

더블김벌 모멘텀휠을 이용한 롤/요 제어기 설계

Roll/Yaw Controller Design Using Double Gimbaled Momentum Wheel

°박 영 응\*, 방 효 충\*

\*한국항공우주연구원 무궁화위성그룹(Tel:042-860-2463; Fax:042-860-2007; E-mail: ywpark@satt.kari.re.kr)

**Abstracts** In this paper, roll/yaw attitude control of spacecraft using a double gimbaled wheel is discussed with two feedback controllers designed. One is a PD controller with no phase difference between roll and yaw control input. The other is a PD controller with a phase lag compensator about the yaw control input. The phase lag compensator is designed as a first order system and a lag parameter is designed for the yaw angle control. There are two case simulations for each controller ; constant disturbance torques and initial errors of nutation at motion. We obtain the results through simulations that steady-state error and rising time of yaw angle are determined by the compesator. Simulation parameters used in this study are the values of KOREASAT F1.

**Keywords** Double gimbal, Feedback controllers, Phase lag compensator, Constant disturbance torques, initial errors of nutation

1. 서론

현재 운용되고 있는 많은 위성들은 자세제어 구동장치로 모멘텀휠을 사용하고 있다. 본 논문에서 시물레이션의 대상으로 정한 무궁화위성 1,2호의 경우에는 피치 방향의 모멘텀 벡터를 물 방향에 대해 회전시킴으로써 롤/요의 커플링을 이용해서 자세제어를 한다. 그러나, 이 방법은 요 방향에 대해 능동적인 제어를 할 수 없는 단점이 있다[1][2]. 이러한 단점을 해결하기 위해서는 요 방향으로도 모멘텀 벡터를 회전시킬 수 있는 더블김벌(Double gimbal) 모멘텀휠을 사용해야 한다. 이러한 더블김벌을 사용하고 있는 위성이 독일의 방송위성인 'TV-SAT A3'이다[5].

본 논문에서는 이러한 더블김벌의 장점을 활용할 수 있는 피드백 제어기를 설계하는 것이 목적이다. 피드백 제어기를 설계하기 위해, 2장에서는 더블김벌을 포함한 위성의 운동방정식을 유도하고, 3장과 4장에서는 두 가지의 PD 피드백 제어기를 설계하여 그 결과를 시물레이션 하였다. 마지막으로 5장에서는 본 논문에서 설계된 두 가지의 제어기에 대해 비교 분석하였다.

2. 운동방정식 유도

동역학식을 유도하기 전에 먼저 본 논문에서 사용되어지는 좌표계를 케도좌표계 ( $\{O\}$ ), 몸체좌표계 ( $\{B\}$ ) 그리고 휠좌표계 ( $\{W\}$ )로 설정한다. 케도좌표계는 위성의 진행방향이며 케도면과 접하는 방향을 X축으로 하고, Y축은 케도 진행방향에 대해 오른나사 법칙을 따라 케도면에 수직하게 정의한다. 몸체좌표계는 주축(Principal Axis)으로 하고 각 축의 기준 방향은 케도좌표계와 일치하는 것으로 정의한다. 그리고, 몸체좌표계의 좌표변환은 케도좌표계에 대해 3-2-1 ( $\psi-\theta-\phi$ ) 오일러(Euler) 변환을 따른다. 마지막으로 휠좌표계는 휠의 모멘텀 벡터 방향을 Y축으로 하고 다른 축의 기준 방향은 몸체좌표계와 일치하는 것으로 정의한다. 몸체좌표계에 대한 휠좌표계의 좌표변환은 먼저 물방향(X축)에 대해  $\delta, \delta$ 의 각변화율과 각을 가지며 요방향(Z

축)에 대해  $\dot{\gamma}, \gamma$ 의 각변화율과 각을 가지는 것으로 정의한다. 다음의 (그림 1.)은 더블김벌 모멘텀휠을 보여주고 있다.

