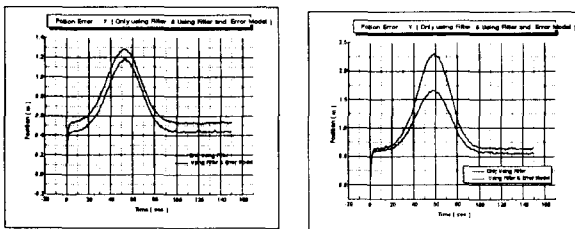


그림 9. X - Y 위치오차의 비교  
Fig 9. Compare position X to position Y error.