

적분 공정 제어를 위한 향상된 DMC

Improved DMC for the Integrating Process

°강병삼*, 한종훈*, 장근수*

*포항공과 대학교 화학공학과 (Tel: 279-5967; Fax: 279-3499; E-mail: kbs2@backdu.postech.ac.kr)

Abstracts DMC(Dynamic Matrix Control) algorithm has been successfully used in industries for more than a decade. It can handle constraints and easily extended to MIMO case. The application of DMC, however, is limited to the open loop stable process because it uses the FIR(Finite Impulse Response) or FSR(Finite Step Response) model. Integrating process, widely used in chemical process industry, is the representative open loop unstable process. The disturbance rejection of DMC is relatively poor due to the assumption that the current disturbance is equivalent to the future disturbance. We propose the IDMC(Improved Dynamic Matrix Control) for the integrating process, as well as non-integrating process. IDMC has shown better disturbance rejection using multi-step ahead predictor for the disturbance.

Keywords DMC(Dynamic Matrix Control), Integrating Process, Prediction Horizon, Disturbance rejection
인다.

1. 서론

DMC(Dynamic Matrix Control)는 1970년대 Cutler 와 Ramaker 가 제안한 이후에 이론이 간단하고 MIMO(Multi-Input Multi-Output) 시스템에도 적용이 쉬어서 최근까지 산업 현장에서 많이 사용되어 왔다.[4] DMC 는 모델을 구하는데 있어서 간단한 선형적인 Step Response Model 이나 Impulse Response Model 을 사용하므로 모델링에 대한 어려움이 없다는 장점이 있다.[1,2,3] 또한 최근에는 MPC(Model Predictive Control)에 대한 State Space Approach 와 Nonlinear MPC 가 연구되고 있다. [2,3] 하지만 DMC 는 stable step response model 에 기초를 두고 있기 때문에 오직 Open-loop Stable Process 에만 적용이 가능하다는 단점이 있으며 측정된 출력과 기준치 출력의 차이가 다음 출력항에 작용하는 입력항이 되는 것으로 인해서 현재 작용하는 입력항에 disturbance 가 있을 때는 성능이 많이 떨어지게 된다. [1] 또한 DMC 이론이 현재의 외란이 미래에도 그대로 작용한다는 가정에서 출발되었기 때문에 입력항에서의 외란에 대한 성능이 별로 좋지 못한 결점이 있다.[4] 이것은 미래의 외란은 과거의 외란을 기초로 예측할 수 있는데 disturbance predictor 를 사용함으로써 미리 외란의 경향성을 예측하면 외란 제거에 좋은 성능을 보일 수 있다.

본 연구에서는 화학 시스템에서 나타나는 대표적인 Open-loop Unstable Process 인 Integrating Process 를 Integrating term 을 이용하여 분석하여 DMC 로 구현할 수 있음을 보이고 disturbance predictor 를 사용하여 앞으로의 외란을 예측함으로써 외란 제거를 효과적으로 할 수 있음을 Input-output approach 를 통하여 보

2. DMC model of a SISO system

DMC 에서 사용되는 모델은 Fig.1 에서 보는 바와 같이 unit step 에 대해서 나타나는 출력의 경향을 보고 그 시스템에 대해서 sampling time, T_s 간격으로 구해진 계수를 이용해서 모델을 구할 수 있는데 이것은 주어진 시스템이 선형이라는 가정하에서 얻어질 수 있다.

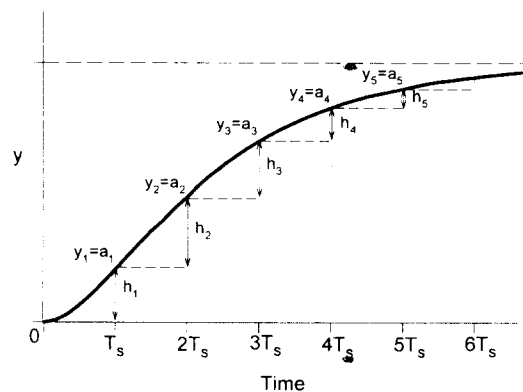


Figure 1. Identification of Output Coefficients of step response and convolution models for a unit step in the input.

