

로봇 제어를 위한 변형 기준 경로 발생 알고리즘의 개발

The Development of Generating Reference Trajectory Algorithm for Robot Manipulator

* 민 경원*, 이 중수*, 최 경삼*

* 홍익대학교 공과대학 전기·제어 공학과

Abstracts The computed-torque method (CTM) shows good trajectory tracking performance in controlling robot manipulator if there is no disturbance or modelling errors. But with the increase of a payload or the disturbance of a manipulator, the tracking errors become large. So there have been many researches to reduce the tracking error.

In this paper, we propose a new control algorithm based on the CTM that decreases a tracking error by generating new reference trajectory to the controller. In this algorithm we used the concept of sliding mode theory and fuzzy system to reduce chattering in control input.

For the numerical simulation, we used a 2-link robot manipulator. To simulate the disturbance due to a modelling uncertainty, we added errors to each elements of the inertia matrix and the nonlinear terms and assumed a payload to the end-effector. In this simulation, proposed method showed better trajectory tracking performance compared with the CTM.

Keywords Computed-torque method (CTM), Sliding mode, Fuzzy system, Chattering

1. 서론

종래의 산업용 로봇은 감속기를 채택함에 따른 백래쉬(backlash), 마찰 등의 오차로 인해 정밀 제어가 어렵고, 또한 감속비만큼의 속도 저하를 가져오므로써 고속화의 요구에 부합하기가 어려웠다. 이를 극복하고자 최근에 직접 구동 방식의 로봇에 관한 연구가 활성화되고 있다. 직접 구동 방식이란 큰 토크 출력을 가진 저속의 전동기가 감속 장치를 거치지 않고 직접 로봇의 연동부를 구동하는 것을 말하며, 따라서 이의 특징은 정확하고 고속의 운동을 가능케 한다는 것이다. 그러나 관절간의 상호작용 토크등이 감쇄없이 직접 전동기 축에 외란으로서 작용하게 되므로, 정확한 위치제어를 위하여 로봇의 동역학을 고려한 제어가 필요하게 된다. 대표적 방법으로 토크 계산법을 들 수 있는데, 이러한 형태는 건실제어나 적응제어 등의 알고리즘에서도 나타나며 실제로 어느 정도의 좋은 성능을 보이고 있다.

한편 대부분의 로봇 매니플레이터는 스칼라형으로 원심력, 코리올리력 및 관성력과 같은 비선형적인 요소들의 간섭을 많이 받는다. 더구나 마찰력 및 주위의 외란 등으로 인해서 로봇의 정확한 모델식을 얻기가 어려우며, 이러한 모델의 불확실성은 정확한 추종제어를 할 수 없게 하는 요소로 작용한다.

본 논문에서는 토크 계산법의 제어기 형태를 그대로 적용한 채, 슬라이딩 모드의 개념을 이용하여 기준 경로를 변형시킴으로써 모델링 오차로 인한 추종오차를 줄이는 것을 그 목적으로 하고 있다. 또한 가변 구조 시스템을 채택함에 따르는 제어 입력의 채터링을 감소시키기 위해 퍼지 시스템을 사용하여 스위칭 함수를 연속화시켰다. 제안 알고리즘의 경로 추종 성능을 보이기 위해, 모델링 오차와 부하오차를 고려하여 수치적 시뮬레이션을 하여 기존의 토크 계산법에 의한 제어 결과와 비교하였다.

2. 본론

2.1 Computed-Torque Method (토크 계산법)

n 자유도 매니플레이터의 동역학 방정식은 다음과 같다.

$$M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q}) = \tau \quad (1)$$

($M(q)$: 관성 행렬 $N(q, \dot{q})$: 비선형 항 벡터)

대부분의 동적 제어 알고리즘은 Newton-Euler 알고리즘 등을 이용한 동역학 계산을 포함하는 토크에 의한 제어를 수행하며, 식(1)로 표현되는 동역학 계산을 수행한다. 그러나 모델을 단순화하는 과정에서 나타나는 물리적 오차와 예측할 수 없는 작업 부하의 변화에 의해 나타나는 오차 등이 존재하며, 또한 동역학 계산에 기인하는 시간 지연 오차등이 복합적으로 작용하여 실제의 시스템 (1)을 정확히 알아낼 수는 없다. 따라서 실제의 제어에서 이용 가능한 로봇의 동역학 모델은 실제 모델과는 오차가 있게 되며 이를 본 논문에서는 다음과 같이 나타내기로 한다.

