Proceedings of the 11th
KACC, October 1996

쿼터니언을 이용한 SDINS의 등가 비선형 오차모델

Equivalent Nonlinear Error Model of SDINS Using Quaternion

°유 명 종*, 전 창 배*, 박 준 표*, 유 준**

*국방과학연구소(Tel : 042-821-4455; Fax : 821-2224)
**충남대학교 전자공학과(Tel : 042-821-5669; Fax : 823-5436)

Abstracts The attitude error is expressed using four kinds of quaternion errors. And the explicit relation equations between them are derived. four kinds of nonlinear error models of SDINS using the their explicit relation are also proposed for a nonlinear filter which may be available for a system in the presence of a large attitude error. the concept of the proposed nonlinear error model is applied to the velocity aided SDINS using a linear Kalman filter and an extended Kalman filter. the simulation results reveal a improvement of performance using the nonlinear error model.

Keywords four kinds of nonlinear error models, Quaternion, extended Kalman filter, SDINS.

1. 서 론

스트랩다운 관성항법시스템(SDINS)에서 항법오차의 발산을 억제하기 위한 목적으로 칼만필터를 이용한 보정항법이 사용되고 있다. 칼만필터를 구성하기 위해 항법시스템의 오차모델의 연구되어 왔으며, 좌표계의 정의 및 자세 오차모델를 구성하는 오차변수의 정의에 의해 여러 가지 선형 오차모델이 제시되어 왔다.[1,2,3] A. Weinred와 I. Y. Bar-Itzhack[1]등은 항법좌표계와 컴퓨터 좌표계 사이의 Psi-각을 이용한 오차모델을 제시하였으며, B. Friedland[2]와 Minoru Shibata[3]는 Equivalent Tilt각을 이용한 오차모델을 제시하였고, 자세오차 모델에서 합형 쿼터니언 오차모델이 Equivalent Tilt각을 이용한 선형 오차모델과 등가임을 제시하였다. 그러나 기존에 제시된 오차모델은 자세오차가 충분히 작다는 가정이 있었으며, 따라서 자세오차가 큰 시스템이나, 비선형 필터를 구성하기 위한 오차모델로서는 적합하지 못하였다. 참고문헌[4,5]에서 자세오차가 큰 시스템에 적합한 합형 쿼터니언 오차를 이용한 비선형 오차모델 및 회전벡터를 이용한 비선형 오차모델을 제시하였으며, 자세오차의 크기에 따른 속도보정형 SDINS의 성능 분석으로 오차모델의 유용성을 제시하였다. 본 논문에서는 참고문헌[4,5]에서 제시된 합형 쿼터니언 오차를 이용한 비선형 오차모델을 참고하여 자세오차를 표현하는 방법인 쿼터니언 오차를 합형 쿼터니언 오차와 곱셈형 쿼터니언 오차로 구별하고, 그들의 정확한 관계식을 유도하며, 이들의 관계식을 이용하여 자세오차가 큰 시스템에 대서 유용한 비선형 필터를 구성하기 위해 필요한 비선형 오차모델을 4종류의 등가 비선형 오차모델로 제시한다. 또한 자세오차가 큰 시스템에서 비선형 오차모델의 유용성을 검증하기 위해 주행거리계를 이용한 속도보정형 SDINS를 구성하고, 선형 칼만필터 및 확장형 칼만필터(extended Kalman filter)를 이용하여 성능을 평가한다.

2. 합형 쿼터니언 오차와 곱셈형 쿼터니언 오차

자세오차를 표현하는 쿼터니언 오차를 합형 쿼터니언 오차와 곱셈형 쿼터니언 오차로 구별하여 정의하고, 그들의 정확한 관계식을 구하면 아래와 같다.[4,5]

먼저 오차가 포함되지 않은 쿼터니언 Q_b^n을 회전벡터 오차를 포함한 쿼터니언 $\tilde{Q}_b^n$와 회전벡터 오차에 의해 구성되는 쿼터니언과의 곱으로 아래식과 같이 가정하였다.