일반적으로 가장 많이 사용되는 선형적 모델링 방식은 다음과 같이 FSR(Finite Step Response)과 FIR(Finite Impulse Response)의 convolution model로 표현될 수 있다.

$$u'(s) = \frac{u(s)}{s}$$

$$u'_k = u'_{k-1} + u_k \Delta t \quad (6)$$

1) FSR(Finite Step Response)

$$\Delta U_i = U_i - U_{i-1}$$

$$y_{n+1} = y_0 + \sum_{i=1}^T a_i \Delta U_{n+1-i} \quad (1)$$

2) FIR(Finite Impulse Response)

$$h_i = a_i - a_{i-1}$$

$$y_{n+1} = y_0 + \sum_{i=1}^T h_i U_{n+1-i} \quad (2)$$

여기서 T는 model horizon이다.

위의 두가지 모델은 결국 같은 식을 나타내며 제어 방식에 따라서 결정될 수 있으며 DMC에서는 (2)식인 convolution model을 이용한 알고리즘으로 볼 수 있다.

3. Analysis of Integrating Process

적분 공정은 화학 공정에 있어서 대표적인 Open-loop unstable 공정으로서 unit step에 대해서 출력값이 계속적으로 증가하게 되어 model horizon인 T가 일정하게 정해지지 못함을 알 수 있다. 예를 들어 1차 시간 지연 모델인 경우의 적분 공정은 다음과 (3)같이 전달 함수가 표현된다.

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{s(\tau s + 1)} \quad (3)$$

Input Output을 포함한 전체적인 시스템은 다음과 (4)와 같이 표현될 수 있는데 이것을

$$y(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{s(\tau s + 1)} u(s) \quad (4)$$

미분방정식을 이용하여 나타내면 다음 식(5)과 같이 표현된다.

$$\tau \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} = Ku(t - \theta) \quad (5)$$

위의 식 (5)를 보면 정상 상태에서 미분항들이 0이 되므로 결국 제어 입력이 0이 됨을 알 수 있다. 그러므로 정상상태의 제어 입력이 0이 되는 어떤 입력이라도 적분 공정에 대한 모델링을 할 수 있다. 예를 들면 다음 Fig. 2와 같이 가장 간단한 경우로 크기가 계속 감소하는 제어 입력에 대해 공정 출력은 결국에 Set-point에 도달하게 되고 이러한 과정 동안 출력값을 측정하여 h_i 값들을 모두 구해낼 수 있다. 적분 공정인 경우 위의 식(4)에서 보듯이 Laplace Transform에서 분모에 s항이 하나 더 들어가며 이 때문에 Open-loop unstable이 된다. 이것은 다음과 같이 $u(s)$ 를 적분하는 term인 $u'(s)$ 를 정의함으로써 쉽게 계산할 수 있다.