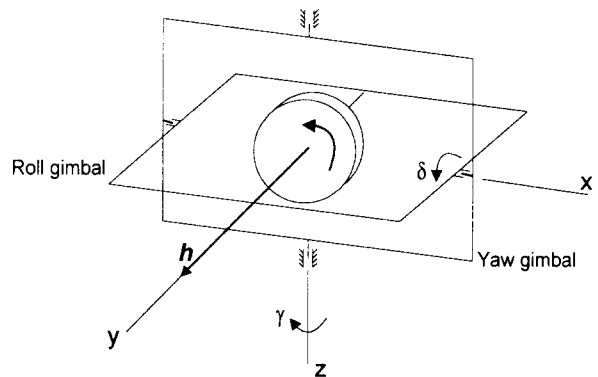


그림 1. 더블김벌 모멘텀휠  
Fig. 1. Double gimbaled momentum wheel

이제 전체 모멘텀 벡터로부터 토크 방정식을 유도한다. 전체 모멘텀 벡터 ( $H$ )는 몸체의 모멘텀 벡터와 휠이 가지고 있는 모멘텀 벡터 ( $h$ )를 합한 것으로 식(1)로 나타낼 수 있다.

$$H = \bar{I}\omega + h \tag{1}$$

여기서,  $\bar{I}$ 는 몸체의 관성모멘트 값으로 몸체좌표계의 정의에 따라 대각요소(diagonal elements) 이외의 값들은 모두 0이다.  $\omega$ 는 케도회전율 ( $\omega_0$ )과 오일러 각변화율로 나타낸다.

식(2)는 식(1)을 시간에 대해 미분함으로써 토크 평형 운동방정식을 유도한 것이다.

$$T = \bar{I}\dot{\omega} + \omega \times (\bar{I}\omega + C_w^B h) + \dot{\bar{I}}\omega + C_w^B \dot{h} + C_w^B \dot{h} \tag{2}$$

$C_w^B$ 와  $\dot{C}_w^B$ 는  $\{W\}$ 에서  $\{B\}$ 로의 좌표변환행렬이며, 식

(2)를 선형화하면 식(3)의 결과를 얻는다[3].

$$\begin{aligned} T_x &= I_x \ddot{\phi} + [(I_y - I_z) \omega_0^2 + \omega_0 h] \dot{\phi} \\ &\quad + [(I_x + I_z - I_y) \omega_0 - h] \dot{\psi} + \omega_0 \delta h - \dot{\gamma} h \\ T_z &= I_z \ddot{\psi} + [(I_y - I_x) \omega_0^2 + \omega_0 h] \dot{\phi} \\ &\quad + [(I_y - I_x - I_z) \omega_0 + h] \dot{\psi} + \omega_0 \gamma h + \dot{\delta} h \end{aligned} \quad (3)$$

본 논문에서는 물과 요 방향에 대해서만 기술하므로 피치방향(Y축)에 대한 식은 사용하지 않는다. 그리고, 식(3)의 물과 요 방향에 대해 다음과 같은 제어변수를 설정한다.

$$h_{xc} = -\gamma h, \quad h_{zc} = \delta h \quad (\dot{h}_{xc} = -\dot{\gamma} h, \quad \dot{h}_{zc} = \dot{\delta} h) \quad (4)$$

앞의 제어변수를 도입한 물과 요 방향의 운동방정식을 다시 정리하면 식(5)가 된다.

$$\begin{aligned} T_x &= I_x \ddot{\phi} + [(I_y - I_z) \omega_0^2 + \omega_0 h] \dot{\phi} \\ &\quad + [(I_x + I_z - I_y) \omega_0 - h] \dot{\psi} + \omega_0 h_{zc} + \dot{h}_{xc} \\ T_z &= I_z \ddot{\psi} + [(I_y - I_x) \omega_0^2 + \omega_0 h] \dot{\phi} \\ &\quad + [(I_y - I_x - I_z) \omega_0 + h] \dot{\psi} - \omega_0 h_{xc} + \dot{h}_{zc} \end{aligned} \quad (5)$$

### 3. PD 피드백 제어기

#### 3.1 PD 제어기 설계

이 절에서는 요 방향 제어입력값이 위상 차이는 없지만 물 방향 제어입력값 크기와 상수배 차이가 나는 제어기를 PD 방법으로 설계하고자 한다[4].