$$Q_b^n = Q_{n'}^n Q_b^{n'} = Q_{n'}^n \tilde{Q}_b^n \tag{1}$$

$$Q_b^n = Q_{b'}^n Q_b^{b'} = \tilde{Q}_b^n Q_b^{b'} \tag{2}$$

여기서, $\tilde{Q}_b^n = [\ \tilde{q}_0,\ \tilde{q}_1,\ \tilde{q}_2,\ \tilde{q}_3\ ]^T$이고, $Q_{n'}^n$과 $Q_b^{b'}$는 곱셈형 쿼터니언 오차로 정의한다. $Q_{n'}^n$은 항법좌표계 기준 회전벡터 오차인 $\Delta\Phi^n = [\Delta\phi_N, \Delta\phi_E, \Delta\phi_D]^T$를 포함하는 곱셈형 쿼터니언 오차로 식(3)과 같이 정의되며, $Q_b^{b'}$는 동체좌표계 기준 회전벡터 오차인 $\Delta\Phi^b = [\Delta\phi_X, \Delta\phi_Y, \Delta\phi_Z]^T$를 포함하는 곱셈형 쿼터니언 오차로 식(4)와 같이 정의된다.

$$Q_{n'}^n = \begin{bmatrix} q_{0n} \\ q_{1n} \\ q_{2n} \\ q_{3n} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \cos(\frac{\Phi_{0n}}{2}) \\ \Delta\phi_N\, s_n \\ \Delta\phi_E\, s_n \\ \Delta\phi_D\, s_n \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$Q_b^{b'} = \begin{bmatrix} q_{0b} \\ q_{1b} \\ q_{2b} \\ q_{3b} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \cos(\frac{\Phi_{0b}}{2}) \\ \Delta\phi_X\, s_b \\ \Delta\phi_Y\, s_b \\ \Delta\phi_Z\, s_b \end{bmatrix} \tag{4}$$

여기서 $s_n = \frac{1}{\Phi_{0n}} \sin\left(\frac{\Phi_{0n}}{2}\right)$, $s_b = \frac{1}{\Phi_{0b}} \sin\left(\frac{\Phi_{0b}}{2}\right)$,

$$\Phi_{0n} = \sqrt{(\Delta\phi_N)^2 + (\Delta\phi_E)^2 + (\Delta\phi_D)^2},$$

$$\Phi_{0b} = \sqrt{(\Delta\phi_X)^2 + (\Delta\phi_Y)^2 + (\Delta\phi_Z)^2}$$

식(1)과 식(2)를 식(5)와 식(6)으로 정의 할 수 있다.

$$Q_b^n = Q_{n'}^n Q_b^{n'} = Q_b^{n'} + \delta Q \tag{5}$$

$$Q_b^n = Q_{b'}^n Q_b^{b'} = Q_{b'}^n + \Delta Q \tag{6}$$

여기서 δQ와 ΔQ는 합형 쿼터니언 오차로 정의 된다.

$Q_{n'}^{n}$와 δQ의 관계를 식(5)로부터 유도하면 다음과 같다

$$\delta Q = (q_{0n-1})\,Q_b^{n'} + Y(Q_b^{n'})q^n \tag{7}$$

여기서 $q^n = [\ q_{1n},\ q_{2n},\ q_{3n}\ ]^T$

$$Y(Q_b^{n'}) \equiv Y = \begin{bmatrix} -\tilde{q}_1 & -\tilde{q}_2 & -\tilde{q}_3 \\ \tilde{q}_0 & \tilde{q}_3 & -\tilde{q}_2 \\ -\tilde{q}_3 & \tilde{q}_0 & \tilde{q}_1 \\ \tilde{q}_2 & -\tilde{q}_1 & \tilde{q}_0 \end{bmatrix}$$

이다. 그리고 식(7)의 양변에 Y^T를 곱하면 q^n은 식(8)과 같이 된다.

$$q^n = Y^T \delta Q \tag{8}$$

또한 역으로 식(8)의 양변에 Y을 곱하면 δQ의 다른 또 하나의 방정식을 식(9)과 같이 구할 수 있다.

$$\delta Q = Y\,q^n + \tilde{Q}_b^n \tilde{Q}_b^{n\,T} \delta Q \tag{9}$$

식(7)과 식(9)으로 부터 식(10)의 관계가 성립되며, 쿼터니언의 정규화로 무시될 수 있다는 기존의 결과와 달리, 오차가 큰 시스템에서는 무시될 수 없음을 알 수 있다.