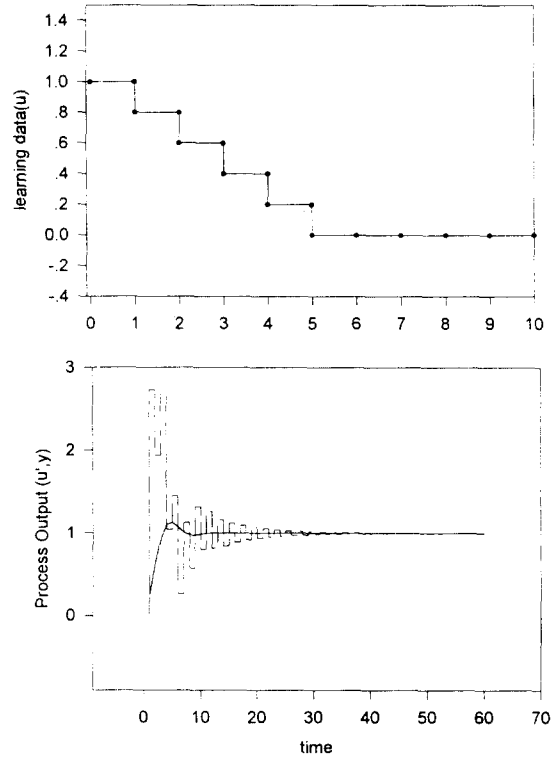


Fig. 2 Identification of Integrating Process of decreasing control input

여기서 출력 값인 y를 Impulse response model로 표현하면 다음과 같다.

$$y_k = \sum_{i=1}^T h_i u_{k-i} = \sum_{i=1}^T h'_i u'_{k-i} \quad (7)$$

$$y_n = h'_1 u'_{n-1} + h'_2 u'_{n-2} + \dots + h'_n u'_0$$

여기서 $h'_i = \frac{y_n - h_1 u'_{n-1} - h_2 u'_{n-2} - \dots - h_{n-1} u'_1}{u'_0}$ 와 같다.

4. Disturbance Prediction

DMC에서 입력항에 외란이 있을 때 성능이 감소하는 것은 위의 두 가지 모델 모두 현재의 외란은 미래에도 똑같이 적용된다[1,2]는 가정하에서 유도되었기 때문이다.

여기서는 미래의 disturbance, d_{t+k} 는 현재(k)에서 $t+k-1$ 까지의 disturbance의 경향에 의해 predictor를 이용하여 예측되어 계산될 수 있음을 이용한다. 미래의 disturbance, d_{t+k} 는 과거의 disturbance를 이용하여 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$d_{k+i} = at^2 + bt + d_k$$

m-step predictor 인 경우 다음 quadratic function 을 최소화하는 a 와 b 는 least square method 를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Q = (d_{k+i} - d_k)^2 = \sum_{i=1}^m (a(i\Delta t)^2 + b(-i\Delta t) + d_k - d_{k-i})^2 \quad (8)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^m (y_{k-i} - y_k)(i\Delta t)^2 - \sum_{i=1}^m (-i\Delta t)^3 - \sum_{i=1}^m (y_{k-i} - y_k)(-i\Delta t) \sum_{i=1}^m (-i\Delta t)}{\left\{ \sum_{i=1}^m (-i\Delta t)^3 \right\}^2 - \left\{ \sum_{i=1}^m (i\Delta t)^2 \sum_{i=1}^m (i\Delta t)^4 \right\}}$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^m (y_{k-i} - y_k)(-i\Delta t) - b \sum_{i=1}^m (i\Delta t)^2}{\sum_{i=1}^m (-i\Delta t)^3} \quad (9)$$

향상된 DMC 의 algorithm 은 다음과 같은 SQP(Sequential Quadratic Program)을 풀면 구할 수 있다.

$$\min_{u(k), \dots, u(k+L-1)} \sum_{i=1}^P (y_{k+i}^P - y_{k+i}^S)^2 \quad (10)$$

subject to $u(k) - \Delta u_{\max} \leq u(k) \leq u(k) + \Delta u_{\max}$
 $u(k) = u(k+L-1)$ for all $k > i+L-1$

여기서,

L : control horizon

P : prediction horizon

m : disturbance horizon

y_{k+i}^P : process output at $k+i$ th.

y_{k+i}^S : set point at $k+i$ th.

5. 시뮬레이션 결과

여기서는 다음과 같은 세가지 시스템에 대해서 Set-point 변화가 있을 때와 Load 변화가 있을 때(disturbance 는 step input disturbance 와 ramp input disturbance 를 각각 고려)를 각각 알아보기 위해 모사 결과를 나타내어 보았다.

System 1.

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{s(10s+1)} \quad (11)$$

System 2.

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{s(10s+1)(5s+1)} \quad (12)$$

System 3.