$$\hat{M}(q)\ddot{q} + \hat{N}(q, \dot{q}) = \tau \quad (2)$$

($\hat{M}(q)$: $M(q)$ 의 추정치 $\hat{N}(q, \dot{q})$: $N(q, \dot{q})$ 의 추정치)

시스템에 인가되는 제어 신호는 식(3)과 같이 표현할 수 있으며,

$$\tau_c = \hat{M}(q)u_c(t) + \hat{N}(q, \dot{q}) \quad (3)$$

PD 제어의 경우 $u_c(t)$ 는

$$u_c(t) = \ddot{q}^d + K_v(\dot{q}^d - \dot{q}) + K_p(q^d - q) \quad (4)$$

로 나타낼 수 있다. (여기서 K_v , K_p 는 $n \times n$ 의 gain matrix)

식(3)의 토크를 로봇 동역학 방정식에 인가해주면 실제 시스템과의 모델링 오차로 인한 오차 방정식은 식(5)와 같이 된다.

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = \Delta(K_v \dot{e} + K_p e) + \Delta \ddot{q}^d(t) + \delta(t) \quad (5)$$

여기서 $e = q^d - q$, $\dot{e} = \dot{q}^d - \dot{q}$, $\ddot{e} = \ddot{q}^d - \ddot{q}$ 이며, 모델링 오차는 식(6)과 같이 나타내어진다.

$$\Delta = M^{-1}(M - \hat{M}), \quad \delta(t) = M^{-1}(N - \hat{N}) \quad (6)$$

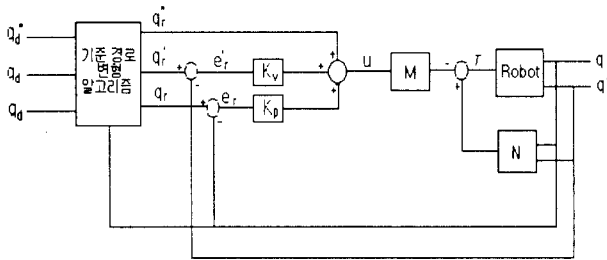
실제 시스템과 모델이 정확히 일치하는 경우에는 $\Delta = \delta = 0$ 이 되어서 식(7)과 같은 이상적인 오차방정식으로 표현되며,

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = 0 \quad (7)$$

이러한 경우에는 이상적인 경로 제어가 가능하게 되나, 실제의 경우 모델링 오차가 존재하기 마련이므로 경로제어는 많은 오차를 나타내게 되고, 그러한 현상은 외란이나 부하의 증가에 따라 더욱 심화된다.

2.2 기준 경로 변형 알고리즘

본 절에서는 슬라이딩 모드의 개념을 이용하여 제어기에 인가되는 기준 경로를 변형시킴으로써 더욱 정확한 경로제어를 가능케 하는 방법을 제안한다. 전체적인 블록 선도는 다음과 같다.



<그림 1> 제안 알고리즘의 블록 선도

<Fig 1> The block diagram of proposed algorithm

2.2.1 가변구조 시스템

다음 식과 같이 표현되는 2차 시스템을 고려해보자.

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) \quad (8)$$

$$\dot{x}_2(t) = \alpha_1 x_2(t) - \beta x_1(t) \quad (\alpha_1 > 0)$$

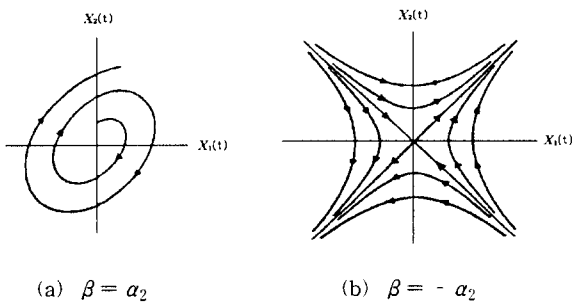
윗식의 β 가 다음 식과 같은 형태를 갖는다고 하자.

$$\beta = \pm \alpha_2 \quad (9)$$

$$s(X) = cx_1(t) + x_2(t) \quad (c > 0) \quad (10)$$

여기서 $X = [x_1(t) \ x_2(t)]^T$ 는 시스템의 상태벡터이다.

$\beta = \alpha_2$ 인 경우에는 식(8)의 고유치가 모두 양의 실수부를 갖게 되어 <그림 2>의 (a)와 같은 불안정한 특성을 갖게 된다.