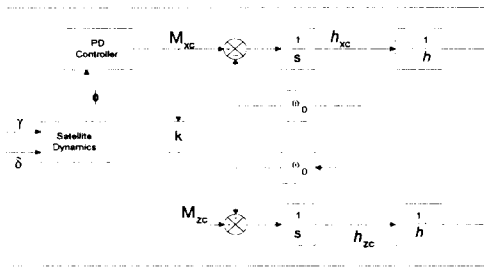


그림 2. PD 제어기 블록선도  
Fig. 2. PD controller block diagram

식(5)의 커플된 제어변수를 식(6)과 같은 새로운 변수로 정의하여 물과 요 방향에 대해 커플(Couple)되지 않도록 설계한다.

$$\begin{aligned} M_{xc} &= \dot{h}_{xc} + \omega_0 h_{zc}, \quad M_{zc} = \dot{h}_{zc} - \omega_0 h_{xc} \\ M_{zc} &= k M_{xc} \end{aligned} \quad (6)$$

(그림 2.)는 식(6)을 식(5)에 대입하고, 위성체의 관성모멘트와 캐도회전율의 곱이 휠의 모멘텀보다 작아 무시할 수 있다는 가정을 하여 라플라스 변환을 하여 얻은 식(7)을 블록선도로 나타낸 것이다.

$$\begin{aligned} T_x(s) &= (I_x s^2 + \omega_0 h) \phi(s) - h s \psi(s) + M_{xc}(s) \\ T_z(s) &= (I_z s^2 + \omega_0 h) \psi(s) + h s \phi(s) + M_{zc}(s) \end{aligned} \quad (7)$$

(그림 2.)의 PD 제어기를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M_{xc}(s) = (K_D s + K_P) \phi(s) \quad (8)$$

이제 제어기를 설계하기 위해 설계변수 ( $k, K_D, K_P$ )를 정해야 한다. 먼저 식(7)에서 외부 토크항을 무시하고 요 방향제어 입력을 물 방향제어 입력으로 표시하여 물 방향제어 입력에 대

해 물각의 전달함수를 구하면 식(9)를 얻을 수 있다.

$$\frac{\phi(s)}{M_{xc}(s)} = -\frac{I_z s^2 + \omega_0 h + k h s}{(I_x s^2 + \omega_0 h)(I_z s^2 + \omega_0 h) + h^2 s^2} \quad (9)$$

식(9)의 영점을 근의 방정식으로부터 구하면,

$$s = \frac{-k h \pm \sqrt{(k h)^2 - 4 I_z \omega_0 h}}{2 I_z} \quad (10)$$

이 된다. 이때, 설계변수,  $k$ 를 중근이 되도록 설정한다.

이제 다음의 설계변수,  $K_D, K_P$ 를 설계하기 위해 식(7)의 외부 토크를 스텝 함수로 가정하고 제어입력값을 식(8)을 사용하여 물각과 요각의 정상상태 오차를 구한다. 앞에서  $k$ 를 사용해서 개루프 시스템의 안정성을 확인했고,  $K_D, K_P$ 의 값이 양수라는 조건만 추가하면 피드백 시스템의 안정성까지 보장할 수 있다. 그러므로, 정상상태 오차를 구하기 위해 라플라스(Laplace)의 최종값 정리를 사용할 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_{ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} s \phi(s) = \frac{T_x}{\omega_0 h + K_P} \\ \psi_{ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} s \psi(s) = \frac{-k K_P T_x + (\omega_0 h + K_P) T_z}{(\omega_0 h + K_P) \omega_0 h} \end{aligned} \quad (11)$$