$$q_{0n} - 1 = \tilde{Q}_b^{n\,T} \delta Q = \tilde{q}_0 \delta q_0 + \tilde{q}_1 \delta q_1 + \tilde{q}_2 \delta q_2 + \tilde{q}_3 \delta q_3 \tag{10}$$

위와 같은 방법으로 $Q_b^{b'}$와 ΔQ의 관계를 구할 수 있다.

$$\Delta Q = (q_{0b}-1)Q_{b'}^{n} + U(Q_{b'}^{n})q^b \tag{11}$$

$$q^b = U^T \Delta Q \tag{12}$$

$$q_{0b} - 1 = \tilde{Q}_b^{n\,T} \delta Q = \tilde{q}_0 \Delta q_0 + \tilde{q}_1 \Delta q_1 + \tilde{q}_2 \Delta q_2 + \tilde{q}_3 \Delta q_3 \tag{13}$$

여기서 $q^b = [\ q_{1b},\ q_{2b},\ q_{3b}\ ]^T$

$$U(Q_{b'}^{n}) \equiv U = \begin{bmatrix} -\tilde{q}_1 & -\tilde{q}_2 & -\tilde{q}_3 \\ \tilde{q}_0 & -\tilde{q}_3 & \tilde{q}_2 \\ \tilde{q}_3 & \tilde{q}_0 & -\tilde{q}_1 \\ -\tilde{q}_2 & \tilde{q}_1 & \tilde{q}_0 \end{bmatrix}$$

3.합형 쿼터니언 오차를 이용한 비선형 오차모델

합형 쿼터니언 오차를 이용한 비선형 오차모델은 참고문헌 [4,5]에서 제시하였다. 여기에서 제시된 δQ를 이용한 자세 오차 모델 및 속도 오차모델을 요약하면 식(14), 식(15)와 같다.

$$\delta \dot{Q} = M\ \delta Q + \frac{1}{2}\left(U\delta\omega_{ib}^{b} - Y\delta\omega_{in}^{n} + U\eta_g\right) \tag{14}$$

여기서, $M \equiv \dfrac{1}{2}\{[\omega_{ib}^{b}]_A - [\omega_{in}^{n}]_B\} =$

$$\frac{1}{2}\left\{\begin{bmatrix} 0 & -\omega_X & -\omega_Y & -\omega_Z \\ \omega_X & 0 & \omega_Z & -\omega_Y \\ \omega_Y & -\omega_Z & 0 & \omega_X \\ \omega_Z & \omega_Y & -\omega_X & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\omega_N & -\omega_E & -\omega_D \\ \omega_N & 0 & -\omega_D & \omega_E \\ \omega_E & \omega_D & 0 & -\omega_N \\ \omega_D & -\omega_E & \omega_N & 0 \end{bmatrix}\right\}$$

η_g는 자이로의 백색 잡음이며 $\delta\omega_{ib}^{b}$는 자이로의 바이어스 등을 포함한 오차성분이다.

$$\delta \dot{V}^n = \Delta C_b^n \tilde{f}^b - (2\tilde{\omega}_{ie}^n + \tilde{\omega}_{en}^n) X \delta \tilde{V}^n + \tilde{V}^n X (2\delta\tilde{\omega}_{ie}^n + \delta\tilde{\omega}_{en}^n) + \tilde{C}_b^n(\delta\tilde{f}^b + \eta_a) + \delta g^n \tag{15}$$

식(15)에서 ~는 오차들이 포함된 값을 의미하며, $\delta\tilde{f}^b$는 가속도계의 바이어스등을 포함하는 가속도계 오차이고, η_a는 가속도계의 백색 잡음, δg^n은 항법좌표계에서의 지구 중력오차이다. 식(15)에서 $\Delta C_b^n \tilde{f}^b$ 항은 자세오차가 포함된 항이며, $\Delta C_b^n \tilde{f}^b$의 계산은 ΔC_b^n의 계산과 연관되며, 자세오차 변수의 정의 및 근사화 방법에 의해 계산의 복잡성이 달라진다. δQ를 이용한 ΔC_b^n의 각각 원소들은 식(16)과 같다.