(a) $\beta = \alpha_2$

(b) $\beta = -\alpha_2$

<그림 2> 두 개의 불안정한 시스템의 상태궤적
<Fig 2> The state trajectory of two unstable systems

$\beta = -\alpha_2$ 인 경우에도 고유치가 각각

$$\lambda_1 = \frac{\alpha_1}{2} + \sqrt{\frac{\alpha_1^2}{4} + 4\alpha_2} \quad (11)$$

$$\lambda_2 = \frac{\alpha_1}{2} - \sqrt{\frac{\alpha_1^2}{4} + 4\alpha_2} \quad (12)$$

이 되어, λ_1 은 양의 실수이고 λ_2 는 음의 실수이나, 전체적으로는 불안정한 궤적을 갖는 점근선 $x_2(t) = \lambda_1 x_1(t)$ 와, 유일하게 안정한 상태궤적을 갖는 점근선 $x_2(t) = \lambda_2 x_1(t)$ 를 중심으로 <그림 2>의 (b)와 같은 상태궤적을 갖는다. 시스템의 상태가 점근적으로 안정되기 위해서는 슬라이딩 모드 존재조건이 만족되어 시스템의 상태가 $-\lambda_2 x_1(t) + x_2(t) = 0$ 을 따라 0으로 수렴해야 한다. 즉 $-\lambda_2 x_1(t) + x_2(t)$ 를 $s(X)$ 로 잡으면 $s(X) = 0$ 을 만족시켜야 한다.

2.2.2 슬라이딩 모드의 존재 조건

다음과 같은 가변구조시스템을 가정하자.

$$\dot{X} = f(X, t) = \begin{cases} f^+(X, t) & (s(X) > 0) \\ f^-(X, t) & (s(X) < 0) \end{cases} \quad (13)$$

$X(t) \equiv X \in R^n$ 는 주어진 시스템의 상태벡터이다.

$s = 0$ 일 때, 시스템이 정의되지 않으나 다음 식을 가정한다.

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} f(X, t) = f^-(X, t) \quad (14)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0^-} f(X, t) = f^+(X, t) \quad (15)$$

위의 두 식은 $s(X) = 0$ 상에서 불연속적인 구조를 갖는 가변구조 시스템에 대한 수식적인 표현이라 할 수 있다.

위의 가변구조 시스템이 설정된 평면에서 슬라이딩 모드 존재조건을 만족시키기 위해서는 시스템의 상태궤적이 기하학적으로 <그림 3>과 같은 구조를 가져야 한다.



<그림 3> 시스템의 상태궤적

<Fig 3> The state trajectory of system

즉, 시스템의 상태궤적이 모두 슬라이딩 평면을 향하도록 하여야 시스템의 상태벡터가 평면에 도달하게 되고, 이후 평면을 경계로 두 구조를 무한히 빠르게 연속적으로 스위칭함으로써 시스템의 상태벡터를 평면에 머물도록 할 수 있다. <그림 3>과 같은 상태궤적의 조건은 시스템의 상태궤적에 따른 $s(X)$ 의 변화율로써 나타낼 수 있으며 수식적 표현은 다음과 같다.

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s} = \lim_{s \rightarrow 0^+} \frac{\partial s}{\partial X} \dot{X}(t) = \lim_{s \rightarrow 0^+} \frac{\partial s}{\partial X} f^+(X, t) < 0 \quad (16)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s} = \lim_{s \rightarrow 0^-} \frac{\partial s}{\partial X} \dot{X}(t) = \lim_{s \rightarrow 0^-} \frac{\partial s}{\partial X} f^-(X, t) > 0 \quad (17)$$

위의 두 식은 식 (13)이 $s(X) = 0$ 에서 슬라이딩 모드를 갖기 위한 조건식으로서 이를 하나의 식으로 표현하면 식(18)과 같다.

$$\lim_{s \rightarrow 0} s(X) \dot{s}(X) < 0 \quad \forall \{X(t) | s(X) \neq 0\} \quad (18)$$

식(18)은 식 (13)에 대한 국부적인(Locally) 슬라이딩 모드 존재 조건이라 하며, 총체적인(Globally) 슬라이딩 모드 존재 조건은 다음 식과 같이 표현된다.