위 식중 물각의 정상상태 오차와 위성의 임무 수행을 위해 원하는 물 자세각과의 비교로부터  $K_P$ 를 적절히 설계할 수 있다. 마지막으로  $K_D$ 를 구하기 위해 식(7)의 4차 특성방정식(C.E.)을 식(12)와 같이 2차식의 곱으로 근사시키고 계수비교법을 사용하면 식(13)의 결과를 얻을 수 있다.

$$C.E. \cong (I_x s^2 + A s + \omega_0 h + K_P)(I_z s^2 + B s + \omega_0 h) \quad (12)$$

$$C.E. = (I_x s^2 + K_D s + K_P)(I_z s^2 + k h s + \omega_0 h) \quad (13)$$

식(13)의 첫 번째 2차항을 댐핑계수 ( $\zeta$ )와 고유주파수 ( $\omega_c$ )로 표시하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\omega_c = \sqrt{\frac{K_P}{I_x}}, \quad \zeta = \frac{K_D}{2} \sqrt{\frac{1}{K_P I_x}} \quad (14)$$

본 논문에서 위성체의 제어를 위해 제어기의 댐핑계수를 1로 선택하고 이 값을 식(14)에 대입하여  $K_D$  값을 설정한다. 식(15)는 앞에서 구한 설계변수들을 정리한 것이다.

$$k = 2 \sqrt{\frac{I_z \omega_0}{h}}, \quad K_P = \frac{T_x}{\phi_d}, \quad K_D = 2 \sqrt{K_P I_x} \quad (15)$$

본 논문에서 제어기는 무궁화위성 1호에 대해 적용하였고 다음 (표 1.)은 시뮬레이션을 위해 필요한 데이터들을 무궁화위성 1호와 정지궤도 환경으로부터 정리하였다[6]. (표 1.)의 수치에서 C.F.는 'in-lb'를 표준 단위(S.I.)인 'N-m'로 바꾸어 주는 상수이다. 그리고,  $\phi_d$ 는 물 방향의 정상상태 오차 범위 중 최소값을 기록한 것이다.

표 1. 시뮬레이션을 위한 데이터  
Table 1. Data for simulation

$I_x$	16600 (in-lb-sec <sup>2</sup> )	$I_z$	17600 (in-lb-sec <sup>2</sup> )
$h$	475 (in-lb-sec)	$\omega_0$	$7.28 \times 10^{-5}$ (rad/sec)
$T_x$	$6 \times 10^{-5}$ (N-m)	$T_z$	$5 \times 10^{-5}$ (N-m)
$\phi_d$	0.025 (deg)	C.F.	0.113

(표 1.)의 값을 식(15)에 넣으면,  $k$ 는 0.104,  $K_P$ 는 0.14,  $K_D$

는 32.4를 얻을 수 있다. 그러나, 설계오차를 감안하여 식(16)과 같이 보다 큰 값을 선택하였다.

$$k = 0.15, K_P = 1.25, K_D = 97 \quad (16)$$

### 3.2 PD 제어기 시뮬레이션

먼저 (표 1.)에 주어진 외부 토크에 대한 시뮬레이션 결과를 (그림 3.)에서는 몸체의 자세각과 자세각변화율을 보여주고, (그림 4.)에서는 휠 구동각과 구동각변화율을 보여주고 있다.

이 절에서는 요각에 대한 특별한 제어기를 설계하지 않았기 때문에 요각의 정상상태 오차를 원하는 상태로 제어하지 못하는 단점이 (그림 3.)을 통해 알 수 있다.