$$\begin{aligned}
\Delta C_{11} &= 2(\tilde{q}_0\delta q_0 + \tilde{q}_1\delta q_1 - \tilde{q}_2\delta q_2 - \tilde{q}_3\delta q_3) + \delta q_0^2 + \delta q_1^2 - \delta q_2^2 - \delta q_3^2 \\
\Delta C_{12} &= 2(\tilde{q}_1\delta q_2 + \tilde{q}_2\delta q_1 - \tilde{q}_0\delta q_3 - \tilde{q}_3\delta q_0 + \delta q_1\delta q_2 - \delta q_0\delta q_3) \\
\Delta C_{13} &= 2(\tilde{q}_1\delta q_3 + \tilde{q}_3\delta q_1 + \tilde{q}_0\delta q_2 + \tilde{q}_2\delta q_0 + \delta q_1\delta q_3 + \delta q_0\delta q_2) \\
\Delta C_{21} &= 2(\tilde{q}_1\delta q_2 + \tilde{q}_2\delta q_1 + \tilde{q}_0\delta q_3 + \tilde{q}_3\delta q_0 + \delta q_1\delta q_2 + \delta q_0\delta q_3) \\
\Delta C_{22} &= 2(\tilde{q}_0\delta q_0 - \tilde{q}_1\delta q_1 + \tilde{q}_2\delta q_2 - \tilde{q}_3\delta q_3) + \delta q_0^2 - \delta q_1^2 + \delta q_2^2 - \delta q_3^2 \\
\Delta C_{23} &= 2(\tilde{q}_2\delta q_3 + \tilde{q}_3\delta q_2 - \tilde{q}_0\delta q_1 - \tilde{q}_1\delta q_0 + \delta q_2\delta q_3 - \delta q_0\delta q_1) \\
\Delta C_{31} &= 2(\tilde{q}_1\delta q_3 + \tilde{q}_3\delta q_1 - \tilde{q}_0\delta q_2 - \tilde{q}_2\delta q_0 + \delta q_1\delta q_3 - \delta q_0\delta q_2) \\
\Delta C_{32} &= 2(\tilde{q}_0\delta q_1 + \tilde{q}_1\delta q_0 + \tilde{q}_2\delta q_3 + \tilde{q}_3\delta q_2 + \delta q_0\delta q_1 + \delta q_2\delta q_3) \\
\Delta C_{33} &= 2(\tilde{q}_0\delta q_0 - \tilde{q}_1\delta q_1 - \tilde{q}_2\delta q_2 + \tilde{q}_3\delta q_3) + \delta q_0^2 - \delta q_1^2 - \delta q_2^2 + \delta q_3^2
\end{aligned} \tag{16}$$

또한 식(15)와 식(16)에서 δQ대신에 ΔQ을 대입하면 ΔQ을 이용한 비선형 오차모델이 된다.

4. 곱셈형 쿼터니언 오차를 이용한 비선형 오차모델

곱셈형 쿼터니언 오차를 이용한 비선형 오차모델은 $Q_{n'}^{n}$또는 $Q_b^{b'}$이용하여 구할 수 있다. 먼저 $Q_{n'}^{n}$를 이용한 자세오차 모델을 구해보면 다음과 같다.

식(8)의 양변을 미분하면 식(17)과 같다.

$$\dot{q}^n = Y^T \delta\dot{Q} + \dot{Y}^T \delta Q \tag{17}$$

식(17)에 식(7)과 식(14)를 이용하여 정리하면 식(18)이 된다.

$$\begin{aligned}
\dot{q}^n &= [Y^T M + \dot{Y}^T]\delta Q + \frac{1}{2} Y^T\left(U\delta\omega_{ib}^{b} - Y\delta\omega_{in}^{n} + U\eta_g\right) \\
&= (q_{0n-1})[Y^T M + \dot{Y}^T]\tilde{Q}_b^n + [Y^T M Y + \dot{Y}^T Y]q^n \\
&\quad + \frac{1}{2} Y^T\left(U\delta\omega_{ib}^{b} - Y\delta\omega_{in}^{n} + U\eta_g\right) \\
&= -\omega_{in}^{n} X q^n + \frac{1}{2}[\tilde{C}_b^n \delta\omega_{ib}^{b} - \delta\omega_{in}^{n} + \tilde{C}_b^n \eta_g]
\end{aligned} \tag{18}$$

여기서

$$[Y^T M + \dot{Y}^T] = 0, \quad [Y^T M Y + \dot{Y}^T Y] = -\omega_{in}^{n} X,$$
$$Y^T U = \tilde{C}_b^n, \qquad Y^T Y = I$$