$$s(X) \dot{s}(X) < 0 \quad \forall \{X(t) | s(X) \neq 0\} \quad (19)$$

2.2.3 슬라이딩 모드를 이용한 기준 경로 변형 알고리즘

원래의 기준경로를 q_d 라 하고, 실제 경로를 궤환받아 계산된 위치오차와 속도오차 e, \dot{e} 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$e = q_d - q \quad (20)$$

$$\dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q} \quad (21)$$

슬라이딩 평면 s 를 다음과 같이 정의한다.

$$s = ce + \dot{e} \quad (22)$$

Sampling time 간격을 Δt 라고 하면, k 번 째 sampling time, $k\Delta t$ 에서의 슬라이딩 평면 s_k 는 식(23)과 같이 정의할 수 있고,

$$s_k = ce_k + \dot{e}_k \quad (23)$$

s_{k+1} 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\dot{s}_{k+1} = \frac{s_{k+1} - s_k}{\Delta t} \quad (24)$$

식 (20), (21), (22), (23)을 식(24)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} \frac{s_{k+1} - s_k}{\Delta t} &= \frac{(ce_{k+1} + \dot{e}_{k+1}) - (ce_k + \dot{e}_k)}{\Delta t} \\ &= \frac{c(q_{k+1}^d - q_{k+1}) + \dot{q}_{k+1}^d - \dot{q}_{k+1}}{\Delta t} \\ &\quad - \frac{c(q_k^d - q_k) + \dot{q}_k^d - \dot{q}_k}{\Delta t} \end{aligned} \quad (25)$$

$s > 0$ 인 경우 슬라이딩 모드 존재 조건을 만족시키기 위해서는 $\dot{s} < 0$ 이 되어야 하며, 식(25)로부터 다음의 식(26), (27)이 만족되어야 한다.

$$\begin{cases} q_{k+1}^d - q_{k+1} - q_k^d + q_k > 0 & (c < 0) \\ q_{k+1}^d - q_{k+1} - q_k^d + q_k < 0 & (c > 0) \end{cases} \quad (26)$$

$$\dot{q}_{k+1}^d - \dot{q}_{k+1} - \dot{q}_k^d + \dot{q}_k < 0 \quad (27)$$

반대로 $s < 0$ 인 경우에는 $\dot{s} > 0$ 이 되어야 하므로 다음의 식 (28), (29)이 만족되어야 한다.

$$\begin{cases} q_{k+1}^d - q_{k+1} - q_k^d + q_k < 0 & (c < 0) \\ q_{k+1}^d - q_{k+1} - q_k^d + q_k > 0 & (c > 0) \end{cases} \quad (28)$$

$$\dot{q}_{k+1}^d - \dot{q}_{k+1} - \dot{q}_k^d + \dot{q}_k > 0 \quad (29)$$

제어기에 인가해 줄 $k+1$ 번 째 sampling time에서의 변형된 기준 경로와 속도, 가속도를 각각 $q_{k+1}^r, \dot{q}_{k+1}^r, \ddot{q}_{k+1}^r$ 라고 표시하고 다음과 같이 정의하자.

$$q_{k+1}^r = q_{k+1}^d + P \cdot \text{sign}(s) \quad (30)$$

$$\dot{q}_{k+1}^r = \dot{q}_{k+1}^d + D \cdot \text{sign}(s) \quad (31)$$

$$\ddot{q}_{k+1}^r = \frac{\dot{q}_{k+1}^r(t + \Delta t) - \dot{q}_{k+1}^r(t)}{\Delta t} \quad (32)$$

식(30), (31)에서 적절한 P, D 값을 선정해주면, 앞에서의 슬라이딩 모드 존재 조건을 만족시키는 실제 경로와 속도를 발생시킬 수 있다.

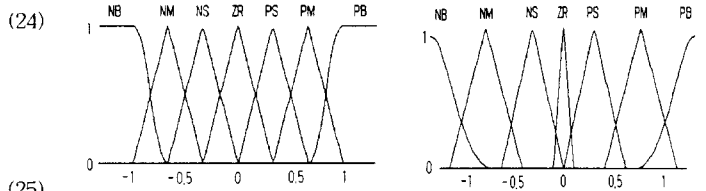
2.2.4 채터링 감소 알고리즘

시스템의 상태벡터가 슬라이딩 평면상에 머무르면서 점근적으로 안정하기 위해서는 슬라이딩 평면으로 향하는 두 벡터장, $f^+(X, t)$ 와 $f^-(X, t)$ 이 평면상에서 이론상 무한히 빨리 스위칭되어야 하나, 실제로는 스위칭시 아주 작은, 그러나 0이 아닌 지연이 있게 되므로 시스템의 상태궤적은 스위칭평면을 약간씩 오버슈트(overshoot)하게 된다. 채터링현상은 보통 바람직하지 않기 때문에 본 논문에서는 이러한 채터링을 감소시키기 위해 슬라이딩 평면에 어느 정도 두께의 경계층을 도입하고 이 경계층안에서 식(29), (30)의 스위칭함수를 퍼지 시스템을 이용하여 다음과 같이 연속적으로 근사화하였다.