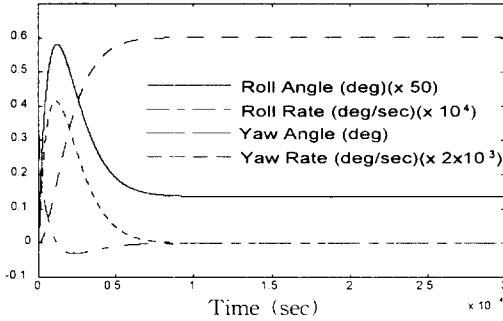


그림 3. 외란에 대한 몸체 자세각 (PD)

Fig. 3. Body attitude angles for disturbances (PD)

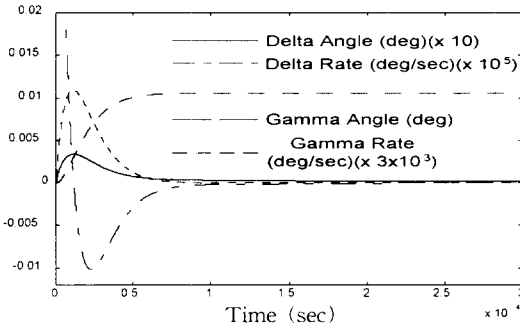


그림 4. 외란에 대한 휠 구동각 (PD)

Fig. 4. Wheel control angles for disturbances (PD)

다음으로 초기 자세오차가 있어서 뉴테이션을 하고 있는 경우에 대해 시뮬레이션을 하였다. 이때, 초기 자세오차각으로 롤각변화율을 0.136도/sec, 요각을 4.8도로 설정하였다. 그리고, 외란의 영향은 없는 것으로 하여 순수한 뉴테이션에 대한 결과를 시뮬레이션 하여 (그림 5.)와 (그림 6.)에 나타내었다.

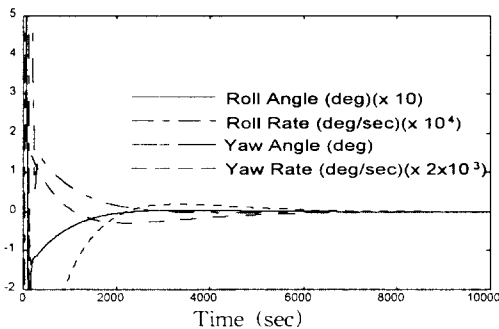


그림 5. 초기 오차각에 대한 몸체 자세각 (PD)

Fig. 5. Body attitude angles for initial errors (PD)

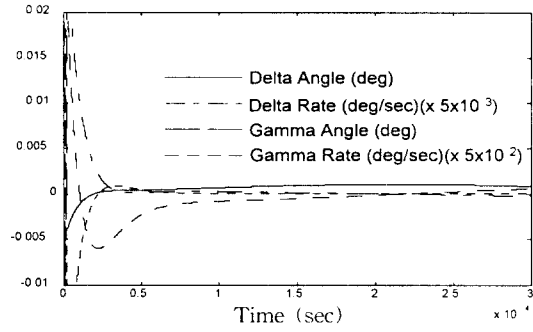


그림 6. 초기 오차각에 대한 휠 구동각 (PD)

Fig. 6. Wheel control angles for initial errors (PD)

(그림 5.)와 (그림 6.)에서는 전체적으로 오차가 원하는 값인 0으로 수렴하는 경향을 보여주고 있다. 그러나, 시뮬레이션 초기 시간을 확대해보면 요각에 대한 결과가 롤각에 비해 좋은 성능을 보이지 못함을 알 수 있다. 이 결과를 (그림 7.)에서 쉽게 확인할 수 있다.