식(14)와 식(18)은 4개의 합형 쿼터니언 오차을 이용한 자세오차 모델과 3개의 곱셈형 쿼터니언 오차를 이용한 자세오차 모델은 등가임을 보여준다. 그러나 자세오차가 큰 시스템의 경우 식(10)을 무시할 수 없으며, 따라서 q_{0n}의 오차 모델이 요구된다. q_{0n}의 오차 모델은 식(3)의 q_{0n}을 직접 미분하여 식(19)와 같이 구할 수 있다

$$\dot{q}_{0n} = -\frac{1}{2q_{0n}} q^{n\,T}[\,\hat{C}_b^n \delta\omega_{ib}^b - \delta\omega_{in}^n + \hat{C}_b^n \eta_g] \tag{19}$$

그러므로 자세오차가 큰 시스템에서는 곱셈형 쿼터니언 오차를 이용한 자세오차 모델도 4개의 변수로 구성된다.

Q_n^n를 이용한 속도오차 모델은 식(15)의 ΔC_b^n을 Q_n^n의 함수로 구하는 문제이며, 식(7)과 식(16)을 사용하여 ΔC_b^n를 구하면 식(20)과 같다

$$\Delta C_b^n = 2\begin{bmatrix} -q_{2n}^2 - q_{3n}^2 & q_{1n}q_{2n} - q_{0n}q_{3n} & q_{1n}q_{3n} + q_{0n}q_{2n} \\ q_{0n}q_{3n} + q_{1n}q_{2n} & -q_{1n}^2 - q_{3n}^2 & q_{2n}q_{3n} - q_{0n}q_{1n} \\ q_{1n}q_{3n} - q_{0n}q_{2n} & q_{0n}q_{1n} + q_{2n}q_{3n} & -q_{1n}^2 - q_{2n}^2 \end{bmatrix} \hat{C}_b^n \tag{20}$$

위와 같은 방법으로 식(12), 식(14) 및 참고문헌[4,5]에 제시된 쿼터니언 성질을 이용하여 Q_b^b을 이용한 비선형 자세 오차모델을 구하면 식(21), 식(22)와 같다.

$$\dot{q}^b = -\omega_{ib}^b X q^b + \frac{1}{2}[\delta\omega_{ib}^b - \hat{C}_n^b \delta\omega_{in}^n + \eta_g] \tag{21}$$

$$\dot{q}_{0b} = -\frac{1}{2q_{0b}} q^{b\,T}[\delta\omega_{ib}^b - \hat{C}_n^b \delta\omega_{in}^n + \eta_g] \tag{22}$$

식(11)과 식(16)을 이용하여 Q_b^b을 이용한 ΔC_b^n를 구하면 식(23)과 같다

$$\Delta C_b^n = 2\,\hat{C}_b^n \begin{bmatrix} -q_{2b}^2 - q_{3b}^2 & q_{1b}q_{2b} - q_{0b}q_{3b} & q_{1b}q_{3b} + q_{0b}q_{2b} \\ q_{0b}q_{3b} + q_{1b}q_{2b} & -q_{1b}^2 - q_{3b}^2 & q_{2b}q_{3b} - q_{0b}q_{1b} \\ q_{1b}q_{3b} - q_{0b}q_{2b} & q_{0b}q_{1b} + q_{2b}q_{3b} & -q_{1b}^2 - q_{2b}^2 \end{bmatrix} \tag{23}$$

식(15)와 식(23)을 이용하여 Q_b^b을 이용한 속도 오차모델을 구할 수 있다.