$$\begin{cases} \dot{q}^r = q^d + P \cdot \text{sign}(s) & (|s| > a) \\ \dot{q}^r = q^d + P \cdot f(s) & (|s| < a) \end{cases} \quad (33)$$

$$\begin{cases} \dot{q}^r = \dot{q}^d + D \cdot \text{sign}(s) & (|s| > a) \\ \dot{q}^r = \dot{q}^d + D \cdot f(s) & (|s| < a) \end{cases} \quad (34)$$

퍼지 시스템의 입력은 s 이고 출력은 $f(s)$ 이며 입출력의 멤버십 함수는 <그림 4>와 같고,



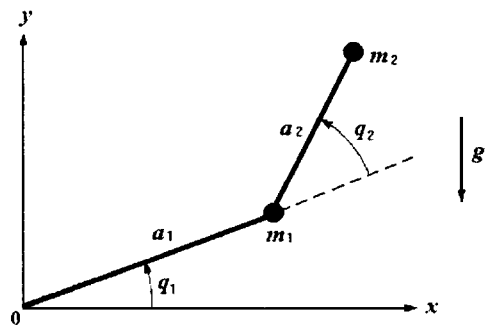
<그림 4> 퍼지 시스템의 멤버십 함수

<Fig 4> The membership functions of fuzzy system

퍼지 규칙은 다음과 같다.

- If s is PB then $f(s)$ is PB
- If s is PM then $f(s)$ is PM
- If s is PS then $f(s)$ is PS
- If s is ZR then $f(s)$ is ZR
- If s is NS then $f(s)$ is NS
- If s is NM then $f(s)$ is NM
- If s is NB then $f(s)$ is NB

3. Simulation



<그림 5> 2 관절 로봇 매니퓰레이터

<Fig 5> 2-link robot manipulator

제한한 알고리즘의 성능 평가를 위해서 <그림 5>의 2-link 로봇 매니퓰레이터의 모의실험을 통해 기존의 토오르크 계산법과 성능을 비교하였다. 이 시스템의 무부하 모델은 다음과 같으며

$$M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q}) = \tau \quad (35)$$

$$N(q, \dot{q}) = V(q, \dot{q}) + G(q) \quad (36)$$

($V(q, \dot{q})$: 원심력과 코리올리항 $G(q)$: 중력항)

각각의 요소는 다음과 같다.

$$M(q) = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2)a_1^2 + m_2a_2^2 + 2m_2a_1a_2\cos q_2 & m_2a_2^2 + m_2a_1a_2\cos q_2 \\ m_2a_2^2 + m_2a_1a_2\cos q_2 & m_2a_2^2 \end{bmatrix}$$

$$V(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -m_2a_1a_2(2\dot{q}_1\dot{q}_2 + \dot{q}_2^2)\sin q_2 \\ m_2a_1a_2\dot{q}_1^2\sin q_2 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2)ga_1\cos q_1 + m_2ga_2\cos(q_1 + q_2) \\ m_2ga_2\cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

위의 모델에 사용된 각각의 계수들은

$$m_1 = 1 \text{ (Kg)} \quad m_2 = 1 \text{ (Kg)}$$

이며,

$$a_1 = 1 \text{ (m)} \quad a_2 = 1 \text{ (m)}$$

실제 시스템에서는 모델링 오차를 주기 위해서 관성행렬의 각 요소에 % 오차를 인가해주고 말단장치에는 부하오차를 인가해주었다. 토오르크 계산법에서의 이득 행렬은 대각행렬로 선택하였으며, 임계제동 시스템을 구성하기 위해 $K_v = 20 I$, $K_p = 100 I$ 로 선택하였다. 규정경로는 위치, 속도, 가속도가 연속함수로 나타나는 다음과 같은 정현파 입력을 선택하였고

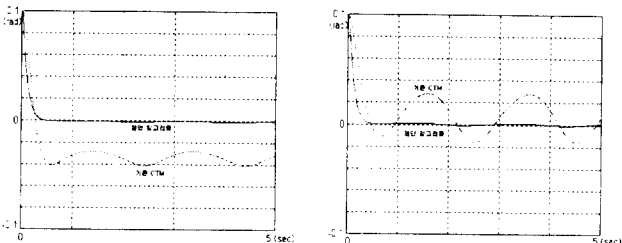
$$\theta_{1d} = g_1 \sin(2\pi t / T) \quad (38)$$

$$\theta_{2d} = g_2 \cos(2\pi t / T)$$

초기위치벡터는 $\theta_i = [0 \ 0]^T \text{ (rad)}$ 로 선정하였다.