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{s(5s+1)^2} \quad (13)$$

첫번째로 각각의 시스템에 대해서 Set-point 변화가 Step Change 로 주어졌을 때 다음 결과를 얻을 수 있다. 이것은 적분 공정에 대한 해석으로 기존의 DMC 로는 분석할 수 없었다.

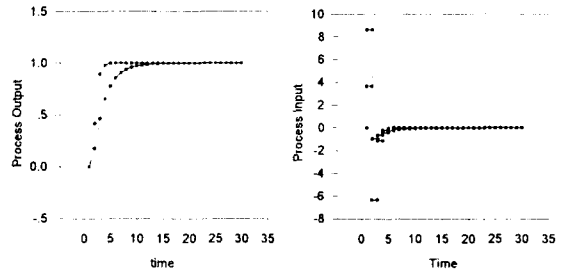


Figure 3. Set-point change for the System 1

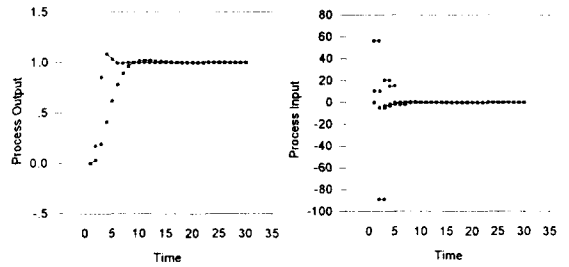


Figure 4. Set-point change for the System 2

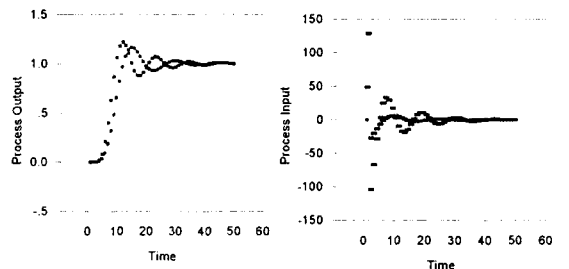


Figure 5. Set-point change for the System 3

두 번째로 각각의 시스템에 대해서 입력항에 Load Disturbance 를 주었을 때의 결과를 보면 다음 Fig. 6,7,8 과 같다. 기존의 DMC 로는 적분 공정에 대해서 step disturbance 나 ramp disturbance 를 주었을 경우 해결을 하지 못했지만 제시한 알고리즘(Modified DMC)으로 disturbance predictor 를 사용하면 disturbance 를 해결할 수 있음을 알 수 있다. 여기서 m 은 disturbance horizon 을 나타내며 이것은 미래의 disturbance 를 계산할 때 참조하는 과거의 데이터 개수를 의미하며 Fig.6,7,8 에서 보듯이 시스템의 차수가 증가함에 따라 m 값이 증가함을 알

수 있는데 이것은 시스템이 복잡할수록 좀 더 많은 과거의 데이터 값이 필요함을 보이고 있다.

전체적인 disturbance에 대한 predictor의 구성은 2차로 한 이유는 2차 이상의 차수에 대해서는 차수를 증가함에 따른 효과가 없었기 때문이며 주어진 각각의 m 값들은 각각의 시스템에 대한 최적을 사용하였다.

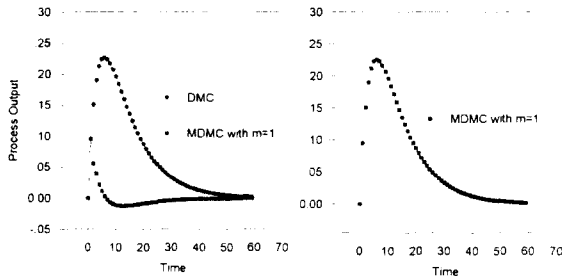


Figure 6. Load change for the System 1.(step and ramp disturbance)