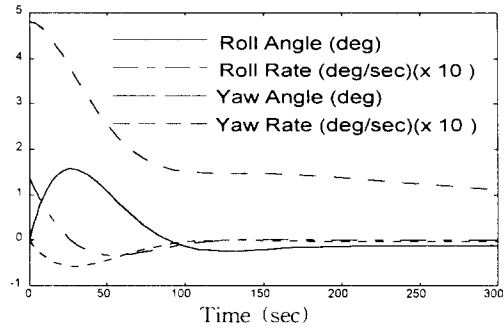


그림 7. 초기 오차각에 대한 몸체 자세각의 초기 순간 (PD)

Fig. 7. Start of body attitude angles for initial errors (PD)

## 4. 위상지연 보상기

### 4.1 위상지연 보상기 설계

이 절에서는 단순히 1차 위상지연 보상기 ( $\frac{1}{s+a}$ )를 요 방향에 추가 설계함으로써 앞에서 설계한 제어 시스템보다 성능이 우수함을 보이고자 한다. 이때, 앞에서 설계한 설계변수들은 동일한 값을 사용하였고, 다만 1차 위상지연 보상기의 설계변수 ( $a$ ) 값을 설정하였다.

1차 위상지연으로 인해 식(6)의 제어입력 관계식이 식(17)과 같이 바뀐다.

$$M_{xc} = (K_D s + K_P) \phi(s), \quad M_{zc} = \frac{k}{s+a} M_{xc} \quad (17)$$

이제 위상지연 변수,  $a$ 를 구하기 위해 요각의 정상상태 오차를 구한다.

$$\phi_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \phi(s) = \frac{-\frac{k}{a} K_P T_x + (\omega_0 h + K_P) T_z}{(\omega_0 h + K_P) \omega_0 h} \quad (18)$$

식(18)의 분자로부터 정상상태의 요 오차를 제거하는 값을 식(19)와 같이 얻을 수 있다.

$$a = \frac{k K_P T_x}{(\omega_0 h + K_P) T_z} \quad (19)$$

식(34)에 앞에서 사용한 값들을 대입하면  $a$ 는 약 0.18의 값이 나온다. 이 값은 설계오차가 포함된 지연변수 설계치이다.

#### 4.2 위상지연 보상기 시뮬레이션

첫 번째로 일정한 외란에 대한 시뮬레이션 결과를 (그림 8.)과 (그림 9.)에서 보여준다.

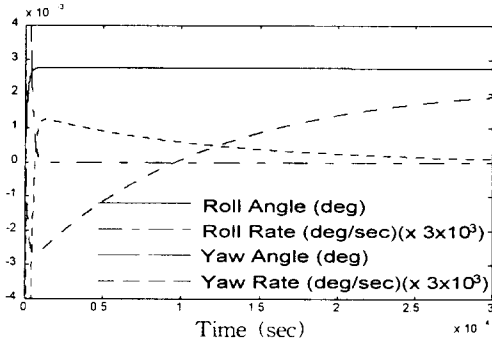


그림 8. 외란에 대한 몸체 자세각 (위상지연)

Fig. 8. Body attitude angles for disturbances (Phase lag)

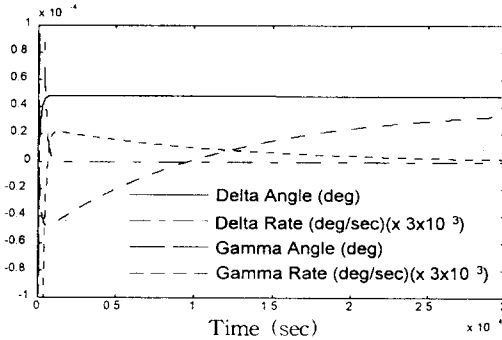


그림 9. 외란에 대한 휠 구동각 (위상지연)

Fig. 9. Wheel control angles for disturbances (Phase lag)

다음으로 뉴테이션을 하는 초기 자세오차각이 있는 경우에 대한 시뮬레이션 결과를 (그림 10.)에서 (그림 12.)를 통해 보여주고 특히, (그림 12.)는 초기 시간을 확대해서 (그림 7.)의 결과와 비교할 수 있도록 하였다.