이 때, $T = 2 \text{ (sec)}$, $g_{1,2} = 0.1 \text{ (rad)} \approx 6 \text{ (deg)}$ 로 설정하였고, 작업 수행시간은 5(sec)로 하였다. 기준 경로 발생과 실제 경로의 궤환시 sampling time은 5(ms)로 하였으며, Simulation 알고리즘은 Runge-Kutta fifth order method를 사용하였다.

슬라이딩 평면 $s = \dot{e} + e = 0$ 에서 c 는 10으로 설정했으며, 식 (32), (33)에서 a 는 1로 정해주었다. 그 결과 <그림 6>에서 보듯이 기존의 토오르크 계산법에 비해 더욱 향상된 경로 추종 성능을 나타내고 있다.



(a)

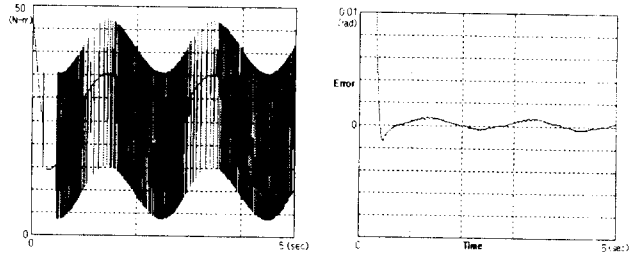
관성 행렬의 오차 : 50 (%)
부하 오차 : 0.1 (Kg)

(b)

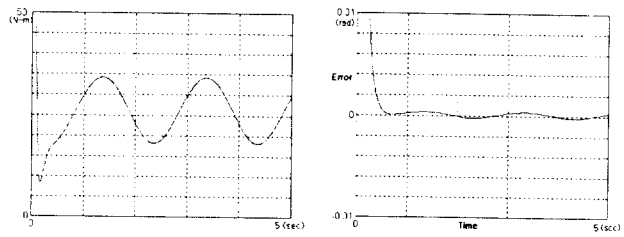
관성 행렬의 오차 : 80 (%)
부하 오차 : 0.5 (Kg)

<그림 6> Link 2의 위치 오차
<Fig 6> The position error of link 2

또한 슬라이딩 평면에 경계층을 두고 퍼지 시스템을 사용하여 식(33), (34)와 같이 스위칭함수를 연속화시킨 결과 <그림 7>에서 보듯이 제어입력의 채터링이 현격히 감소하였다. <그림 7>은 각각의 경우의 제어 입력과 경로 추종 오차를 나타내고 있다.



(a) Signum 함수 적용시



(b) 퍼지 시스템 적용시

<그림 7> 제어 입력

<Fig 7> The control input

4. 결론

본 연구에서는 CTM의 제어 구조에 바탕을 두고 슬라이딩 모드를 이용하여 로봇 매니퓰레이터의 제어기에 인가되는 기준 경로와 속도, 가속도를 변형시켜주었고, 그 결과 모델링 오차로 인한 경로 추종 오차가 감소됨을 시뮬레이션을 통해서 입증하였다. 또한 슬라이딩 평면에 경계층을 두고 퍼지 시스템을 이용하여 스위칭 함수를 연속화시킴으로써 가변 구조 시스템에 수반되는 채터링 현상을 감소시켰다.

참고문헌

- [1] F. L. Lewis and C. T. Abdallah and D. M. Dawson, *Control of Robot Manipulators.*, New York : Macmillan, 1993
- [2] M. W. Spong and M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control.*, New York : John Wiley & Sons, 1989
- [3] V. I. Utkin, *Sliding Modes in Control Optimization.*, Springer-Verlag, 1992
- [4] V. I. Utkin, *Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems.*, Moscow, Mir Publishers, 1978
- [5] Seul Jung and T. C. Hsia, "A New Neural Network Control Technique for Robot Manipulators," *American Control Conference*, pp 878-882, 1995