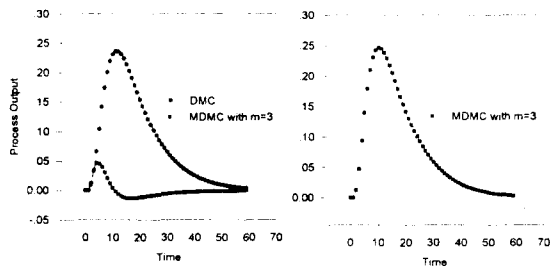


Figure 7. Load change for the System 2.(step and ramp disturbance)

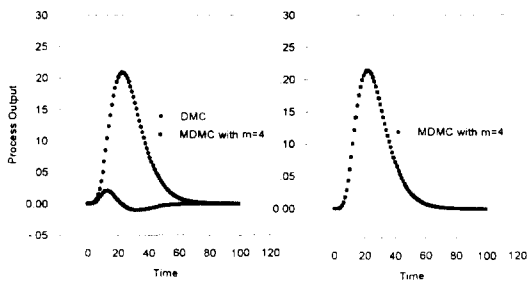


Figure 8. Load change for the System 3.(step and ramp disturbance)

6. 결론

산업 현장에서 많이 사용되고 있는 DMC는 그 내용이 간단하고 모델링 방법이 선형적인 FSR이나 FIR을 이용하기 때문에 지금까지의 DMC의 단점은 적분 공정에 대한 모델링 방

법이 없었기 때문에 Open-loop unstable 공정에 있어서는 적용을 할 수 없는 단점이 있었으며, 현재의 입력이 미래의 입력에도 똑같이 작용한다는 가정에서 설정치와 현재의 출력값을 목적 함수로 사용하였기 때문에 입력항에 외란이 작용하는 경우에 성능이 나쁜 것이 단점으로 알려져 왔다.

본 논문에서 제시한 방법은 Integrating term을 사용하여 화학 공정에서 볼 수 있는 대표적인 Open-loop unstable 공정인 Integrating Process를 해석할 수 있음을 보이고 있으며 Disturbance predictor를 사용함으로써 입력항에 작용하는 외란에 대한 성능을 향상시킬 수 있음을 보이고 있다.

참고문헌

- [1] P. Lundstrom, J.H. Lee, M. Morari and S. Skogestad. "Limitations of Dynamic Matrix Control". *Computers chem. Engng.* Vol. 19, No.4, pp. 409-421, 1995.
- [2] Jay H. Lee, Manfred Morari and Carlos E. Garcia. "State-space Interpretation of Model Predictive Control". *Computers chem. Engng.* Vol. 30, No. 4, pp. 707-717, 1994.
- [3] Jay H. Lee, N. Lawrence Ricker. "Extended Kalman Filter Based Nonlinear Model Predictive Control". *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 33 pp. 1530-1541, 1994.
- [4] Paul R. Maurath, Duncan A. Mellichamp, and Dale E. Seborg. "Predictive Controller Design for Single-Input/Single-Output(SISO) Systems". *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol.27, pp. 956-963, 1988.
- [5] C. R. Cutler and B. L. Bamaker, "Dynamic Matrix Control", Shell Oil Company houston Texas, 1979.
- [6] C. R. Cutler. "Dynamic Matrix Control". *ISA Transactions* Vol. 21, No. 1, 1982.
- [7] Jacinto L. Marchetti, Duncan A. Mellichamp and Dale E. Seborg. "Predictive Control Based on Discrete Convolution Models". *Ind. Eng. Process Des. Dev.* Vol. 22, pp. 488-495, 1983.
- [8] Qi Chen and William A. Weigand "Dynamic Optimization of Nonlinear Processes by Combining Neural Net Model with UDMC". *AIChE Journal*, Vol.40, No.9, pp.1488-1497, 1994.
- [9] Carlos E. Garcia David M. Prett and Manfred Morari. "Model Predictive Control : Theory and Practice - A Survey". *Automatica*, Vol. 25, No. 3, pp. 335-348, 1989.