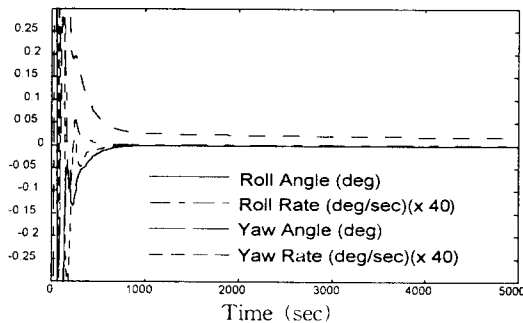


그림 10. 초기 오차각에 대한 몸체 자세각 (위상지연)

Fig. 10. Body attitude angles for initial errors (Phase lag)

### 5. 결론

3장의 시뮬레이션을 통해 톨/요 제어입력의 크기에 상수배만을 하여 설계한 시스템은 톨에 대해서 우선적으로 제어반응을 보이고 후에 요각 오차가 크게 부각되면서 요에 대해서 제어반

응이 서서히 나타난다. 그러나, 4장의 시뮬레이션을 통해 위상지연 변수,  $a$ 를 또하나의 설계변수로 사용해서 위상지연 보상기를 첨가한 시스템은 보다 빠른 시간내에 톨과 요각을 동시에 제어할 수 있다.

본 논문을 통해 설계된 제어기는 요 방향에 대한 능동적인 제어의 잇점을 가진 더블김벌 시스템에 적합함을 보였다.

#### 후기

본 논문은 한국통신이 지원하는 연구과제 '정지궤도 통신위성 핵심 서브시스템 및 운용시스템 개발'의 연구결과 일부입니다.

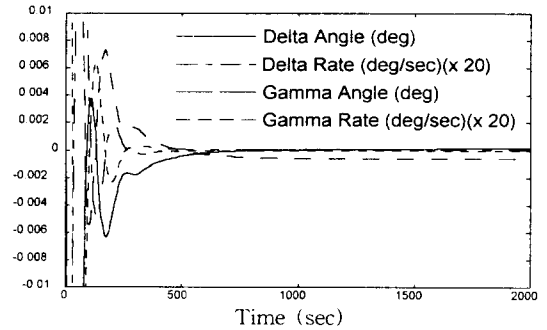


그림 11. 초기 오차각에 대한 휠 구동각 (위상지연)

Fig. 11. Wheel control angles for initial errors (Phase lag)

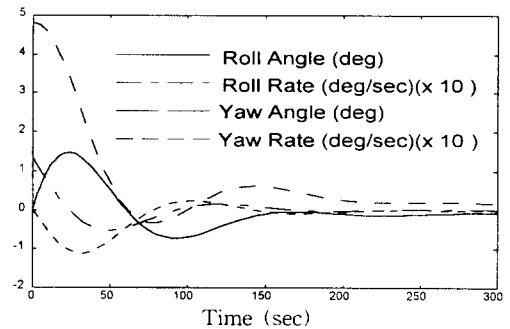


그림 12. 초기 오차각에 대한 몸체 자세각의 초기순간 (위상지연)

Fig. 12. Start of body attitude angles for initial errors (Phase lag)

### 참고문헌

- [1] ---, KOREASAT Critical Design Review, GE Aerospace, 1993.
- [2] ---, Mission Analyst Course, Martin Marietta Astro Space, 1994.
- [3] J.L. Junkins and J.D. Turner, *Optimal Spacecraft Rotational Maneuvers*, Elsevier Science Publishers, Netherlands, 1986.
- [4] M.H. Kaplan, *Modern Spacecraft Dynamics & Control*, John Wiley & Sons, U.S.A., 1976.
- [5] J. Schubert, D.E. Koelle and H. Kellermeier, "The German TV-Broadcasting Satellite TV-SAT A3," International Astronautical Congress Munich/FRG, Paper 79-305, pp.11-14.
- [6] 김성규 외, 차세대 위성 BUS 핵심부품 및 기반기술 개발연구, 한국항공우주연구소, pp.77-88, 1995.