5. 속도보정형 칼만필터구성 및 시뮬레이션 결과

자세오차가 큰 시스템에서의 비선형 오차모델의 유용성을 평가하기 위해 합형 쿼터니언 오차중 δQ에 대한 비선형 오차모델에 대해 주행거리계를 이용한 속도보정형 관성항법시스템을 참고문헌[6]을 기준으로 구성하고 시뮬레이션을 수행하였다. 속도보정형 관성항법시스템에 사용된 칼만필터는 선형 칼만필터와 비선형을 고려하기위한 확장형 칼만필터로 각각 구성하였다.[7,8] 시뮬레이션을 위해 중급자이로(바이어스: 3deg/hr) 및 가속도계로 구성되는 관성 측정기를 차량에 답재하여 주행거리: 8Km, 주행시간: 10 분 내외, 평균속도: 70-80 Km/hr의 환경 조건하에 가속도계, 자이로 및 주행거리계의 데이타를 획득 하였으며, 이때 칼만필터는 수평축만 고려 하였고, 상태변수는 위치오차(2차), 속도오차(2차), 합형 쿼터니언 오차(4차), 가속도계 바이어스오차(2차), 자이로 바이어스오차(3차), 속도계 척도계수 오차(1차), 속도계 boresight angle(1차)로 구성하였으며, 계산주기는 3초로 하였다. 초기 자세오차는 수평축 자세오차 Roll각 2.0deg(1-sigma), Pitch각 2.0deg(1-sigma), 수직축 자세오차를 3.0deg(1-sigma)로 가정하여 시뮬레이션이 수행되었으며, 그 결과인 10분후의 위치오차(%: 주행거리에대한 오차비)와 수직축 자세오차는 표1.과 같다. 표1.에서와 같이 확장형 칼만필터의 성능이 선형 칼만필터의 성능보다 좋은 것으로 나타났다.

6. 결 론

본 논문에서는 자세오차를 표현하는 방법인 쿼터니언 오차를 합형 쿼터니언 오차와 곱셈형 쿼터니언 오차로 구별하고, 이들을 이용하여 스트랩다운 관성항법시스템을 위한 4종류의 등가 비선형 오차모델을 제시하였으며, 그들의 관계식을 정확히 유도하였다. 제시된 등가 비선형 오차모델 및 정확한 관계식들은 관성항법시스템(SDINS, GINS)및 위성이나 항공기의 자세추정을 위한 비선형필터의 구성에 유용할 것으로 본다. 그리고 스트랩다운 관성항법시스템에 대한 비선형 오차모델의 유용성을 평가하기위해 주행거리계를 이용한 속도보정형 관성항법시스템을 구성하였으며, 칼만필터는 비선형 오차모델에서 오차항들의 곱셈항이 가장 작기 때문에 비선형 필터를 구성하기위해 적합할 것으로 판단되는 합형 쿼터니언 오차모델을 이용하여 선형 칼만필터 및 비선형을 고려한 확장형 칼만필터로 각각 구성하여 그 성능을 평가하였다. 그결과 확장형 칼만필터로 구성된 시스템의 성능이 선형 칼만필터로 구성된 시스템보다 좋은 것으로 나타나, 비선형 오차모델의 유용성이 증명되었다.

참 고 문 헌

1. A. Weinreb and I. Y. Bar-Itzhack, "The psi-angle error equation in strapdown inertial navigation systems", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, AES-14. NO. 3, May 1978, pp.539-542
2. Bernard Friedland, "Analysis Strapdown Navigation Using Quaternions", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, AES-14, NO. 5, Sep. 1978, pp.764-768
3. Minoru Shibata, "Error Analysis Strapdown Inertial Navigation Using Quaternions", *J. Guidance*, VOL. 9, NO. 3, May-June 1986, pp.379-381
4. 유명종, 김현백, 전창배, 유준 "스트랩다운 관성항법시스템의 비선형 자세오차 미분방정식", '한국항공우주학회지, Vol 23, No. 5, Oct., 1995, pp.118-125
5. 유명종, 전창배 "자세오차 및 속도오차 미분방정식에 따른 속도보정 SDINS의 칼만필터 성능분석" '94 한국자동제어 학술회의 논문집, 1995. 10, pp.1065-1068
6. 유명종, 남창우, 이현수, "속도보정 스트랩다운 관성항법장치의 구현 및 시험평가", 제4차유도무기 학술대회 논문집, 1994. 9, pp.186-190
7. P. S Maybeck, *Stochastic Models, Estimation, and Control,* Volume1, Academic Press, 1979
8. P. S Maybeck, *Stochastic Models, Estimation, and Control,* Volume2, Academic Press, 1982

표 1. 선형 칼만필터와 확장형 칼만필터의 성능(1σ)
Table 1. Performance of linear & extended Kalman filter

	위치 오차(%)	수직축 자세 오차
선형 칼만필터	1.09	0.455 deg.
확장형 칼만필터	0.898	0.257 deg.